ISSN 2413-452X

ПАЁМИ
ДОНИШГОҲИ МИЛЛИИ ТОҶИКИСТОН
Бахши илмҳои табиӣ
2019. № 2.

ВЕСТНИК
ТАДЖИКСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
Серия естественных наук
2019. № 2.

BULLETIN
OF THE TAJIK NATIONAL UNIVERSITY
Series of natural sciences
2019. No. 2.

МАРКАЗИ
ТАБЪУ НАШР, БАРГАРДОН ВА ТАРҶУМА
ДУШАНБЕ – 2019

ПАЁМИ ДОНИШГОҲИ МИЛЛИИ ТОҶИКИСТОН
БАХШИ ИЛМҲОИ ТАБИӢ

Муассиси маҷалла:
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон
Маҷалла соли 2012 таъсис дода шудааст.
Дар як сол 4 шумора нашр мегардад.

Сармуҳаррир:

Имомзода Муҳаммадюсуф Сайдалӣ	*Доктори илмҳои филологӣ, профессор, академики Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон, ректори Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Муовини сармуҳаррир:

Сафармамадов Сафармамад Муборакшоевич	*Доктори илмҳои химия, профессор, муовини ректор оид ба илми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Муовини сармуҳаррир:

Сафарализода Хуҷамурод Қуддусӣ	*Номзади илмҳои сиёсӣ, дотсент, директори Маркази табъу нашр, баргардон ва тарҷумаи Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

ҲАЙАТИ ТАҲРИРИЯ

01.01.01 – Математика

Раҷабов Нусрат Раҷабович	*Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*
Ҷангибеков Гулхоҷа	*Доктори илмҳои физикаю математика*
Мустафоқулов Раҳмонқул	*Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*
Шерматов Нурмаҳмад	*Доктори илмҳои техникӣ, профессор*
Сатторов Абдуманон	*Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*

01.04.00 – Физика

Двинин Сергей Александрович	*Доктори илмҳои физикаю математика, дотсент*
Солиҳов Давлат Қуватович	*Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*
Махсудов Барот Исломович	*Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*
Рашидов Ҷалил Рашидович	*Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*
Абдуллоев Хасан Муминҷонович	*Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*
Комилов Қосим	*Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*
Султонов Низом Султонович	*Доктори илмҳои физикаю математика, профессор*

02.00.00 – Илмҳои кимиё

Дегтев Михаил Иванович	*Доктори илмҳои химия, профессор*
Ҷураев Тухтасун Ҷураевич	*Доктори илмҳои химия, профессор*
Солиев Лутфулло	*Доктори илмҳои химия, профессор*
Мурзубраимов Бектемир Мурзубраимович	*Доктори илмҳои химия, профессор*
Кустов Андрей Владимирович	*Доктори илмҳои химия, профессор*
Холиқов Ширинбек Холиқович	*Доктори илмҳои химия, профессор*
Суяров Қурбонхон Ҷураевич	*Номзади илмҳои химия, дотсент*

Маҷалла ба Феҳристи нашрияҳои илмии тақризшавандаи Комиссияи олии аттестатсионии Федератсияи Русия аз 03.06.2016 ворид гардидааст.

Маҷалла мақолаҳои илмии соҳаҳои зерини илмро барои чоп қабул менамояд: ***01.01.00 – Математика; 01.04.00 – Физика; 02.00.00 – Илмҳои кимиё;***

Маҷалла дар Индекси иқтибосҳои илмии Русия (РИНЦ) ворид карда шудааст ва пайваста дар системаи индексатсионии мазкур дар бораи шумораҳои чопшуда маълумот ворид менамояд.

Маҷалла сомонаи расмии худро дорад, ки дар он матни мукаммали маводи чопӣ ҷойгир карда шудааст (www.vestnik-tnu.com).

Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. Бахши илмҳои табиӣ
– 2019. – №2.
ISSN 2413-452X
Маҷалла дар Вазорати фарҳанги Ҷумҳурии Тоҷикистон № 0039/ЖР-97 аз 17.01.2018 ба қайд гирифта шудааст.
Маҷалла дар Маркази табъу нашр, баргардон ва тарҷумаи ДМТ барои нашр таҳия мегардад. Нишонии Марказ: 734025, Ҷумҳурии Тоҷикистон, ш.Душанбе, хиёбони Рӯдакӣ, 17.
Сомонаи маҷалла: www.vestnik-tnu.com
E-mail: vestnik-tnu@mail.ru
Тел.: (+992 37) 227-74-41

© ДМТ, 2019

ВЕСТНИК ТАДЖИКСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
СЕРИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

Учредитель журнала:
Таджикский национальный университет
Журнал основан в 2012 г. Выходит 4 раз в год.

Главный редактор журнала:

Имомзода Мухаммадюсуф Сайдали	*Доктор филологических наук, профессор, академик Академии наук Республики Таджикистан, ректор Таджикского национального университета (Душанбе, Таджикистан)*

Заместитель главного редактора:

Сафармамадов Сафармамад Муборакшоевич	*Доктор химических наук, профессор, проректор по науке Таджикского национального университета (Душанбе, Таджикистан)*

Заместитель главного редактора:

Сафарализода Худжамурод Куддуси	*Кандидат политических наук, доцент, директор Издательского центра Таджикского национального университета*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

01.01.00 – Математика

Раджабов Нусрат Раджабович	*Доктор физико-математических наук, профессор, академик АН РТ*
Джангибеков Гулходжа	*Доктор физико-математических наук, профессор*
Мустафокулов Рахмонкул	*Доктор физико-математических наук, профессор*
Шерматов Нурмахмад	*Доктор технических наук, профессор*
Сатторов Абдуманон	*Доктор физико-математических наук, профессор*

01.04.00 – Физика

Двинин Сергей Александрович	*Доктор физико-математических наук, доцент*
Солихов Давлат Куватович	*Доктор физико-математических наук, профессор*
Махсудов Барот Исломович	*Доктор физико-математических наук, профессор*
Рашидов Джалил Рашидович	*Доктор физико-математических наук, профессор*
Абдуллоев Хасан Муминджанович	*Доктор физико-математических наук, профессор*
Комилов Косим	*Доктор физико-математических наук, профессор*
Султонов Низом Султонович	*Доктор физико-математических наук, профессор*

02.00.00 – Химические науки

Дегтев Михаил Иванович	*Доктор химических наук, профессор*
Джураев Тухтасун Джураевич	*Доктор химических наук, профессор*
Солиев Лутфулло	*Доктор химических наук, профессор*
Мурзубраимов Бектемир Мурзубраимович	*Доктор химических наук, профессор*
Кустов Андрей Владимирович	*Доктор химических наук, профессор*
Халиков Ширинбек Халикович	*Доктор химических наук, профессор*
Суяров Курбонхон Джураевич	*Кандидат химических наук, доцент*

Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки Российской Федерации от 03.06.2016.

Журнал принимает научные статьи по следующим отраслям науки: **01.01.00 – Математика**; **01.04.00 – Физика; 02.00.00 – Химические науки.**

Журнал включен в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ), регулярно предоставляет в РИНЦ информацию в виде метаданных.

Журнал имеет официальный сайт (www.vestnik-tnu.com), в котором размещаются полнотекстовые версии опубликованных материалов.

Вестник Таджикского национального университета.
Серия естественных наук.
– 2019. – №2.
ISSN 2413-452X
Журнал зарегистрирован в Министерстве культуры Республики Таджикистан.
Свидетельство №0039/ЖР-97, от 17.01.2018
Журнал подготавливается к изданию в Издательском центре ТНУ.
Адрес Издательского центра:
734025, Республика Таджикистан,
г.Душанбе, проспект Рудаки, 17.
Сайт журнала: www.vestnik-tnu.com
E-mail: vestnik-tnu@mail.ru
Тел.: (+992 37) 227-74-41

© ТНУ, 2019

BULLETIN OF THE TAJIK NATIONAL UNIVERSITY
Series of natural sciences

Founder of the journal:
TAJIK NATIONAL UNIVERSITY
The journal is established in 2012. Issued 4 times a year.

CHIEF EDITOR:

Imomzoda Muhammadyusuf Saidali	*Doctor of Philology, Professor, Academician of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, Rector of the Tajik National University*

DEPUTY CHIEF EDITOR:

Safarmamadov Safarmamad Muborakshoevich	*Doctor of Chemical Sciences, Professor, Vice-rector for Science of the Tajik National University*

DEPUTY CHIEF EDITOR:

Safaralizoda Khudzhamurod Kuddusi	*Candidate of political sciences, associate professor, director of the Publishing Center of the Tajik National University*

MEMBERS OF THE EDITORIAL BOARD:

01.01.00 - Mathematics

Rajabov Nusrat Rajabovich	*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician*
Jangibekov Gulkhoja	*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor*
Mustafokulov Rahmonkul	*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor*
Shermatov Nurmahmad	*Doctor of Technical Sciences, Professor*
Sattorov Abdumanon	*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor*

01.04.00 - Physics

Dvinin Sergei Aleksandrovich	*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor*
Solihov Davlat Kuvatovich	*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor*
Makhsudov Barot Islomovich	*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor*
Rashidov Jalil Rashidovich	*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor*
Abdulloev Hasan Muminjanovich	*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor*
Komilov Kosim	*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor*
Sultonov Nizom Sultonovich	*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor*

02.00.00 - Chemical sciences

Degtev Mikhail Ivanovich	*Doctor of Chemical Sciences, Professor*
Juraev Tukhtasun Juraevich	*Doctor of Chemical Sciences, Professor*
Soliev Lutfullo	*Doctor of Chemical Sciences, Professor*
Murzubraimov Bektemir Murzubraimovich	*Doctor of Chemical Sciences, Professor*
Kustov Andrei Vladimirovich	*Doctor of Chemical Sciences, Professor*
Kholikov Shirinbek Kholikovich	*Doctor of Chemical Sciences, Professor*
Suyarov Kurbonkhon Ouraevich	*Candidate of chemical sciences, associate professor*

The journal is included in the List of peer-reviewed scientific journals of the Higher Attestation Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation from 03.06.2016, No. 1922.

The journal accepts scientific articles on the following scientific specialties:

The journal is included in the database of the Russian Scientific Citation Index (RSCI).

The journal is printed in Tajik and Russian languages.

Full-text versions of published materials are posted on the official website of the journal (www.vestnik-tnu.com).

Bulletin of the Tajik National University.
Series of natural sciences
– 2019. – №2.
ISSN 2413-452X
The journal is registered in the Ministry of Culture of the Republic of Tajikistan.
The journal is being prepared for publication in the Publishing Center of TNU.
Address of the Publishing Center:
17, Rudaki avenue, Dushanbe, 734025, Republic of Tajikistan,
Web site of the journal: www.vestnik-tnu.com
E-mail: vestnik-tnu@mail.ru
Tel.: (+992 37) 227-74-41

© TNU, 2019

М А Т Е М А Т И К А

УДК 517

К ТЕОРИИ ОДНОГО КЛАССА ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Раджабов Н., Кодиров Д.А.
Таджикский национальный университет

Через $\Gamma = \{x: a < x < b\}$ обозначим множество точек на вещественной оси.

В дальнейшем через L_1 обозначим следующий дифференциальный оператор второго порядка:

$$L_1 = (D_a^x)^2 + AD_a^x + B, (1)$$

где A и B известные постоянные, $D_a^x = (x-a)\frac{d}{dx}$ а через L_2 обозначим дифференциальный оператор второго порядка следующего вида:

$$L_2 = (D_a^x)^2 + A_1 D_a^x + B_1\ , (2)$$

где $A_1 u\, B_1$ –известные постоянные, тогда если через L_3 обозначим производные дифференциальных операторов $L_1 L_2$, легко можно видеть, что $L_1 L_2(\varphi) = L_3(\varphi)$, где

$$L_3 = (D_a^x)^4\varphi + (A_1 + A)(D_a^x)^3\varphi + (B_1 + AA_1 + B)(D_a^x)^2\varphi +$$
$$+(A_1 + AB_1 + A_1 B)D_a^x\varphi + BB_1\varphi\ , (3)$$

На Г рассмотрим дифференциальное уравнение следующего вида,

$$(D_a^x)^4\varphi + E_1(D_a^x)^3\varphi + E_2(D_a^x)^2\varphi + E_3 D_a^x\varphi + E_4\varphi = f\ , (4)$$

где E_1, E_2, E_3, E_4 $(1 \le j \le 4)$-известные постоянные.

Проблеме исследования дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами или вырождающимся дифференциальным уравнениям и связанным с ними интегральным уравнениям посвящены работы [2] – [3] и другие.

Если дифференциальные уравнения (40 параметры E_1, E_2, E_3, E_4 с параметрами дифференциальных операторов L_1, L_2 связаны следующим образом

$$E_1 = A_1 + A, E_2 = B_1 + AA_1 + B, E_3 = A_1 + AB_1 + A_1 B, E_4 = BB_1, (5)$$

тогда дифференциальные уравнение (4) можно записать в следующем виде

$$L_1 L_2\varphi = f(x), (6)$$

$$L_1(\varphi) = (D_a^x)^2\varphi + A_1 D_a^x\varphi + B_1\varphi, L_2(\psi) = (D_a^x)^2\psi + AD_a^x\psi + B\psi,$$

Ведём новую неизвестную функцию $L_1(\varphi) = \psi$. Тогда уравнение (6) можем записать в виде

$$(D_a^x)^2\psi + AD_a^x\psi + B\psi = f, (7)$$

Таким образом, в случае, когда коэффициенты дифференциального уравнения (6) с параметрами дифференциальных операторов $L_1 u\, L_2$ связаны формулы (5), задача свелась к решению следующей расщепленной системы дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{cases}(D_a^x)^2\varphi + A_1 D_a^x\varphi + B_1\varphi = \psi \\ (D_a^x)^2\psi + AD_a^x\psi + B\psi = f\end{cases} (8)$$

Легко может видеть, [2], [3] что первому однородному уравнению системы (8) соответствует следующее характеристическое уравнение

$$\mu^2 + A_1\mu + B_1 = 0, (9)$$

а второму однородному уравнению системы (8) соответствует следующее характеристическое уравнение

$$\lambda^2 + A\lambda + B = 0. (10)$$

Используем методику, приведённую в [3], легко можно видеть, что если корни характеристического уравнения (10) вещественные и разные положительные, решение второго уравнения системы (8) существует, тогда оно представимо в виде

$$\Psi(x) = c_1(x-a)^{\lambda_1} + c_2(x-a)^{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}\int_a^x \left[\left(\frac{x-a}{t-a}\right)^{\lambda_1} - \left(\frac{x-a}{t-a}\right)^{\lambda_2}\right]\frac{f(t)dt}{t-a} \quad (11)$$

где c_1, c_2 производные постоянные λ_1, λ_2 корни уравнения (10). Аналогично, если корни алгебраического уравнения (9), соответствующего первому уравнению системы (8), вещественные разные и положительные, тогда ему соответствует следующее решение.

$$\varphi(x) = c_3(x-a)^{\mu_1} + c_4(x-a)^{\mu_2} + \frac{1}{\mu_1-\mu_2}\int_a^x \left[\left(\frac{x-a}{t-a}\right)^{\mu_1} - \left(\frac{x-a}{t-a}\right)^{\mu_2}\right]\frac{\psi(t)dt}{t-a} \quad (12)$$

где c_3, c_4 производные постоянные μ_1, μ_2 корни алгебраического уравнения (9).

Интегралы в правой части (11) сходятся, при $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$, если $f(\mathrm{t}) \in C(\overline{\Gamma}), f(a) = 0$ с асимптотическим поведением

$$f(t) = o\left[(t-a)^{\delta_1}\right], \delta_1 > \max(\lambda_1, \lambda_2)$$

Решение вида (12) существует при $\mu_1 > 0, \mu_2 > 0$, если $\psi(\mathrm{t}) \in C(\overline{\Gamma}), \psi(a) = 0$ с асимптотическим поведением

$$\psi(t) = o\left[(t-a)^{\delta_2}\right], \delta_2 > max(\mu_1, \mu_2).$$

Теперь, поставляя найденные значения $\psi(x)$ из формулы (11), после некоторых вычислений, когда соответствующие интегралы существуют, приходим к следующему равенству

$$\varphi(x) = c_3(x-a)^{\mu_1} + c_4(x-a)^{\mu_2} + c_1(x-a)^{\lambda_1}A_2 + c_2(x-a)^{\lambda_2}A_3 +$$
$$\frac{1}{(\mu_1-\mu_2)(\lambda_1-\lambda_2)}\int_a^x \left[B_2\left(\frac{x-a}{\tau-a}\right)^{\lambda_1} - B_3\left(\frac{x-a}{\tau-a}\right)^{\lambda_2} - B_4\left(\frac{x-a}{\tau-a}\right)^{\mu_1} + B_5\left(\frac{x-a}{\tau-a}\right)^{\mu_2}\right]\frac{f(\tau)d\tau}{\tau-a} \quad (13).$$

при $\lambda_1 > \mu_j (j = 1,2), \lambda_2 > \mu_j (j = 1,2)$.

где

$$A_2 = \frac{1}{(\mu_1-\mu_2)(\lambda_1-\mu_1)} - \frac{1}{(\mu_1-\mu_2)(\lambda_1-\mu_2)},$$
$$A_3 = \frac{1}{(\mu_1-\mu_2)(\lambda_1-\mu_1)} - \frac{1}{(\mu_1-\mu_2)(\lambda_1-\mu_2)},$$
$$B_2 = \frac{1}{(\lambda_1-\mu_1)} - \frac{1}{(\lambda_1-\mu_2)}, B_3 = \frac{1}{(\lambda_2-\mu_1)} - \frac{1}{(\lambda_2-\mu_2)}$$
$$B_4 = \frac{1}{(\lambda_1-\mu_1)} - \frac{1}{(\lambda_2-\mu_1)}, B_5 = \frac{1}{(\lambda_1-\mu_1)} - \frac{1}{(\lambda_2-\mu_2)}$$

Таким образом доказано следующее утверждение

Теорема 1. *Пусть в дифференциальном уравнении (4), параметры E_1, E_2, E_3, E_4 с параметрами дифференциальных операторов L_1, L_2 связаны при помощи формулы (5), корни алгебраических уравнений (9) и (10). λ_1, λ_2 μ_1, μ_2- являются вещественными, разными положительными, $f(x) \in C(\overline{\Gamma}), f(a) = 0$, с следующим асимптотическим поведением*

$$f(x) = o\left[(x-a)^{\delta_2}\right], \delta_2 > max(\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2).$$

Тогда любое решение дифференциального уравнения (4) из класса $C(\Gamma)$ даётся формулой (13,) где $c_j, j = 1,2,3,4$, произвольные постоянные.

Теперь допустим, что $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0$ решение вида (11) существует, если $f(\mathrm{t}) \in C(\overline{\Gamma}), f(a) = 0$ с асимптотический поведением

$$f(t) = o[(t-a)^{\varepsilon}], \varepsilon > 0.$$

При $\mu_1 < 0, \mu_2 < 0$ решение вида (12) существует, если $\psi(\mathrm{t}) \in C(\overline{\Gamma}), \psi(a) = 0$ с асимптотическим поведением

$$\varphi(t) = o[(t-a)^{\varepsilon}], \varepsilon > 0.$$

Поставляя найденные значения $\psi(x)$ из (11) в (12), после вычисления соответствующих интегралов, приходим к следующему равенству:

$$\varphi(x) = c_3(x-a)^{\mu_1} + c_4(x-a)^{\mu_2} + c_1(x-a)^{\lambda_1}A_2 + c_2(x-a)^{\lambda_2}A_3 +$$
$$\frac{1}{(\mu_1-\mu_2)(\lambda_1-\lambda_2)}\int_a^x \left[B_2\left(\frac{\tau-a}{x-a}\right)^{|\lambda_1|} - B_3\left(\frac{\tau-a}{x-a}\right)^{|\lambda_2|} - B_4\left(\frac{\tau-a}{x-a}\right)^{|\mu_1|}\right.$$
$$\left. + B_5\left(\frac{\tau-a}{x-a}\right)^{|\mu_2|}\right]\frac{f(\tau)d\tau}{\tau-a} \quad (14)$$

Таким образом, в этом случае доказано следующее утверждение

Теорема 2. *Пусть в дифференциальном уравнении (4) параметры* E_1, E_2, E_3, E_4 *с параметрами дифференциальных операторов* L_1, L_2 *связаны при помощи формулы (5), корни алгебраических уравнений (9) и (10)* λ_1, λ_2 μ_1, μ_2- *являются вещественными разными и отрицательными,* $f(x) \in C(\overline{\Gamma}), f(a) = 0$*, со следующим асимптотическим поведением*

$$f(x) = o[(x-a)^{\varepsilon}], \varepsilon > 0.$$

Тогда любое решение дифференциального уравнения (4), из класса $C(\Gamma)$ *даётся формулой (14), где* $c_j, j = 1,2,3,4$ *произвольные постоянные.*

Пусть $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$. Тогда, решение вида (11) существует, если $f(\mathrm{t}) \in C(\overline{\Gamma}), f(a) = 0$ с асимптотическим поведением:

$$f(t) = o\left[(t-a)^{\delta_3}\right], \delta_3 > max(\lambda_1, \lambda_2).$$

При $\mu_1 < 0, \mu_2 < 0$ решение вида (12) существует, если $\psi(\mathrm{t}) \in C(\overline{\Gamma}), \psi(a) = 0$ с асимптотическим поведением

$$\varphi(t) = o[(t-a)^{\varepsilon}], \varepsilon > 0.$$

Поставляя найденные значения $\psi(x)$ из (11) в (12) после выполнения некоторых операций приходим к следующему равенству

$$\varphi(x) = c_3(x-a)^{\mu_1} + c_4(x-a)^{\mu_2} + c_1(x-a)^{\lambda_1}A_2 + c_2(x-a)^{\lambda_2}A_3 + \frac{1}{(\mu_1-\mu_2)(\lambda_1-\lambda_2)}\int_a^x \left[B_2\left(\frac{x-a}{\tau-a}\right)^{\lambda_1} - B_3\left(\frac{x-a}{\tau-a}\right)^{\lambda_2} - B_4\left(\frac{t-a}{\tau-a}\right)^{|\mu_1|} + B_5\left(\frac{\tau-a}{x-a}\right)^{|\mu_2|}\right]\frac{f(\tau)d\tau}{\tau-a} \quad (15)$$

Таким образом, в этом случае доказано следующее утверждение

Теорема 3. *Пусть в дифференциальном уравнении (4) параметры* E_1, E_2, E_3, E_4 *с параметрами дифференциальных операторов* L_1, L_2 *связаны при помощи формулы (5), корни алгебраического уравнения (10) вещественные, разные и положительные, а корни алгебраического уравнения (9) вещественные, разные и отрицательные*

$f(x) \in C(\overline{\Gamma}), f(a) = 0$ *со следующим асимптотическим поведением*

$$f(x) = o\left[(x-a)^{\delta_4}\right], \delta_4 > max(\lambda_1, \lambda_2)$$

Тогда, любое решение дифференциального уравнения (4) из класса $C(\Gamma)$ *даётся формулой (15), где* $c_j, j = 1,2,3,4$ *произвольные постоянные.*

Пусть $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0$. В этом случае решение вида (11) существует, если $f(\mathrm{t}) \in C(\overline{\Gamma}), f(a) = 0$ с асимптотическим поведением

$$f(t) = o[(t-a)^{\varepsilon}], \varepsilon > 0.$$

При $\mu_1 > 0, \mu_2 > 0$ решение вида (12) существует, если $\psi(\mathrm{t}) \in C(\overline{\Gamma}), \psi(a) = 0$ с асимптотическим поведением

$$\varphi(t) = o\left[(t-a)^{\delta_5}\right], \delta_5 > max(\mu_1, \mu_2).$$

Поставляя найденные значения $\psi(x)$ из (11) в (12), после вычисления соответствующих интегралов, приходим к следующему равенству

$$\varphi(x) = c_3(x-a)^{\mu_1} + c_4(x-a)^{\mu_2} + c_1(x-a)^{\lambda_1}A_2 + c_2(x-a)^{\lambda_2}A_3 + \frac{1}{(\mu_1-\mu_2)(\lambda_1-\lambda_2)}\int_a^x \left[B_2\left(\frac{x-a}{\tau-a}\right)^{|\lambda_1|} - B_3\left(\frac{x-a}{\tau-a}\right)^{|\lambda_2|} - B_4\left(\frac{x-a}{\tau-a}\right)^{\mu_1} + B_5\left(\frac{x-a}{\tau-a}\right)^{\mu_2}\right]\frac{f(\tau)d\tau}{\tau-a} \quad (16)$$

Таким образом, доказано следующее утверждение

Теорема 4. *Пусть в дифференциальном уравнении (4) параметры* E_1, E_2, E_3, E_4 *с параметрами дифференциальных операторов* L_1, L_2 *связаны при помощи формулы (5) корни алгебраического уравнения (9).*

μ_1, μ_2- являются вещественными, разными и положительными, корни алгебраического уравнения (10) являются вещественными разными отрицательными, $f(x) \in C(\overline{\Gamma}), f(a) = 0$ со следующим асимптотическим поведением

$$f(x) = o\left[(x-a)^{\delta_6}\right], \delta_6 > max(\mu_1, \mu_2).$$

Тогда, любое решение дифференциального уравнения (4), из класса $C(\Gamma)$ даётся формулой (16), где $(c_j, j = 1,2,3,4)$, произвольные постоянные.

В работе также изучены остальные случаи в зависимости от корней уравнения (9) и (10). Изучены случаи, когда корни характеристического уравнения (9) и (10) вещественные равные, комплексные сопряженные и их возможные комбинации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rajabov N. Higher order ordinary differential equations with super singular points / N. Rajabov // Portion Differential Integral Equation 1999, Kluwer Academic Publisher. Print in the Nether Lands, -P.347-358.
2. Rajabov N. Introduction to ordinary differential equations with singular and super-singular coefficients / N. Rajabov. -Dushanbe, 1998. -160 p.
3. Раджабов Н. Интегральные уравнения типа Вольтерра с фиксированными граничными и внутренними сингулярными и сверхсингулярными ядрами и их приложения /Н. Раджабов. -Душанбе: Деваштич, 2007. -220 с.
4. Rajabov N. Volterra type integral equations with super- singular kernel / N. Rajabov // Functional analysis in interdisciplinary applications, Astana, Kazakhstan, October 2017, springs, Proceedings in Mathematics and statistics, Volume 216. -P.333-346.
5. Rajabov N. New Methods for Volterra Type Integral Equation with Boundary singular point / N. Rajabov // In books «New Trends in Analysis and Interdisciplinary Applications» selected Contributions of the 10th ISAAc. Congress, Moc. 2015. Rirkhauser, Springer International Publishing AG 2017. -P.121-127.
6. Rajabov N. Well Posed Boundary Value Problems for New Classes of singular Integral Equation in Cylindrical Domal / N. Rajabov // Analysis and Partial Differential Equations, Perspective from Developing Countries, Springer Nature, Switzerland 2018 AG, -25 p.
7. Н. Интегральные представления и граничные задачи для Раджабов некоторых дифференциальных уравнений с сингулярной линией или сингулярными поверхностями / Н. Раджабов. -Душанбе, 1985. Часть 4. -147 с.
8. Radjabov N. An Introduction to the theory of partial differential equations with super – singular coefficients / N. Rajabov. -Tehran, 1997. -230 p.

ДАР БОРАИ ЯК СИНФИ МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ОДИИ ТАНАЗЗУЛЁБАНДАИ ТАРТИБИ ЧОР

Дар мақола барои як синфи муодилаҳои дифференсиалии одии таназзулёбандаи тартиби чор, вобаста аз аломати решаҳои ду муодилаи характеристикии тартиби ду тасвирҳои интегралӣ ёфта шудааст.

Оператори дифференсиалии таназзулёбандаи тартиби (4)-ро чун ҳосили зарби ду оператори дифференсиалии таназзулёбандаи тартиби ду тасвир кардан мумкин аст. Агар коэффитсиентҳои муодилаи дифференсиалӣ бо коэффитсиентҳои оператори дифференсиалии L_1 ва L_2 бо формулаи (5) вобастагӣ дошта бошанд. Тасвирҳои интегралии ҳосилшуда аз решаҳои муодилаи характеристикӣ (9) ва (10) вобастагӣ дорад. Дар мақола решаҳои муодилаи характеристикӣ (9) ва (10) ҳақиқӣ ва гуногун ёфта шудааст.

Натиҷаҳо ба намуди 1-4 оварда шудаанд.

Калидвожаҳо: муодилаҳои дифференсиалии одии таназзулёбанда, тасвирҳои интегралӣ, ҳалҳои бисёршакла.

К ТЕОРИИ ОДНОГО КЛАССА ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

В работе для одного класса вырождающихся дифференциальных уравнений четвертого порядка, когда параметрами этого уравнения с параметры двух дифференциальных операторов второго порядка связаны определённым образом в зависимости от корней двух характеристических уравнений, получено представление многообразных решений, через четыре произвольные постоянные.

Вырождающийся дифференциальный оператор четвётого порядка представлен в виде произведения вырождающихся двух дифференциальных операторов второго порядка. Если коэффициенты выше указанных дифференциальных операторов четвёртого порядка с коэффициентами дифференциальных второго порядка связаны при помощи (5), тогда выше указанное представление имеет место. Полученные интегральные преставления существуют зависимости от корней алгебраического уравнения (9) и (10).

В работе, в случае, когда корни характеристического уравнения (9) и (10) вещественные разные найдено многообразие решений.

Результаты изложены в 1-4.

Ключевые слова: вырождающиеся дифференциальные уравнения, интегральные представления, многообразие решений.

TO THEORY ONE CLASS OF DEGENERATION FOURTH ORDER ORDIRARY DIFFERENTIAL EQUATION

In this work, we investigating one class of degenerating fourth order ordinary differential equation. Obtained integral representation manifold solution in depend of the roots two second order algebraic equation.

We may be differential operator fourth order, represented in composition two second ordered degeneration differential operator, if coefficient consideration operator with coefficient second order, beet win connection on peg. Obtained integral representation connection from the roots of characteristic second order algebraic equation (9) and (10).

In the case, when the roots of algebraic equation (9) and (10) real, different, integral representation is found.

Key words: conjugate differential equation, integral representation, manifold solution.

Сведения об авторах: ***Раджабов Нусрат*** - Таджикский национальный университет, доктор физико-математических наук, профессор. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **(+992) 907-75-51-25**. E-mail: **nusrat38@mail.ru**

Кодиров Далер Абдушукурович – Таджикский национальный университет, ассистент кафедры математического анализа и теории функций. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **(+992) 981-05-38-98.** E-mail: **daler-kodirov1988@ mail.ru**

Information about the authors: ***Radzhabov Nusrat*** - Tajik National University, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **907-75-51-25.** E-mail: **nusrat38@mail.ru**

Kodirov Daler Abdushukurovich - Tajik National University, assistant of the department of mathematical analysis and theory of functions. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **981-05-38-98.** E-mail: **daler-kodirov1988@mail.ru**

УДК 517.53.517.945

ТАСВИРИ ИНТЕГРАЛИИ ҲАЛЛИ ЯКЕ АЗ МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛӢ БО ДУ ҲАМВОРИИ ТАНАЗЗУЛЁБАНДА ДАР ФАЗО

Сатторов А.С., Ҷобиров Ё.Р.
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Омӯзиш ва тадқиқи муодилаҳои дифференсиалии навъи омехта (МДНО) яке аз шохаҳои таркибии муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ мебошад. Азбаски ин синфи муодилаҳо ҳангоми ҳалли масъалаҳои физикӣ зиёд вомехӯранд, аз ин лиҳоз актуалӣ мебошанд.

Ф.Трикоми яке аз аввалинҳо шуда ба омузиши МДНО [1] шурӯъ намуд. Баъдтар олими собиқ Иттиҳоди Шӯравӣ М.В. Келдиш [2] исбот намуд, ки гузориш ва ҳалли масъалаҳои канорӣ барои муодилаҳои дифференсиалии таназзулёбандаи навъи эллиптикӣ аз коэффитсиентҳои назди ҳосилаҳои тартиби хурд вобастагии зиёд доранд.

Дар [3-11] муодилаҳои дифференсиалии таназзулёбандаи ҷинси як ва ду дар соҳаҳои эллиптикӣ ва гиперболикӣ тадқиқ шудаанд.

Дар фазои сеченака муодилаи дифференсиалии зеринро мегирем:

$$u_{zz} - x^n u_{xx} - (-y)^m u_{yy} - ax^{n-1}u_x + b(-y)^{m-1}u_y = 0\,, (1)$$

ки дар ин ҷо $a, b, m, n -$ ададҳои домӣ мебошанд.

Бигзор $D^- \epsilon R^3$- соҳаи охирноки бо қисмҳои нимҳамвориҳои xoz , yoz ва ҳангоми $y < 0$ бо сатҳҳои характеристикии S_a ва S_b муодилаи (1) маҳдуд гардида бошад.

Ҳалли регулярии муодилаи (1) дар соҳаи D^- гуфта функсияи $u(x, y, z)$ -ро меноманд, ки дар $\overline{D^-}$ бефосила буда, дар D^- дорои ҳосилаҳои бефосилаи тартиби ду мебошад ва муодилаи (1)–ро қаноат мекунад.

Барои қулай ва мухтасар шудани навишт ишораи зеринро дохил мекунем:

$$T_{\alpha.\beta}\varphi_j \equiv \int_0^1 d\sigma \int_0^1 \frac{\varphi_j\left[\sqrt{2}\,z + \frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma) - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}},$$

$(j = 1,2,3,4)$.

Мақсади мақолаи мазкур муайян намудани ҳаллҳои регулярии муодилаи (1) вобаста аз қиматҳои n, m, a, b (яъне α, β) дар соҳаи D^- мебошад.

Теоремаи 1. Бигзор $a > 1$, $n \neq 2$, $m \neq 2$, $\alpha > 1$, $\beta > 1$ бошанд. Он гоҳ ҳалли регулярии муодилаи (1) дар соҳаи D^- чунин тасвир карда мешавад:

$$u(z, x, y) = A_{n,a}T_{1-\alpha,1-\beta}\ \varphi_1\ , (2)$$

дар ин ҷо $A_{n,a} = \frac{1}{B\left(\frac{n-2a}{2n-4}, \frac{n-2a}{2n-4}\right)}$, $B_{m,b} = \frac{1}{B\left(\frac{m-2b}{2m-4}, \frac{m-2b}{2m-4}\right)}$, B –функсияи Эйлер, φ_1 – функсияи ихтиёри, $\alpha = \frac{n-2a}{2n-4}$ ва $\beta = \frac{m-2b}{2m-4}$, n, m, a, b -ададҳои доимӣ мебошанд.

Исботи теоремаи 1. Аз баробарии (2) ҳосилаҳои хусусии тартибҳои як ва дуро нисбати x, y, z ҳисоб мекунем:

а)

$$u_{zz} = 2\int_0^1 d\sigma \int_0^1 \frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z + \frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma) - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}.$$

б) Акнун ҳосилаҳои нисбат ба x-ро ҳисоб мекунем:

$$u_x = x^{-\frac{n}{2}}\int_0^1 d\sigma \int_0^1 \frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z + \frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma) - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\sigma)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} \quad (3)$$

Тарафи рости муодилаи охиронро нисбар ба σ бо ҳиссаҳо меинтегронем:

$$\widetilde{J_1} = \int_0^1 d\sigma \int_0^1 \frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z + \frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma) - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\sigma)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} =$$

$$= \left| \begin{matrix} u = \varphi'\left[\sqrt{2}\,z + \frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma) - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right] & dv = \frac{d[\sigma(1-\sigma)]}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}} \\ du = -\frac{4}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}\varphi''\left[\sqrt{2}\,z + \frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma) - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right] & v = \frac{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}}{\alpha} \end{matrix} \right| =$$

$$= \frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z + \frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma) - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right][\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}}{\alpha}\Big|_0^1 +$$

$$+ \frac{4}{\alpha(2-n)}x^{\frac{2-n}{2}}\int_0^1 d\sigma \int_0^1 \frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z + \frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma) - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}.$$

Ҳамин тавр меёбем

$$\widetilde{J_1} = \frac{4}{\alpha(2-n)}x^{\frac{2-n}{2}}\int_0^1 d\sigma \int_0^1 \frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z + \frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma) - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}$$

яъне

$$u_x = \frac{4}{\alpha(2-n)}x^{1-n}\int_0^1 d\sigma \int_0^1 \frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z + \frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma) - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}$$

Аз (2) бори дигар нисбат ба x ҳосила мегирем ва бо назардошти $\widetilde{J_1}$ ҳосил мекунем:

$$u_{xx} = -\frac{n}{2}x^{-\frac{n+2}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1 \frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\sigma)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+x^{-n}\int_0^1 d\sigma\int_0^1 \frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\sigma)^2 d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}=$$

$$=-\frac{2n}{\alpha(2-n)}x^{-n}\int_0^1 d\sigma\int_0^1 \frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+x^{-n}\int_0^1 d\sigma\int_0^1 \frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$-4x^{-n}\int_0^1 d\sigma\int_0^1 \frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}=$$

$$=-\frac{2n+4\alpha(2-n)}{\alpha(2-n)}x^{-n}\int_0^1 d\sigma\int_0^1 \frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+x^{-n}\int_0^1 d\sigma\int_0^1 \frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}$$

в) Акнун ҳосилаҳои ифодаи (2)–ро нисбат ба у ба монанди боло ҳисоб намуда, ҳосил мекунем:

$$u_y = (-y)^{-\frac{m}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1 \frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\tau)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}$$

$$\mathcal{I}_2 = \int_0^1 d\sigma\int_0^1 \frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\tau)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} u=\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right] & dv=\frac{d[\tau(1-\tau)]}{[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}} \\ du=\frac{4}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau & v=\frac{[\tau(1-\tau)]^{\beta}}{\beta} \end{array}\right|$$

$$=$$

$$=\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right][\tau(1-\tau)]^{\beta}}{\beta}\Big|_0^1 -$$

$$-\frac{4}{\beta(2-m)}(-y)^{\frac{2-m}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1 \frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}}=$$

$$\mathcal{I}_2=\frac{4}{\beta(2-m)}(-y)^{\frac{2-m}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1 \frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}};$$

Бо назардошти $\mathcal{I}_2$ u_y намуди зеринро мегирад:

$$u_y=-\frac{4}{\beta(2-m)}(-y)^{1-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1 \frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}};$$

Аз баробарии (4) бори дигар нисбат ба у ҳосила мегирем ва қимати $\mathcal{I}_2$ -ро гузошта, ҳосил мекунем:

$$u_{yy}=\frac{m}{2}(-y)^{-\frac{m+2}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\tau)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+(-y)^{-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\tau)^2d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}=$$

$$=-\frac{2m}{\beta(2-m)}(-y)^{-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}}+$$

$$+(-y)^{-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}-$$

$$-4(-y)^{-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}}=$$

$$u_{yy}=-\frac{2m+4\beta(2-m)}{\beta(2-m)}(-y)^{-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}}$$

$$+(-y)^{-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}};$$

Ҳосилаҳои мувофиқро дар (1) мегузорем:

$$u_{zz}-x^n u_{xx}-(-y)^m u_{yy}-ax^{n-1}u_x+b(-y)^{m-1}u_y=$$

$$2\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+\frac{2n+4\alpha(2-n)}{\alpha(2-n)}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}-$$

$$-\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+\frac{2m+4\beta(2-m)}{\beta(2-m)}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}}-$$

$$-\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}-$$

$$-\frac{4a}{\alpha(2-n)}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}-$$

$$-\frac{4b}{\beta(2-m)}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}}=$$

$$=\frac{2n+4\alpha(2-n)-4a}{\alpha(2-n)}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+\frac{2m+4\beta(2-m)-4b}{\beta(2-m)}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}}=$$

$$\frac{2n+4\frac{2a-n}{2(2-n)}(2-n)-4a}{\frac{2a-n}{2(2-n)}(2-n)}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+\frac{2m+4\frac{2b-m}{2(2-m)}(2-m)-4b}{\frac{2b-m}{2(2-m)}(2-m)}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}}=$$

$$=2\frac{2n+4a-2n-4a}{2a-n}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+2\frac{2m+4b-2m-4b}{2b-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}}=0.$$

Теоремаи 1 исбот шуд.

Теоремаи 2. Бигзор $a<1$, $n\neq2$, m≠2, $0<\alpha<1$ β>1 бошад. Он гоҳ ҳалли регулярии муодилаи (1) дар соҳаи D^- чунин тасвир карда мешавад:

$$u(x,y,z)=A_{n,a}B_{m,b}T_{1-\alpha,1-\beta}\ \varphi_1+\widetilde{A_{n,a}}\widetilde{B_{m,b}}x^{1-a}T_{\alpha,1-\beta}\ \varphi_2\ ,(5)$$

дар ин ҷо φ_2,φ_1- функсияҳои ихтиёри мебошанд.

Дар ин теорема ишораҳои дар боло истифодашуда нигоҳ дошта мешаванд.

Исботи теоремаи 2. Дар исботи теоремаи 1 нишон дода шуд, ки ҷамъшавандаи якуми тарафи рости (5) муодилаи (1)-ро қаноат мекунонад. Аз ин лиҳоз нишон медиҳем, ки ҷамъшавандаи дуюми тарафи рости (5) низ муодилаи (1)-ро қаноат мекунонад.

Ҳосилаҳои мувофиқи ҷамъшавандаи дуюми тарафи рости баробарии (5)-ро ҳисоб мекунем:

а)

$$u_{zz}=2x^{1-a}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}$$

б) Акнун ҳосилаҳои нисбат ба x ҳисоб мекунем:

$$u_x=(1-a)x^{-a}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+x^{1-a-\frac{n}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\sigma)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}\ (\mathbf{6})$$

Ҷамъшавандаи дуюми баробарии охиронро нисбат ба σ бо ҳиссаҳо меинтегронем:

$$\mathcal{J}_3=\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\sigma)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}=$$

$$=\left|\begin{matrix}u=\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right] & dv=\frac{d[\sigma(1-\sigma)]}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}}\\ du=-\frac{4}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right] & v=\frac{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}}{1-\alpha}\end{matrix}\right|=$$

$$=\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right][\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}}{1-\alpha}\Big|_0^1+$$

$$+\frac{4}{(1-\alpha)(2-n)}x^{\frac{2-n}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha-1}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}.$$

Аз ин ҷо ҳосил мекунем:

$$\mathcal{I}_3=\frac{4}{(1-\alpha)(2-n)}x^{\frac{2-n}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha-1}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}$$

қимати $\mathcal{I}_3$-ро дар (6) гузошта, ҳосил мекунем:

$$u_x=(1-a)x^{-a}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+\frac{4}{(1-\alpha)(2-n)}x^{2-a-n}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha-1}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}.$$

Акнун аз (6) нисбат ба x бори дигар ҳосила мегирем:

$$u_{xx}=-a(1-a)x^{-a-1}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}$$

$$+\left(2-2a-\frac{n}{2}\right)x^{-a-\frac{n}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\sigma)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}$$

$$+x^{1-a-n}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\sigma)^2d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}=$$

$$=-a(1-a)x^{-a-1}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+\frac{8-8a-2n-4(1-\alpha)(2-n)}{\alpha(2-n)}x^{1-a-n}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha-1}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}$$

$$+x^{1-a}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}.$$

Дар навбати худ, ҳосилаҳоро нисбат ба y ҳисоб мекунем:

$$u_y=x^{1-a}(-y)^{-\frac{m}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\tau)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}},\ (\mathbf{7})$$

баробарии охиронро нисбат ба τ бо ҳиссаҳо меинтегронем:

$$\mathcal{I}_4=\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\tau)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}};$$

пас аз бо ҳиссаҳо интегронидан ҳосил мекунем:

$$\mathcal{I}_4=\frac{4}{\beta(2-m)}(-y)^{\frac{2-m}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}};$$

Қимати $\mathcal{I}_4$ дар (7) гузоша, меёбем:

$$u_y=-\frac{4}{\beta(2-m)}x^{1-a}(-y)^{1-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}};$$

Аз (7) бори дигар нисбат ба у ҳосила мегирем

$$u_{yy}=\frac{m}{2}x^{1-a}(-y)^{-\frac{m+2}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\tau)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+x^{1-a}(-y)^{-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\tau)^2d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}=$$

$$=-\frac{2m+4\beta(2-m)}{\beta(2-m)}x^{1-a}(-y)^{-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}}$$

$$+x^{1-a}(-y)^{-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}.$$

Ҳосилаҳои мувофикро ба (1) мегузорем:

$$u_{zz}-x^nu_{xx}-(-y)^mu_{yy}-ax^{n-1}u_x+b(-y)^{m-1}u_y=$$

$$=2x^{1-a}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+a(1-a)x^{n-a-1}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+\frac{-8+8a+2n+4(1-\alpha)(2-n)}{(1-\alpha)(2-n)}x^{1-a}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha-1}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}$$

$$-x^{1-a}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}+$$

$$+\frac{2m+4\beta(2-m)}{\beta(2-m)}x^{1-a}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}}-$$

$$-x^{1-a}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}-$$

$$-a(1-a)x^{n-a-1}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}-$$

$$-\frac{4a}{(1-\alpha)(2-n)}x^{1-a}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha-1}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}-$$

$$-\frac{4b}{\beta(2-m)}x^{1-a}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}}=$$

$$=2\frac{-8+8a+2n+8-4a-2n-4a}{-2a-n}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha-1}[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}$$

$$+$$

$$+2\frac{2m+4b-2m-4b}{2b-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{-\beta}}=0$$

Теоремаи 2 исбот шуд.

Теоремаи 3. Бигзор $b<1$, $n\neq 2$, $m\neq 2$, $0<\beta<1$, $\alpha>1$ бошанд. Он гоҳ ҳалли регулярии муодилаи (1) дар соҳаи D^- чунин тасвир карда мешавад:

$$u(x,y,z)=A_{n,a}B_{m,b}T_{1-\alpha,1-\beta}\ \varphi_1+A_{n,a}\widetilde{B_{m,b}}(-y)^{1-b}T_{1-\alpha,\beta}\ \varphi_3, \quad (8)$$

дар ин ҷо φ_1,φ_3 – функсияҳои ихтиёрӣ мебошанд.

Теоремаи 3 ба монанди теоремаи 2 исбот карда мешавад, бо назардошти он ки ҷойҳои x ва y иваз карда мешаванд.

Теоремаи 4. Бигзор $b<1$, $a<1, n\neq 2$, $m\neq 2$, $0<\beta<1$, $0<\alpha<1$ бошанд. Он гоҳ ҳалли регулярии муодилаи (1) дар соҳаи D^- чунин тасвир карда мешавад

$$u(z,x,y)=A_{n,a}B_{m,b}T_{1-\alpha,1-\beta}\ \varphi_1+\widetilde{A_{n,a}}B_{m,b}x^{1-a}T_{\alpha,1-\beta}\ \varphi_2+$$
$$+A_{n,a}\widetilde{B_{m,b}}(-y)^{1-b}T_{1-\alpha,\beta}\ \varphi_3+\widetilde{A_{n,a}}\widetilde{B_{m,b}}x^{1-a}(-y)^{1-b}T_{\alpha,\beta}\ \varphi_4\,, \quad (9)$$

дар ин ҷо $\varphi_1,\ \varphi_2,\varphi_3,\ \varphi_4$ – функсияҳои ихтиёри мебошанд.

Исботи теоремаи 4. Азбаски ҷамъшавандаҳои як, ду ва сеюми тарафи рости баробарии (9) дар исботи теоремаҳои болои нишон дода шуд, ки муодилаи (1)-ро қаноат мекунанд, бинобар он дар инҷо нишон медиҳем, ки ҷамъшавандаи чорум низ муодилаи (1)-ро қаноат мекунонад.

Акнун ҳосилаҳои хусусии мувофиқро аз ҷамъшавандаи чоруми тарафи рости (9) ҳисоб мекунем:

а)

$$u_{zz}=2x^{1-a}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}$$

б)

$$u_x=(1-a)x^{-a}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$
$$+x^{1-a-\frac{n}{2}}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\sigma)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}\,. \quad (\mathbf{10})$$

Ҷамъшавандаи тарафи рости дуюми (10)-ро бо ҳиссаҳо меинтегронем

$$\mathcal{I}_5=\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\sigma)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}=$$

$$=\left|\begin{matrix} u=\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right] & dv=\frac{d[\sigma(1-\sigma)]}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}} \\ du=-\frac{4}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right] & v=\frac{[\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}}{1-\alpha}\end{matrix}\right|=$$

$$=\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right][\sigma(1-\sigma)]^{1-\alpha}}{1-\alpha}\Big|_0^1+$$
$$+\frac{4}{(1-\alpha)(2-n)}x^{\frac{2-n}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha-1}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}=$$

$$\mathcal{I}_5=\frac{4}{(1-\alpha)(2-n)}x^{\frac{2-n}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha-1}[\tau(1-\tau)]^{\beta}};$$

Акнун қимати $\mathcal{I}_5$-ро дар (10) гузошта, ҳосил мекунем:

$$u_x=(1-a)x^{-a}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$

$$+\frac{4}{(1-\alpha)(2-n)}x^{2-a-n}(-y)^{1-b}*$$
$$*\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha-1}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}.$$

Аз (10) бори дигар нисбат ба x ҳосила мегирем:

$$u_{xx}=-a(1-a)x^{-a-1}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$
$$+\left(2-2a-\frac{n}{2}\right)x^{-a-\frac{n}{2}}(-y)^{1-b}*$$
$$*\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\sigma)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$
$$+x^{1-a-n}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\sigma)^2d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}=$$
$$=-a(1-a)x^{-a-1}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$
$$+\frac{8-8a-2n-4(1-\alpha)(2-n)}{(1-\alpha)(2-n)}x^{1-a-n}(-y)^{1-b}*$$
$$*\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha-1}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$
$$+x^{1-a}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}.$$

в) Акнун ҳосилаҳоро нисбат ба y ҳисоб мекунем:

$$u_y=-(1-b)x^{1-a}(-y)^{-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$
$$+x^{1-a}(-y)^{1-b-\frac{m}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\tau)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}.$$

Ҷамъшавандаи дуюми тарафи рости баробарии охиронро нисбат ба τ бо ҳиссаҳо меинтегронем:

$$\mathcal{I}_6=\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\tau)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}=$$
$$=\left|\begin{matrix}u=\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right] & dv=\frac{d[\tau(1-\tau)]}{[\tau(1-\tau)]^{\beta}}\\ du=\frac{4}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau & v=\frac{[\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}{1-\beta}\end{matrix}\right|$$
$$=$$
$$=\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right][\tau(1-\tau)]^{1-\beta}}{1-\beta}\Big|_0^1-$$

$$-\frac{4}{(1-\beta)(2-m)}x^{1-a}(-y)^{\frac{2-m}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta-1}},$$

аз ин ҷо ҳосил мекунем:

$$\mathcal{J}_6=\frac{4}{(1-\beta)(2-m)}x^{1-a}(-y)^{\frac{2-m}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta-1}};$$

Дар u_y қимати $\mathcal{J}_6$ −ро гузошта, меёбем:

$$u_y=-(1-b)x^{1-a}(-y)^{-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$

$$-\frac{4}{(1-\beta)(2-m)}x^{1-a}(-y)^{2-b-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta-1}}.$$

Ҳосилаи тартиби дуюмро нисбат ба y ҳисоб мекунем:

$$u_{yy}=-b(1-b)x^{1-a}(-y)^{-b-1}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$

$$+(2-2b$$

$$-\frac{m}{2})x^{1-a}(-y)^{-b-\frac{m}{2}}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi'\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\tau)d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$

$$+x^{1-a}(-y)^{1-b-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right](1-2\tau)^2d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}=$$

$$=-b(1-b)x^{1-a}(-y)^{-b-1}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$

$$+\frac{8-8\beta-2m-4(1-\beta)(2-m)}{(1-\beta)(2-m)}x^{1-a}(-y)^{1-b-m}*$$

$$*\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta-1}}+$$

$$+x^{1-a}(-y)^{1-b-m}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}.$$

Ҳосилаҳоро дар муодилаи (1) мегузорем:

$$u_{zz}-x^n u_{xx}-(-y)^m u_{yy}-ax^{n-1}u_x+b(-y)^{m-1}u_y=$$

$$2x^{1-a}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$

$$+a(1-a)x^{n-a-1}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$

$$+\frac{-8+8a+2n+4(1-\alpha)(2-n)}{(1-\alpha)(2-n)}x^{1-a}(-y)^{1-b}*$$

$$*\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha-1}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}-$$

$$-x^{1-a}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$

$$-b(1-b)x^{1-a}(-y)^{m-b-1}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$

$$+\frac{8-8\beta-2m-4(1-\beta)(2-m)}{(1-\beta)(2-m)}x^{1-a}*$$

$$*(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta-1}}-$$

$$-x^{1-a}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\square\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}-$$

$$-a(1-a)x^{n-a-1}(-y)^{1-b}*$$

$$*\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}-$$

$$-\frac{4a}{(1-\alpha)(2-n)}x^{1-a}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha-1}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}$$

$$-b(1-b)x^{1-a}(-y)^{m-b-1}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}+$$

$$-\frac{4b}{\beta(2-m)}x^{1-a}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta-1}}=$$

$$=2\frac{-8+8a+2n+8-4a-2n+4a}{-2a-n}*$$

$$*x^{1-a}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha-1}[\tau(1-\tau)]^{\beta}}-$$

$$-2\frac{8-8\beta-2m-8-4b-2m-4b}{(1-\beta)(2-m)}*$$

$$*x^{1-a}(-y)^{1-b}\int_0^1 d\sigma\int_0^1\frac{\varphi''\left[\sqrt{2}\,z+\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}}(1-2\sigma)-\frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}}(1-2\tau)\right]d\tau}{[\sigma(1-\sigma)]^{\alpha}[\tau(1-\tau)]^{\beta-1}}=0$$

теоремаи 4 исбот шуд.

Ҳамин тавр нишон дода шуд, ки вобаста аз қиматҳои a,b,m,n тасвири интегралии ҳалҳои муодилаи (1) гуногун мешаванд.

АДАБИЁТ

1. Трикоми Ф. Лекции по уравнениям в частных производных / Ф. Трикоми. –М: Из-во иностранной литературы, 1957. -443 с.
2. Келдыш М.В. О некоторых случаях вырождения уравнения эллиптического типа на границе области / М.В. Келдыш // ДАН СССР. – 1951. -77. -№2. –С.181-183.
3. Сатторов А.С. Интегральные представления и задачи типа Коши для некоторых вырождающихся дифференциальных уравнений второго порядка в пространстве / А.С. Сатторов, Ё.Р. Джобиров // Материалы международный научно-теоретической конференции, посвященной восьмидесятилетию академика АН РТ Раджабова Н. –Душанбе, 2018.
4. Раджабов Н. Интегральные представления и граничные задачи для некоторых дифференциальных уравнений с сингулярными линиями или сингулярными поверхностями / Н. Раджабов. -Душанбе, 1980. -ч.I. -126 с.; 1981. -ч.II. -170 с.; -1982. -ч.III. -170 с.; -1985. -ч.IV. -148 с.

5. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных / А.В. Бицалзе. –М: Наука, 1981. -448 с.
6. Смирнов М.М. Вырождающиеся гиперболические уравнения / М.М. Смирнов. –Минск: Высшая школа, 1977.
7. Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа / М.М. Смирнов. –М: Высшая шкала, 1985. -302 с.
8. Сатторов А.С. Интегральные представления и граничные задачи для некоторых вырождающихся уравнений четвертого порядка с сингулярный линией / А.С. Сатторов // Изв. АН Тадж.ССР. - №3(117. -С.9-16.
9. Бицалзе А.В. Уравнения смешанного типа / А.В. Бицалзе. –М.: ВИНИТИ АН СССР, 1959. – 164 с.
10. Бицалзе А.В. Некоторые классы уравнений частных производных / А.В. Бицалзе. –М.: Наука, 198. – 448 с.
11. Моисеев Е.И. О теоремах единственности для уравнения смешанного типа / Е.И. Моисеев //ДАН СССР. - 1978. -т.242. -С.48-51.

ТАСВИРИ ИНТЕГРАЛИИ ҲАЛЛИ ЯКЕ АЗ МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛӢ БО ДУ ҲАМВОРИИ ТАНАЗЗУЛЁБАНДА ДАР ФАЗО

Дар мақола барои яке аз муодилаи дифференсиалӣ бо ду ҳамвории таназзулёбанд дар фазо, яъне муодилаи

$$u_{zz}+x^n u_{xx} -(-y)^m u_{yy} -ax^{n-1}u_x+b(-y)^{m-1}u_y=0 \qquad (1)$$

ки дар ин ҷо a,b,m,n -ададҳои домӣ мебошанд, тасвири интегралии ҳал ёфта шудааст.

Барои муодилаи (1) барои қиматҳои гуногуни a,b,m,n тасвири интегралии ҳалли регулярӣ дар соҳаи гиперболӣ ёфта шудааст.

Калидвожаҳо: муодилаи таназзулёбанда, тасвири интегралӣ, ҳалли регулярӣ, муодилаи ҷинси дуюм.

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕШЕНИЯ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ ВЫРОЖДЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

В данной работе для одного дифференциального уравнения с двумя плоскостями вырождения в пространстве .т.е.

$$u_{zz}+x^n u_{xx} -(-y)^m u_{yy} -ax^{n-1}u_x+b(-y)^{m-1}u_y=0 \quad (1)$$

где a,b,m,n - постоянные числа, найдены интегральные представления многообразия решений.

Для уравнения (1) при различных значениях a,b,m,n найдены интегральные представления регулярных решений в гиперболической части области.

Ключевые слова: вырождающиеся уравнения, интегральные представления регулярные решения, уравнение второго рода.

INTEGRATED REPRESENTATIONS FOR SOME DEGENERATING DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE SEKOND ORDEREN SPACE

In this work for one class differential equation with two degenerait plane in spies that is

$$u_{zz}+x^n u_{xx} -(-y)^m u_{yy} -ax^{n-1}u_x+b(-y)^{m-1}u_y=0 \quad (1)$$

where a,b,m,n -unknown constant, integral representation manifold solution is found.

For equation (1) at different riled a,b,m,n regular integral representation in hyperbolic part is found.

Key words: degenerating the equations – integrated representation- regular decisions – the equation of the two sort.

Сведения об авторах: ***Сатторов Абдуманон Сатторович*** – Таджикский национальный университет, доктор физико-матиматических наук, профессор кафедры высшей матиматики. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **(+992) 378-80-06-20**
Джобиров Ёкубджон Расулович – Таджикский национальный университет, магистрант. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **(+992) 919-03-58-00**

Information about the authors: ***Sattorov Abdumanon Sattorovich*** **-** Tajik National University, Doctor of Physics and Mathematics, professor of the Department of Higher Mathematics. **Address: 7**34025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **(+992) 378-80-06-20**
Dzhobirov Yokubjon Rasulovich **-** Tajik National University, undergraduate. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **(+992) 919-03-58-00**

УДК517

ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДВУМЕРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА ВОЛЬТЕРРА С ОСОБОЙ И СЛАБО-ОСОБОЙ ЛИНИЕЙ НА ПОЛОСЕ

Раджабова Л.Н., Хушвахтов М.Б.
Таджикский национальный университет

Через D обозначим область $D = \{(x, y): 0 \le a < x < \infty, 0 \le b < y < b_0\}$. Соответственно, обозначим $\Gamma_1 = \{y = b, 0 \le a < x < \infty\}$, $\Gamma_2 = \{x = a, 0 \le b < y < b_0\}$. В области D рассмотрим двумерное интегральное уравнение:

$$u(x,y)+\lambda\int_x^\infty \frac{u(t,y)}{(t-a)^\alpha}dt+\mu\int_b^y \frac{u(x,s)}{s-b}ds+\delta\int_x^\infty \frac{dt}{(t-a)^\alpha}\int_b^y \frac{u(t,s)}{s-b}ds=f(x,y) \quad (1)$$

где λ,μ,δ – заданные постоянные числа, $0<\alpha<1$, $f(x,y)$ –заданная функция, $u(x,y)$ –искомая функция.

Исследованию линейных интегральных уравнений типа Вольтерра с фиксированными граничными и внутренними неподвижными сингулярными и сверхсингулярными точками в ядрах посвящена работа [1].

Ранее в [2] на первом квадранте было изучено двумерное интегральное уравнение типа Вольтерра с граничным слабо-сингулярным ядром.

Изучению двухмерного интегрального уравнения типа Вольтерра с особой и слабо-особой линией на полосе в случае, когда параметры уравнения связаны между собой и не связаны между собой, также получению многообразия решений двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с сильно-особой и слабо -особой линией на полосе в случае, когда параметры уравнения связаны между собой, посвящены работы [3], [4], [5].

Целью настоящей работы является постановка и решение граничных задач для двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с особой и слабо-особой линией на полосе в случае, когда параметры уравнения связаны между собой.

Решение интегрального уравнения (1) будем искать в классе функций $u(x,y)\in C(\overline{D})$, $\lim_{x\to\infty}u(x,y)=0$ с асимптотическим поведением
$u(x,y)=O[x^{-\delta_1}]$, $\delta_1>1-\alpha$, $\lim_{y\to b}u(x,y)=0$ с асимптотическим поведением
$u(x,y)=o[(y-b)^\varepsilon]$, $\varepsilon>0$.

На основе полученных многообразий решений, полученных в [3], для уравнения (1) ставятся следующие задачи:

Задача Q_1. *Требуется найти решение интегрального уравнения (1) из класса $C(\overline{D})$, обращающееся в нуль на Γ_1, Γ_2 при $\lambda<0,\mu<0$, $\delta=\lambda\mu$, $0<\alpha<1$, по граничным условиям:*

$$[(y-b)^\mu u(x,y)]_{y=b}=N_1(x)\ x\in\Gamma_1$$
$$\left[e^{\lambda\omega_a^\alpha(x)}u(x,y)\right]_{x=\infty}=K_1(y)\ y\in\Gamma_2$$

где $N_1(x),K_1(y)$ –соотвественно, заданные функции точек Γ_1 и Γ_2.

Решение задачи Q_1: Согласно теореме 1 [3], при $\lambda<0,\mu<0$, $\delta=\lambda\mu$ общее решение интегрального уравнения (1) представимо в виде:

$$u(x,y)=(y-b)^{-\mu}\Phi(x)+e^{-\lambda\omega_a^\alpha(x)}\Psi(y)+F(x,y) \quad (2)$$

где функции $\Phi(x)$, $\Psi(y)$ и $F(x,y)$ определяются из равенств

$$\Phi(x)=\varphi_2(x)+\varphi_1(x)-\lambda\int_x^\infty e^{\lambda\{\omega_a^\alpha(t)-\omega_a^\alpha(x)\}}\frac{\varphi_1(t)\,dt}{(t-a)^\alpha}, \quad (3)$$

$$\Psi(y)=\psi_1(y)+\psi_2(y)-\mu\int_b^y\left(\frac{s-b}{y-b}\right)^\mu\frac{\psi_2(s)}{s-b}ds, \quad (4)$$

$$F(x,y)=f(x,y)-\lambda\int_x^\infty e^{\lambda\{\omega_a^\alpha(t)-\omega_a^\alpha(x)\}}\frac{f(t,y)dt}{(t-a)^\alpha}-\mu\int_b^y\left(\frac{s-b}{y-b}\right)^\mu\frac{f(x,s)}{s-b}ds+$$
$$+\lambda\mu\int_x^\infty e^{\lambda\{\omega_a^\alpha(t)-\omega_a^\alpha(x)\}}\frac{dt}{(t-a)^\alpha}\int_b^y\left(\frac{s-b}{y-b}\right)^\mu\frac{f(t,s)}{s-b}ds \quad (5)$$

$\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\psi_1(y)$, $\psi_2(y)$ – произвольные непрерывные функции на Γ_1, Γ_2, соответственно, и обращающееся в нуль при $x\to\infty, y\to b$ с асимптотическим поведением

$$\varphi_i(x)=O\left[e^{-\lambda\omega_a^\alpha(x)}x^{-\delta_2}\right],\delta_2>1-\alpha,x\to\infty,\ i=1,2, \quad (6)$$
$$\psi_j(y)=o[(y-b)^{\gamma_1}],\gamma_1>|\mu-1|,y\to b,j=1,2, \quad (7)$$

$f(x,y)\epsilon\ C(\overline{D})$ и $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to b}}f(x,y)=0$ с асимптотическим поведением:

$$f(x,y)=O\left[e^{-\lambda\omega_a^\alpha(x)}x^{-\delta_3}\right],\delta_3>1-\alpha,x\to\infty, \quad (8)$$

$$f(x,y) = o[(y-b)^{\gamma_2}], \gamma_2 > |\mu|, y \to b\,, \quad (9)$$

Из равенств (6), (7) следует, что функции $\Phi(x)$, $\Psi(y)$ на Γ_1, Γ_2 непрерывны и при $x \to \infty, y \to b$ обращаются в нуль с асимптотическим поведением

$$\Phi(x) = O\left[e^{-\lambda\omega_a^{\alpha}(x)}x^{-\delta_4}\right], \delta_4 > 1-\alpha, x \to \infty\,, \quad (10)$$

$$\Psi(y) = o[(y-b)^{\gamma_3}], \gamma_3 > \mu - 1, y \to b. \quad (11)$$

Исходя из интегрального представления (2), получим:

$$[(y-b)^{\mu}u(x,y)]_{y=b} = \Phi(x) = N_1(x),$$

$$\left[e^{\lambda\omega_a^{\alpha}(x)}u(x,y)\right]_{x=\infty} = \Psi(y) = K_1(y).$$

Следовательно, справедливы равенства:

$$\Phi(x) = N_1(x), \quad (12)$$

$$\Psi(y) = K_1(y). \quad (13)$$

Теорема 1.1. *Пусть в интегральном уравнении (1) $\lambda < 0, \mu < 0$, $\delta = \lambda\mu$, функция $f(x,y) \epsilon C(\overline{D})$ и удовлетворяют условиям (8),(9) функции $\Phi(x)$ и $\Psi(y)$, непрерывные на Γ_1, Γ_2 и при $x \to \infty, y = b$ обращаются в нуль, их поведение определяется из асимптотических формул (10) и (11). Тогда задача Q_1 имеет единственное решение, представимое в виде (2), где функции $\Phi(x)$ и $\Psi(y)$ определяются из равенств (12) и (13).*

Задача Q_2. *Требуется найти решение интегрального уравнения (1) из класса $C(\overline{D})$, обращающееся в нуль на Γ_1, Γ_2 при $\lambda > 0, \mu < 0, \delta = \lambda\mu, 0 < \alpha < 1$ по граничному условию:*

$$[(y-b)^{\mu}u(x,y)]_{y=b} = D_1(x)\ x \in \Gamma_1$$

где $D_1(x)$ −заданная функция точек Γ_1.

Решение задачи Q_2. Согласно теореме 2 [3], общее решение интегрального уравнения (1) при $\lambda > 0, \mu < 0$, $\delta = \lambda\mu$ имеет вид:

$$u(x,y) = (y-b)^{-\mu}\Phi(x) + F(x,y). \quad (14)$$

где функции $\Phi(x)$ и $F(x,y)$ определяются из равенств (3), (5) причем функция $f(x,y)$ удовлетворяет условиям: $f(x,y)\ \epsilon\ C\left(\overline{D}\right)$ и $\lim_{\substack{x\to\infty \\ y\to b}} f(x,y) = 0$ с асимптотическим поведением (9) и

$$f(x,y) = O\left[x^{-\delta_5}\right], \delta_5 > 1-\alpha, x \to \infty\,, \quad (15)$$

функции $\varphi_i(x)$, $(i = 1,2)$, непрерывны на Γ_1 и обращаются в нуль при $x \to \infty$ с асимптотическим поведением

$$\varphi_i(x) = O\left[x^{-\delta_6}\right], \delta_6 > 1-\alpha, x \to \infty, i = 1,2\,.$$

Следовательно, функция $\Phi(x)$ непрерывна на Γ_1 и обращается в нуль при $x \to \infty$ с асимптотическим поведением

$$\Phi(x) = O\left[x^{-\delta_7}\right], \delta_7 > 1-\alpha, x \to \infty\,. \quad (16)$$

Используя интегральное представление (14) и условие задачи Q_2, получим:

$$[(y-b)^{\mu}u(x,y)]_{y=b} = \Phi(x) = D_1(x).$$

Следовательно:

$$\Phi(x) = D_1(x). \quad (17)$$

Теорема 1.2. *Пусть в интегральном уравнении (1) $\lambda > 0, \mu < 0$, $\delta = \lambda\mu$, функция $f(x,y) \epsilon C(\overline{D})$ и удовлетворяет условиям (9),(15), функция $\Phi(x)$ непрерывна на Γ_1 и при $x \to \infty$ обращается в нуль с асимптотическим поведением по условию (16). Тогда задача Q_2 имеет единственное решение, представимое в виде (14), где функция $\Phi(x)$ определяется равенством (17).*

Задача Q_3. *Требуется найти решение интегрального уравнения (1) из класса $C(\overline{D})$ обращающееся в нуль на Γ_1, Γ_2 при $\lambda < 0, \mu > 0, \delta = \lambda\mu, 0 < \alpha < 1$, по граничному условию:*

$$\left[e^{\lambda\omega_a^{\alpha}(x)}u(x,y)\right]_{x=\infty} = M_1(y)\ y \in \Gamma_2$$

где $M_1(y)$ − заданная функция точек Γ_2.

Решение задачи Q_3. Из теоремы 3 [3], общее решение интегрального уравнения (1) при $\lambda < 0, \mu > 0$, $\delta = \lambda\mu$ имеет вид:

$$u(x,y) = e^{-\lambda\omega_a^{\alpha}(x)}\Psi(y) + F(x,y), \quad (18)$$

функции $\Psi(y), F(x,y)$ определяются равенствами (4), (5), причем функция $f(x,y)$ удовлетворяет условиям: $f(x,y)\,\epsilon\, C\left(\overline{D}\right)$, $lim_{\substack{x\to\infty \\ y\to b}} f(x,y) = 0$ с асимптотическим поведением (8) и

$$f(x,y) = o[(y-b)^{\varepsilon}], \varepsilon > 0, y \to b, \qquad (19)$$

$\psi_j(y), (i = 1{,}2) -$ произвольные непрерывные функции на Γ_2 и обращаются в нуль при $y \to b$ с асимптотическим поведением

$$\psi_j(y) = o[(y-b)^{\gamma_4}], \gamma_4 > \mu - 1, y \to b, j = 1{,}2.$$

Следовательно, функция $\Psi(y)$ непрерывна на Γ_2 и при $y \to b$ обращается в нуль с асимптотическим поведением:

$$\Psi(y) = o[(y-b)^{\varepsilon}], \varepsilon > 0, y \to b\,. (20)$$

Используя интегральное представление (18) и условие задачи Q_3, находим*:*

$$\left[e^{\lambda\omega_a^{\alpha}(x)}u(x,y)\right]_{x=\infty} = \Psi(y) = M_1(y)$$

Следовательно, справедливо равенство:

$$\Psi(y) = M_1(y) \qquad (21)$$

Теорема 1.3. *Пусть в интегральном уравнении (1)* $\lambda < 0, \mu > 0,\ \delta = \lambda\mu$, *функция* $f(x,y)\epsilon C\left(\overline{D}\right)$ *и удовлетворяет условиям (8),(19), функция* $\Psi(y)$ *непрерывна на* Γ_2 *и при* $y \to b$, *обращается в нуль с асимптотическим поведением (20). Тогда задача* Q_3 *имеет единственное решение, представимое в виде (18), где функция* $\Psi(y)$ *определяется равенством (21).*

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Раджабов Н. Интегральные уравнения типа Вольтерра с фиксированными граничными и внутренними сингулярными и сверхсингулярными ядрами и их приложения. Монография / Н. Раджабов. -Душанбе: Девиштич, 2007. –222 с.
2. Раджабова Л.Н. К теории одного класса двумерного слабо-сингулярного интегрального уравнения типа Вольтерра на первом квадранте/ Л.Н. Раджабова, Н. Раджабов // ДАН РТ. - 2014. -(57). -№6. -С. 443-451.
3. Раджабова Л.Н. К теории особых двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с особой и слабо-особой линией на полосе/ Л.Н. Раджабова, М.Б. Хушвахтов // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. - 2017. -№1/3. -С.3-5.
4. Раджабова Л.Н. К теории особых двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с особой и слабо-особой линией на полосе в случае, когда параметры уравнения не связаны между собой / Л.Н. Раджабова, М.Б. Хушвахтов // ДАН РТ. - 2018. -(61). -№4. -С.331-337.
5. Раджабова Л.Н. К теории особых двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с сильно-особой и слабо-особой линией на полосе / Л.Н. Раджабова, М.Б. Хушвахтов // Материалы международной научно-теоритической конференции, посвященной 70-летию образования Таджикского национального университета и 80-летию академика АН Республики Таджикистан д.ф.-м.н, профессора Раджабова Нусрата (г.Душанбе, 25-26 сентября 2018г.). –Душанбе, 2018. -С.205-210.

МАСЪАЛАҲОИ КАНОРӢ БАРОИ МУОДИЛАИ ИНТЕГРАЛИИ ДУЧЕНАКАИ НАМУДИ ВОЛТЕРРА БО ХАТҲОИ МАХСУСУСИЯТ ВА МАХСУСИЯТИ СУСТДОШТА ДАР ТАСМА

Мақолаи мазкур ба гузориш ва ҳалли масъалаҳои канорӣ барои муодилаи интегралии дученакаи намуди Волтерра бо хатҳои махсусият ва махсусияти сустдошта дар тасма дар ҳолати байни ҳам алоқаманд будани параметрҳои муодила бахшида шудааст.

Қаблан муодилаи интегралии дученакаи намуди Волтерра бо хатҳои сарҳадии махсусияти суст ва махсусиятдошта дар ҳолати байни ҳам алоқаманд будан ва набудани параметрҳо дар тасма омӯхта шуда буд. Инчунин, муодилаи интегралии дученакаи намуди Волтерра бо хатҳои махсусияти суст ва фавқулмахсусиятдошта дар ҳолати байни ҳам алоқаманд будан ва набудани параметрҳо дар тасма омӯхта шудааст.

Дар кори мазкур муайян шудааст, ки вобаста ба аломати параметрҳои муодилаи интегралӣ шартҳои канорӣ метавонанд дар ҳарду хатҳои махсус ва ё дар яке аз ин хатҳо гузошта шаванд.

Калидвожаҳо: муодилаи интегралӣ, хатти махсусияти суст, хатти махсус, шартҳои канорӣ.

ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДВУМЕРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА ВОЛЬТЕРРА С ОСОБОЙ И СЛАБО-ОСОБОЙ ЛИНИЕЙ НА ПОЛОСЕ

Настоящая статья посвящена постановке и решению граничных задач для двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с особой и слабо-особой линией на полосе в случае, когда параметры уравнения связаны между собой.

Ранее было изучено двумерное интегральное уравнение типа Вольтерра с граничными слабо-особой и особой линиями на полосе, в случае, когда параметры уравнения связаны между собой и не связаны между собой. Также изучено двумерное интегральное уравнение типа Вольтерра с граничными слабо-особой и сильно-особой линиями на полосе в случае, когда параметры уравнения связаны между собой и не связаны между собой.

В данной работе установлено, что в зависимости от знака параметров интегрального уравнения, краевые условия могут быть заданы на обеих особых линиях либо на одной из них.

Ключевые слова: интегральное уравнение, слабо-особая линия, особая линия, граничные условия.

BOUNDARY PROBLEMS FOR TWO-DIMENSIONAL INTEGRAL EQUATIONS OF VOLTERRA TYPE WITH SPECIAL AND WEAK-SPECIAL LINE ON THE STRIP

This article is devoted to the formulation and solution of boundary problems for two-dimensional Volterra type integral equations with a singular and weakly singular line on a strip, when the parameters of the equation are connected.

Earlier, a two-dimensional Volterra type integral equation with boundary weak-singular and singular lines on a strip was studied in the case when the parameters of the equation are connected and unconnected. A two-dimensional Volterra type integral equation with boundary weak-singular and strong-singular lines on the strip is also studied when the parameters of the equation are connected.

In this work, it has been established that, depending on the sign of the parameters of the integral equation, the boundary conditions can be specified on both special lines or on one of them.

Key words: integral equation, weakly singular line, singular line, boundary conditions.

Сведения об авторах: ***Раджабова Лутфия Нусратовна*** **-** Научно-исследовательского института Таджикского национального университета, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки 17. E-mail: **lutfya62@mail.ru**. Телефон: **(+992) 917-78-86-68**

Хушвахтов Мухидин Буракшоевич **-** Таджикский национальный университет, аспирант кафедры математического анализа и теории функций. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки 17. E-mail: **muhuddin_93@mail.ru**. Телефон: (**+992) 554-55-55-93**

Information about the authors: ***Radzhabova Lutfiya Nusratovna*** - Research Institute of the Tajik National University, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Principal Researcher. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue 17. E-mail: **lutfya62@mail.ru.** Phone: **(+992) 917-78-86-68**

Khushvakhtov Mukhidin Burakshoevich - Tajik National University, graduate student of the department of mathematical analysis and theory of functions. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue 17. E-mail: **muhuddin_93@mail.ru**. Phone: **(+992) 554-55-55-93**

УДК 639.2+001.891.57(575.3)

НАҚШИ ҲАРОРАТ ВА ОКСИГЕНИ СИСТЕМАИ БАССЕЙНӢ ДАР ТАБАҚАБАНДИИ МАРҲИЛАҲОИ ҲАЁТИ ГУЛМОҲӢ ВА ИНТИХОБИ ТАҒЙИРЁБАНДАҲОИ АМСИЛАИ МАТЕМАТИКӢ

Комилов Ф.С., Шамсов Ф.Т.
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон,
Донишгоҳи давлатии тиҷорати Тоҷикистон

Нақши ҳарорати об. Тавре маълум аст, дар раванди парвариши гулмоҳӣ ҳарорати об нақши калидӣ мебозад [3; 5]. Ин нақш начандон аз хосиятҳои худи об, балки аз хосияти пойкилотермии гулмоҳӣ бармеояд. Тибқи хосияти мазкур ҳарорати ҷисми эмбрионҳо, моҳичаҳо, ҷавонамоҳиҳо ва гулмоҳиҳои молӣ ҳамеша бо ҳарорати муҳити обии онҳо баробар аст. Азбаски гулмоҳӣ дар ҳар як марҳилаи ҷудогонаи ҳаёти худ танҳо дар ҳудудҳои муайяни ҳароратӣ метавонад фаъолият кунад, бинобар ин барои моҳипарвар донистани ин ҳудудҳои ҳароратӣ бисёр муҳим мебошад. Ҳангоми тағйир ёфтани ҳарорати бадани гулмоҳӣ шиддати метаболизми он низ тағйир меёбад, яъне мубодилаи моддаҳо, таҷзия ва тақсимоти онҳо низ дар байни узвҳои организми моҳӣ дигаргун мешаванд.

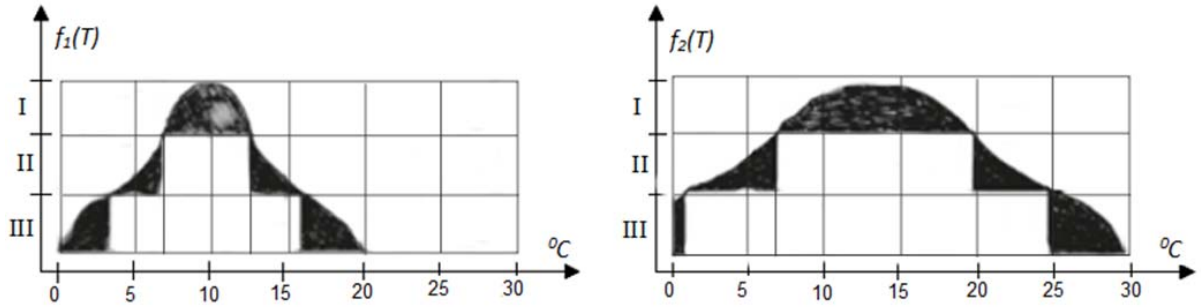
Эмбрионҳои рушдёбанда – $M_1(t)$ ва пешазкирминавии гулмоҳӣ – $M_2(t)$ ғизоро аз ҳисоби зардихалтачаҳои худ дарёфт намуда, оксигенро тавассути тамоми сатҳи баданашон дастрас менамоянд. Ҳудудҳои ҳароратии ин марҳилаҳои ҳаёти гулмоҳӣ ва

марҳилаи кирминавии он – $M_3(t_l)$ ба 6^0C-12^0C баробар аст. Дар ҳароратҳои баландтари ҳудудҳои мазкур суръати рушди эмбрионҳо ва кирминаҳо зиёд гашта, дар ҳароратҳои пасттараш, баръакс кам мегардад. Берун аз ҳудудҳои додашудаи ҳарорати об рушди ин марҳилаҳои ҳаёти гулмоҳӣ қатъ мегардад (расми 1, аз чап, [1]).

Фосилаи умумии вақти рушди эмбрионҳо ва кирминаҳои гулмоҳӣ аз давраи бордоршавии тухмчаҳо то ба шинокунӣ оғоз намудан ва ба даҳон гирифтани ғизои беруна аз тарафи кирминаҳо метавонад тақрибан 37-83 рӯзро ташкил диҳад [6; 7].

Расми 1. Ҳудудҳои ҳароратии оптималӣ (I), тоқатпазир (II) ва марговар (III) барои марҳилаҳои гуногуни онтогенези гулмоҳии рангинкамон: аз чап – графики функсияи ҳароратии рушди массаи гулмоҳӣ аз тухмчаҳои бордоршуда то кирминаҳои ба шинобаромада – $f_1(T)$; аз рост – графики функсияи ҳароратии рушди массаи гулмоҳӣ аз кирминаҳои ба шинобаромада то моҳии молӣ – $f_2(T)$

Fig. 1. Optimal temperature limits (I), tolerant (II) and lethal (III) for different stages of the ontogeny of rainbow trout: from the left - the graph of the temperature function of trout development from fertilized eggs to larvae - f1 (T); on the right - graph of the temperature function of trout mass growth from known larvae to fishery - f2 (T)



Пас аз гузариши кирминаҳои гулмоҳӣ ба истеъмоли ғизои омехтаи сунъӣ давомнокии рушди гурӯҳҳои гуногуни синнусолии минбаъдаи он на танҳо аз ҳарорати об ва оксигени дар об ҳалшуда, балки аз сифат ва миқдори ғизои истеъмолии ба системаи бассейнӣ иловашаванда вобаста мегардад.

Масалан, давомнокии рушди гулмоҳичаҳо – $M_4(t)$ дар ҳудудҳои ҳароратии марҳилаи ҳаётиашон (5^0C-15^0C), яъне аз давраи ба шинокунӣ оғоз намудани кирминаҳо то расидани дарозии мутлақи онҳо ба 5 *см* ва вазни миёнаашон ба 2 *г*, аз 1,5 то 3,0 моҳ (45-90 рӯз)-ро дар бар мегирад (расми 1, аз рост, [1]).

Давомнокии рушди ҷавонамоҳиҳо – $M_5(t)$, ки он аз интиҳои марҳилаи рушди гулмоҳичаҳо сар карда то дарозии мутлақашон ба 12,5 *см* ва вазни миёнаашон ба 25 *г* расидан идома меёбад, дар ҳамин ҳудудҳои ҳароратӣ (5^0C-15^0C) аз 3,0 то 4,5 моҳ (90-135 рӯз)-ро дар бар мегирад. Ва ниҳоят, айнан дар ҳамин ҳудудҳои ҳароратӣ давомнокии рушди гулмоҳии молӣ – $M_6(t)$, ки он аз интиҳои марҳилаи рушди ҷавонамоҳиҳо сар карда то ба 250 *г* расидани вазни миёнаи онҳо идома меёбад, аз 4,0 то 6,5 моҳ (120-195 рӯз)-ро дар бар мегирад. Агар хоҷагии моҳипарварӣ хоҳиши аз 250 *г* то 500 *г* ва аз он ҳам зиёдтар боло бурдани вазни миёнаи гулмоҳии молиро дошта бошад – $M_7(t)$, он гоҳ онро зарур аст, ки ба таври иловагӣ моҳиро аз 2,5 то 4,5 моҳ (75-135 рӯз) ва барои ба моҳии истеҳсолӣ табдил додани он бошад, то ба синни 3-4-солагӣ расиданаш бояд бо ғизои омехта таъмин намояд [7].

Ҳамин тариқ, популятсияи гулмоҳии дар системаи бассейнӣ бо сикли дусола парваришёбандаро вобаста ба ҳудудҳои ҳароратии марҳилаҳои ҳаётӣ, массаи миёнаи биологӣ, дарозии мутлақ ва давомнокии вақти аз як марҳила ба дигар марҳилаи ҳаётӣ

гузаштан ба 7 гурӯҳи синнусолӣ табақабандӣ кардан мумкин аст: $M_1(t)$ – эмбрионҳо, $M_2(t)$ – пешазкирминаҳо, $M_3(t)$ – кирминаҳо, $M_4(t)$ – моҳичаҳо, $M_5(t)$ – ҷавонамоҳиҳо, $M_6(t)$ – моҳиҳои молӣ, $M_7(t)$ – моҳиҳои молии калонвазн ва тухмиву таъмирӣ (истеҳсолӣ).

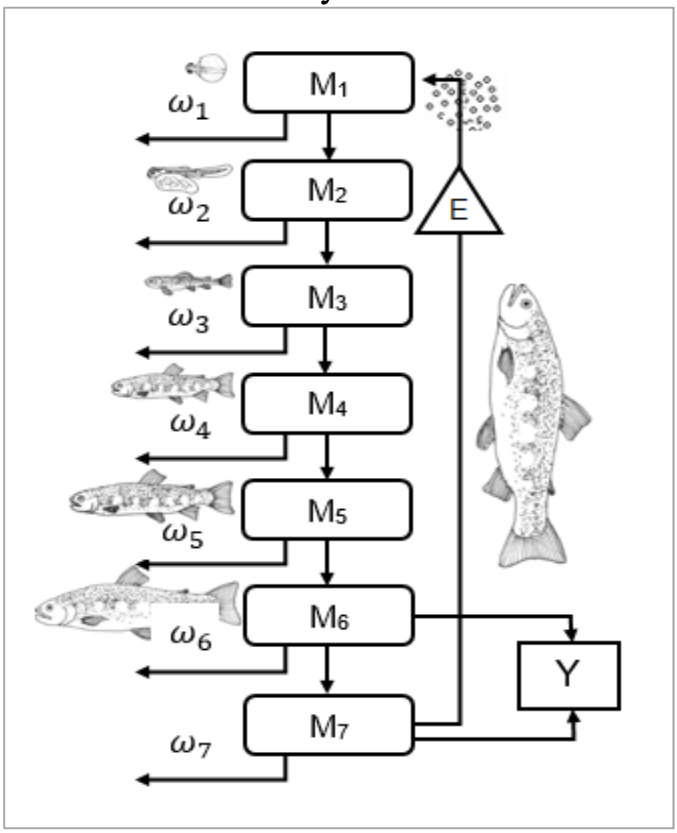
Асоси амсилаи консептуалии (алгоритми) гузариши вазъи популятсияи гулмоҳиро аз як марҳилаи ҳаётӣ ба дигараш дар системаи бассейнӣ танҳо равандҳои афзоиш ва фавти табииву марги истеҳсолии (маҷбурии) моҳӣ ташкил медиҳанду бас. Дар давоми марҳилаи мушаххаси ҳаётӣ дар натиҷаи фавти табиӣ ва марги истеҳсолӣ як қисми муайяни моҳиҳои (ω_i) ҳар як гурӯҳи синнусолӣ – $M_i(t), i = 1,2,\dots,7$ оламро падруд гуфта, қисми боқимондаи онҳо ба гурӯҳҳои синнусолии навбатӣ мегузаранд. Гурӯҳи якуми синнусолӣ – $M_1(t)$, ки аз тухми (E) моҳиҳои истеҳсолӣ – $M_7(t)$ ташаккул меёбад, барои ин қоида истисно мебошад. Тибқи талаботи бозор ҳиссаи муайяни *(Y)* моҳиҳои гурӯҳҳои шашум ва ҳафтум – $M_6(t), M_7(t)$ сайд карда мешаванд (расми 2).

Вобастагии миқдори оксиген аз ҳарорати об. Миқдори оксигени системаи бассейнӣ ба ғайр аз таъсироти омилҳои берунаи иқлимӣ, инчунин аз омилҳои зиёди дохилисистемавӣ, ба монанди миқдору зичии моҳиҳои дар он парваришёбанда, суръат ва мубодилаи оби он, шароити химиявии муҳити обӣ ва беш аз ҳама аз ҳарорати оби он вобаста мебошад.

Миқдори оксигени оби бассейн бо ҳарорати он алоқамандии ногусастанӣ дорад. Вобаста ба ҳарорати худ об метавонад танҳо як миқдори муайяни оксигенро ҳал намояд. Қимати бузургии максималии он дар система ҳамчунин бо фишори оксигени атмосфера алоқаманд мебошад. Миқдори барзиёдиаш ба атмосфера интиқол дода шуда, миқдори норасоияш, баръакс, аз атмосфера пур карда мешавад.

Расми 2. Нақшаи амсилаи консептуалии популятсияи гулмоҳӣ дар системаи бассейнӣ бо сикли дусолаи парвариш

Figure 2. The conceptual model of trout populations in the basin system with a two-year growing cycle



Дар амсила раванди мубодилаи байни оксигени оби бассейну атмосфера ва вобастагии оксигени система – $O_2(t)$ аз ҳарорати об – $T(t)$ бо ёрии формулаи

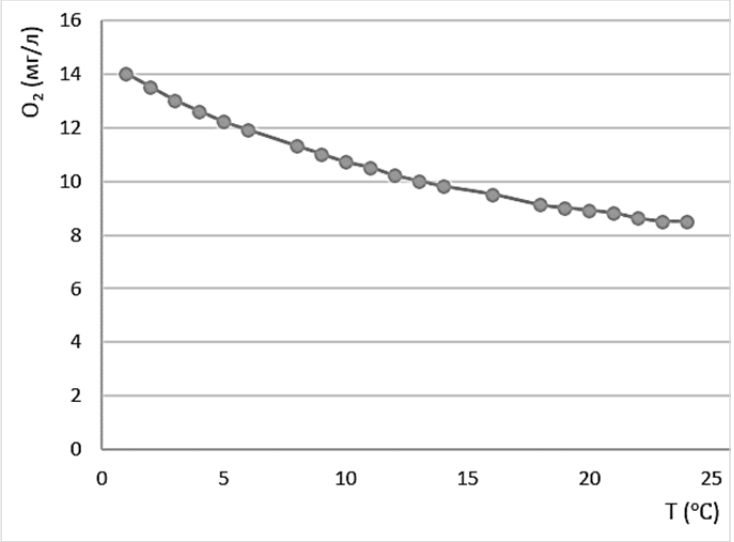
$$O_{rear}(t) = k_{rear} \cdot [O_{max} - O_2(t)]$$

тасвир карда шудааст, ки дар ин ҷо k_{rear} – коэффитсиенти реаэратсионӣ буда, $O_{max} = O_{max}(T)$ – функсияест, ки вобастагии миқдори максималии оксигени оби бассейнро аз ҳарорати оби он $T(t)$ ифода менамояд [....]:

$$O_{max}(T) = 14{,}61996 - 0{,}40420 \cdot T(t) + 0{,}00842 \cdot T(t)^2 - 0{,}00009 \cdot T(t)^3.$$

Графики расми 3 ифодагари вобастагии оксигени системаи бассейнӣ аз ҳарорати об мебошад. Тавре аз расм возеҳ дида мешавад, байни ҳарорати об ва миқдори максималии оксигени дар об ҳалшуда таносуби баръакс ҷой доштааст, яъне дар ҳароратҳои баланди об миқдори консентратсияи оксигени дар об ҳалшуда кам буда, баръакс, дар ҳароратҳои паст миқдори он зиёд аст. Ҳангоми ба нуқтаи максималӣ расидани қимати консентратсияи оксиген (*мг/л*), об 100% аз он сер шуда, оксигени барзиёдӣ ба атмосфера таҳвил (реаэратсия) дода мешавад.

Расми 3. Вобастагии ҳалшавандагии максималии имконпазири оксиген аз ҳарорати об
Fig. 3. Maximum possible oxygen dependence of water temperature



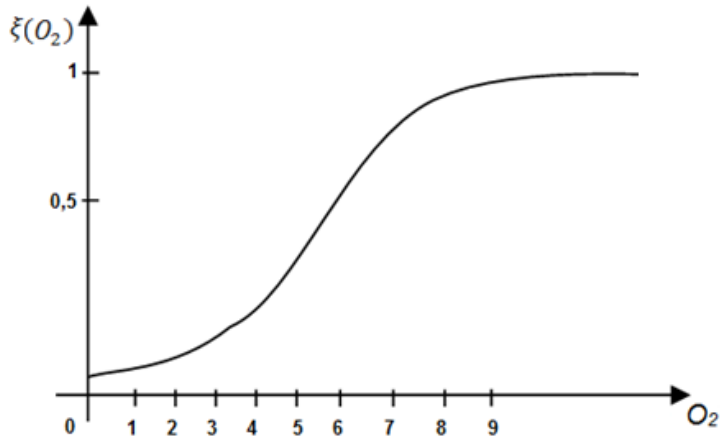
Таъсири оксигени дар об ҳалшуда $O_2(t)$ ба рушду афзоиши гулмоҳӣ дар шакли функсияи логистикии зерин ба ҳисоб гирифта шудааст:

$$\xi_i(O_2) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda_i(O_2 - \mu_i)}},$$

ки дар ин ҷо λ_i – параметр ифодагари дараҷаи каҷии графики функсия ва μ_i – коэффитсиент ифодагари қимати нимсершавии гулмоҳиҳои гурӯҳи синну соли i-юм аз оксиген (яъне чунин қимати $O_2(t)$, ки барои он $\xi_i(O_2) = \frac{1}{2}$ аст) мебошанд. Графики функсияи оксигении маҳдудгари суръати рушду афзоиши гулмоҳӣ дар расми 4 тасвир гардидааст.

Амсиласозии математикӣ. Азбаски равандҳои асосии мубодилаи моддаҳо, энергия ва иттилоот дар тамоми экосистемаҳои обӣ сифатан якхела амалӣ мегарданд, бинобар он асоси амсиласозии гулмоҳипарварӣ дар системаи бассейниро амсилаҳои консептуалӣ, математикӣ ва компютерии мавҷудаи ба технологияҳои моҳипарварӣ дар экосистемаи ҳавзҳо, обанборҳо ва кӯлҳо бахшидашуда ташкил додаанд [2-5; 9].

Расми 4. Функсияи вобастагии афзоиш ва рушди гулмоҳӣ аз оксиген
Fig. 4. Dependence function of oxygen growth and development of oxygen



Амсилаи консептуалии овардашудаи популятсияи гулмоҳиро (расми 2) бо истифода аз дастгоҳи муодилаҳои фарқии охирнок дар намуди зерин тасвир кардан мумкин аст:

$$E(t) = k \cdot M_7(t) \cdot (1 - \omega_7)$$
$$M_1(t+1) = \alpha \cdot E(t) \cdot e^{-\beta \cdot E}$$
$$M_2(t+1) = M_1(t) \cdot (1 - \omega_1)$$
$$M_3(t+1) = M_2(t) \cdot (1 - \omega_2)$$
$$M_4(t+1) = M_3(t) \cdot (1 - \omega_3)$$
$$M_5(t+1) = M_4(t) \cdot (1 - \omega_4)$$
$$M_6(t+1) = M_5(t) \cdot (1 - \omega_5)$$
$$M_7(t+1) = M_6(t) \cdot (1 - \omega_6)$$

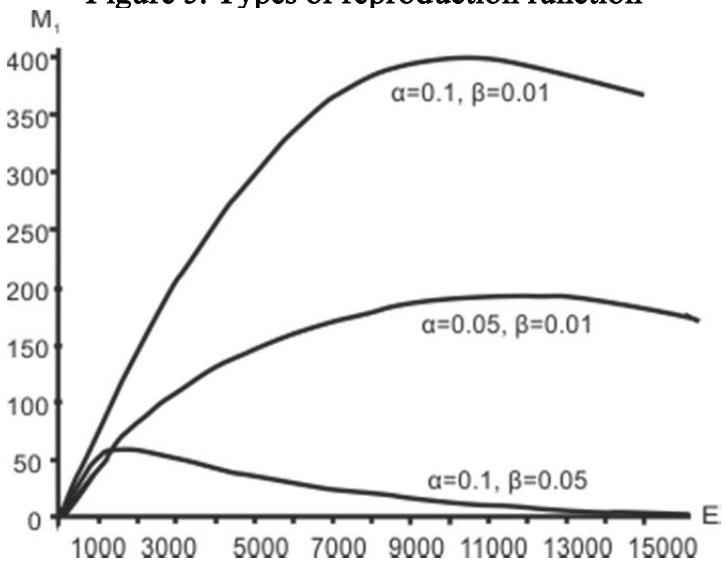
Дар системаи муодилаҳои овардашуда $M_i(t+1), M_i(t)$ – биомассаи моҳиҳои гурӯҳи i-юм ($i = 1, 2, \dots, 7$) дар лаҳзаҳои вақти *t+1* ва *t*, *E(t)* – миқдори тухмчаҳои истеҳсолнамудаи (ихроҷнамудаи, элиминатсияшудаи) моҳиҳои гурӯҳи $M_7(t)$, k – коэффитсиенти сернаслии моҳиҳои гурӯҳи $M_7(t)$ (миқдори тухмчаҳои истеҳсолнамудаи як фарди моҳӣ), ω_i – коэффитсиенти фавти умумии гурӯҳи моҳиҳои синну соли i-юм (ҳиссаи моҳиҳои бо сабабҳои гуногун азбайнрафта), α ва β – коэффитсиентҳои функсияи такрористеҳсоли моҳӣ (расми 5, [10]) мебошанд.

Маънои биологии функсияи такрористеҳсол – $\alpha \cdot E(t) \cdot e^{-\beta \cdot E}$ (расми 5) аз он иборат аст, ки дар ибтидо бо зиёдшавии миқдори моҳиҳои истеҳсолӣ ва тухмчаҳои истеҳсолнамудаи онҳо миқдори насли моҳӣ низ меафзояд, вале пас аз ба нуқтаи максималии худ расидан, характери камшавӣ пайдо намуда, дар ҳудуд ба сифр майл мекунад. Гарчанде коэффитсиентҳои функсияи такрористеҳсоли моҳӣ – α ва β ба таври эмпирикӣ чен карда шаванд ҳам, аммо онҳо бо миқдори максималии кирминаҳои гурӯҳи якум – M_1^{max} ва тухмчаҳои истеҳсолшуда – E^{max} тавассути таносубҳои зерин алоқаманд мебошанд:

$$M_1^{max} = \frac{\alpha}{\beta \cdot e}, E^{max} = \frac{1}{\beta}.$$

Ҳангоми ба беохир майл кардани миқдори тухмчаҳои истеҳсолшуда $\langle E(t) \to \infty \rangle$, ба сифр майл кардани функсияи такрористеҳсол $\langle \alpha \cdot E(t) \cdot e^{-\beta \cdot E} \to 0 \rangle$ ягон маънои биологӣ надорад, чунки дар ҳар сурат як миқдор кирминаҳои азтухмбаромада ҳатман зинда хоҳанд монд. Аз ин рӯ, дар аксар амсилаҳои баъдии В. Риккер [10] ин камбудӣ бартараф карда шуда, миқдори кирминаҳои зиндамонда – *M1(t),* аз ягон қимати *E(t)* сар карда, доимӣ ҳисоб карда мешавад.

Расми 5. Намудҳои функсияи такрористеҳсол
Figure 5. Types of reproduction function



Тавре зикр шуд, дар умум фавти гулмоҳӣ бо ду сабаб рух дода метавонад: марги табиӣ ё биологӣ (аз рӯйи синну сол, сироят аз бемориҳо, шикор аз тарафи парандагон ва ғайра) ва марги истеҳсолӣ (сайди моҳӣ барои фурӯш ва дигар амалҳои иҷбории антропогенӣ).

Азбаски марги биологии гулмоҳӣ ҳодисаи тасодуфӣ аст, онро дар амалия ҳеҷ гоҳ аниқ муайян кардан мумкин нест. Маъмулан ҳангоми амсиласозӣ онро ҳамчун бузургии стохастикие ба ҳисоб мегиранд, ки он қиматҳои худро аз ягон ҳудудҳои пешакӣ додашуда қабул мекунад. Дар амсиласозиҳои компютерӣ барои амалигардонии ин мақсад бештар аз функсияи ададҳои псевдотасодуфии Rnd, ки қиматҳои он дар фосилаи аз 0 то1 ба таври муттасил тақсим шудаанд, истифода бурда мешавад. Ин аз як тараф.

Аз тарафи дигар, маълум аст, ки марги биологии гулмоҳӣ аз консентратсияи оксигени дар об ҳалшуда сахт вобаста мебошад. Барои баҳисобгирии ин омил ва бо назардошти андешаҳои зикршуда бузургии марги биологии гулмоҳиро ба воситаи ифодаи $\varpi \cdot q(O_2) + 0{,}1 \cdot (Rnd - 0{,}5)$ тасвир менамоем, ки дар ин ҷо ϖ – қимати миёнаи (коэффитсиенти) марги биологии гулмоҳӣ ва $q(O_2)$ – функсияи оксигенӣ – ифодагари раванди фавти фаврии гулмоҳӣ ҳангоми якбора паст фаромадани консентратсияи оксигени об – O_2 мебошанд.

Намуди функсияи оксигении марги биологӣ чунин аст:

$$q(O_2) = 1 + \frac{\acute{\omega}}{O_2},$$

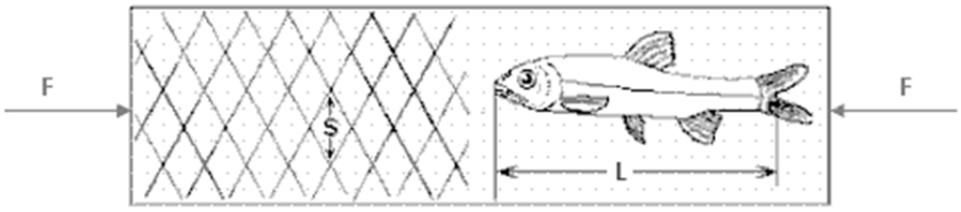
ки дар ин ҷо $\acute{\omega}$ – коэффитсиенти ифодагари ҳиссаи вусъатёбандаи марги фаврии гулмоҳӣ ҳангоми нарасидаи оксиген мебошад.

Айнан ба мисли марги биологӣ, марги истеҳсолии гулмоҳӣ низ аз омилҳои бисёре вобаста аст. Ҳангоми амсиласозӣ мо марги истеҳсолиро ҳамчун функсияи сетағйирёбанда ба ҳисоб мегирем (расми 6): андозаи (дарозии) моҳӣ (L), андозаи чашмакҳои тӯри моҳидорӣ (S) ва шиддати сайди моҳӣ (F) – миқдори фармоишҳои нуқтаҳои савдо ва талаботи тарабхонаҳо.

Фарз карда мешавад, ки ҳангоми бо шиддати додашудаи F ҷамъоварӣ намудани моҳиҳои бассейн дар тӯри моҳидории андозаи чашмакҳояш ба S баробарбуда моҳиҳое қатъан боқӣ мемонанд, ки андозаҳои онҳо – $L(t)$ аз ягон андозаи буҳронии (критикии) додашудаи моҳӣ – L_2 калон бошанд: $L(t) > L_2$.

Расми 6. Вобастагии марги истеҳсолии гулмоҳӣ аз шиддати сайдкунӣ, андозаи чашмакҳои тӯри моҳидорӣ ва дарозии худи моҳӣ

Figure 6. Dependence of trout production death on catch intensity, size of fishing nets and length of fish itself



Дар ин маврид вобаста ба андозаи чашмакҳои тӯр (S) ду гунаи сайдкунии моҳиро метавон амалӣ гардонид:

▪ *гунаи якум*, андозаи чашмакҳои тӯр (S) бо андозаи параметри L_2 баробар аст, яъне $S = L_2$. Дар ин маврид он моҳиҳое, ки андозаашон – $L(t)$ аз андозаи буҳронии додашудаи моҳӣ – L_2 хурд ё баробари он $\langle L(t) \le L_2 \rangle$ мебошанд, дар бассейн фаъолияти ҳаётии худро идома дода, моҳиҳое, ки андозаашон $L(t) > L_2$ аст, ба тӯр меафтанд ва коэффитсиенти марги истеҳсолии гулмоҳӣ ($\tilde{\omega}$) аз рӯйи формулаи зерин ҳисоб карда мешавад:

$$\tilde{\omega} = \begin{cases} 0, L(t) \le L_2 \\ F, L(t) > L_2. \end{cases}$$

▪ *гунаи дуюм*, андозаи чашмакҳои тӯр (S) дар байни андозаҳои параметрҳои L_2 ва L_1 мехобад, яъне $L_1 < S < L_2$. Дар ин нобаробарӣ L_2 – ба мисли пешина андозаи моҳиҳои қатъан сайдшаванда ва L_1 – андозаи (дарозии) максималии моҳиҳои озодона аз тӯргузарандаро ифода менамоянд.

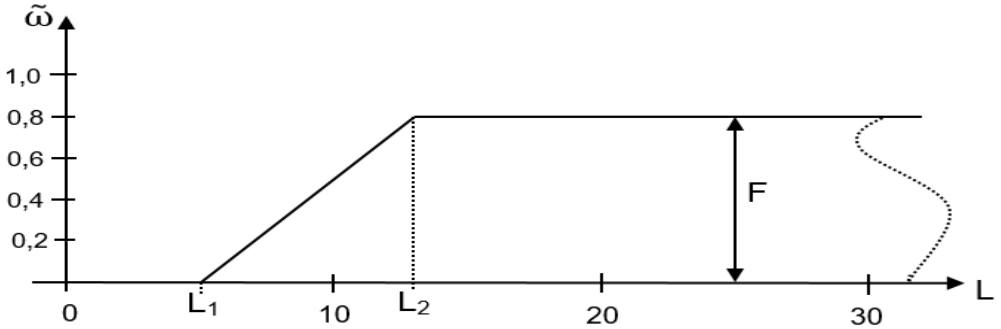
Дар мавриди мазкур низ он моҳиҳое, ки андозаҳои онҳо – $L(t)$ аз ягон андозаи буҳронии додашуда – L_2 калон ва ё баробари он мебошанд $\langle L(t) \ge L_2 \rangle$, дар тӯри андозаи чашмакҳояш ба S баробарбуда қатъан боқӣ мемонанд ва он моҳиҳое, ки андозаашон – $L(t)$ аз андозаи максималии озодона аз тӯр гузаранда – L_1 хурд ё баробари он $\langle L(t) \le L_1 \rangle$ мебошанд, ба тӯр намеафтанд. Моҳиҳое, ки андозаашон дар байни қимати параметрҳои L_1 ва L_2 мехобанд, бо шиддати $F \cdot [L(t) - L_1]/(L_2 - L_1)$ сайд мешаванд (расми 7).

Тибқи иттилооти графикии дар расми 8 тасвирёфта дар ин маврид формулаи ҳисобкунии қимати коэффитсиенти марги истеҳсолӣ ($\tilde{\omega}$) намуди зеринро ба худ мегирад:

$$\tilde{\omega} = \begin{cases} 0, L(t) \le L_1 \\ F \cdot \dfrac{L(t) - L_1}{L_2 - L_1}, L(t) > L_1 \wedge L(t) < L_2 \\ F, L(t) \ge L_2 \end{cases}$$

Расми 7. Вобастагии байни коэффитсиенти марги истеҳсолии гулмоҳӣ ($\tilde{\omega}$) ва андозаҳои сайдкунии он (L_1, L_2)

Figure 7. Correlation between trout production death ratios ($\tilde{\omega}$) and their catch rates (L1, L2)



Параметрҳои L_1 ва L_2 бо андозаи чашмакҳои тӯр (S) тавассути таносубҳои зерин алоқаманд мебошанд:

$$L_1 = k_f \cdot S - \frac{k_s}{2},$$
$$L_2 = k_f \cdot S + \frac{k_s}{2}.$$

Дар ин ҷо k_f – коэффитсиентест, ки аз шакли ҷисми моҳӣ вобастагӣ дорад. Дар амсила ба мисли [6] $k_f = 3$ қабул шудааст. Коэффитсиенти k_s бошад, ҳамчун фарқи параметрҳои L_2 ва L_1 ба ҳисоб гирифта мешавад:

$$k_s = L_2 - L_1.$$

Маълум аст, ки марги биологӣ ва фавти истеҳсолии моҳӣ ҳодисаҳои бо ҳам ноҳамҷоя мебошанд, яъне он моҳиҳое, ки ба тӯр афтидаанд, ҳеҷ гоҳ наметавонанд бо сабабҳои табиӣ бимиранд ва баръакс, он моҳиҳое, ки аз таъсири паразитҳо ё дарандаҳо нобуд шудаанд, ҳеҷ гоҳ наметавонанд ба тӯр биафтанд. Аз ин рӯ, дар амсила барои ҳисобкунии фавти умумии гулмоҳиҳои гурӯҳҳои синнусолии гуногун (ω_i) аз формулаҳои зерин истифода шудааст, ки дар онҳо ϖ_i – коэффитсиенти фавти биологӣ ва $\tilde{\omega}_i$ – коэффитсиенти фавти истеҳсолии моҳиҳо мебошанд:

$$\omega_i = \varpi_i \cdot q_i(O_2) + 0{,}1 \cdot (Rnd - 0{,}5), i = 1, 2, 3, 4, 5,$$
$$\omega_i = 1 - \left[1 - \left(\varpi_i \cdot q_i(O_2) + 0{,}1 \cdot (Rnd - 0{,}5)\right)\right] \cdot (1 - \tilde{\omega}_i), i = 6, 7.$$

АДАБИЁТ

1. Войнарович, А. Мелкомасштабное разведение радужной форели: технический документ ФАО по рыболовству и аквакультуре. №561 / А. Войнарович, Д. Хойчи, Т. Мот-Поульсен. – Рим: ФАО, 2014. – 99 с.
2. Комилов, Ф.С. Бунёди илмии соҳаи моҳипарварӣ – таъмини амнияти озуқаворӣ, тандурустии аҳолӣ ва беҳдошти вазъи иқтисодии Тоҷикистон / Ф.С. Комилов, Ф.Т. Шамсов, М.Р. Ёров // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. Бахши илмҳои табиӣ. – 2018. –№2. – С.72-82.
3. Комилов, Ф.С. Вобастагии байни омилҳои муҳити обӣ ва энергияи табодулотии моҳӣ / Ф.С. Комилов, М.Р. Ёров, Ф.Т. Шамсов // Кишоварз. – 2018. –№3. –С.56-58.
4. Комилов, Ф.С. Форелеводство-высокоинтенсивная отрасль прудового рыбоводства / Ф.С. Комилов, И.М. Саидов // Известия таджикского отделения международной академии наук высшей школы. – 2016. –№1. – С.47-55.
5. Комилов, Ф.С. Хусусиятҳои фарқкунандаи хоҷагиҳои гулмоҳипарварӣ аз хоҷагиҳои зағорамоҳипарварӣ / Ф.С. Комилов, Ф.Т. Шамсов // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. Бахши илмҳои табиӣ. – 2018. –№2. –С.279-286.
6. Меншуткин, В.В. Искусство моделирования (экология, физиология, эволюция) / В.В. Меншуткин. – СПб.: «Петрозаводск», 2010. – 416 с.
7. Hoitsy, G. 2002. A Pisztráng tenyésztése és horgászata. 152 oldal.
8. Huet, M. 1970. Textbook of fish culture, breeding and cultivation of fish. Surrey, UK, Fishing News (Books) Ltd. 436 p.
9. Komilov, F. Computer-based study of patterns in fish pond ecosystem evolution / F. Komilov, S. Mirzoyev // Mechanical Engineering Research and Developments. – 2018. –Vol. 41. –№1. –P.142-150.
10. Ricker W.E. Stock and recruitment // Canadian. Journal. Fish. Aquat. Sci. 1954. -№11(5). –P.25–67.
11. Wang, L.K. Mathematical models of dissolved oxygen concentration in fresh water / L.K. Wang, D. Vielking, M.N. Wang // Ecological Modelling. – 1978. –№5. –P.115-123.

НАҚШИ ҲАРОРАТ ВА ОКСИГЕНИ СИСТЕМАИ БАССЕЙНӢ ДАР ТАБАҚАБАНДИИ МАРҲИЛАҲОИ ҲАЁТИ ГУЛМОҲӢ ВА ИНТИХОБИ ТАҒЙИРЁБАНДАҲОИ АМСИЛАИ МАТЕМАТИКӢ

Дар мақола қайд гардидааст, ки нақши калидии ҳарорати об дар раванди парвариши гулмоҳӣ аз хосияти пойкилотермии худи ин моҳӣ бармеояд. Ҳангоми тағйир ёфтани ҳарорати бадани гулмоҳӣ шиддати метаболизми он низ тағйир ёфта, суръати истеъмоли ғизо ва давомнокии фосилаи рушди он дигаргун мегардад.

Инчунин, дар мақола вобастагии миқдори оксигени бассейн аз ҳарорати оби он таҳқиқ шуда, барои тасвири математикии он формулаи мувофиқ пешкаш гардидааст. Собит шудааст, ки байни ҳарорати об ва миқдори максималии оксигени дар об ҳалшуда таносуби баръакс ҷой дорад.

Вобаста ба ҳудудҳои ҳароратии марҳилаҳои ҳаётӣ, миқдори оксигени дар об ҳалшуда, массаи миёнаи биологӣ, дарозии мутлақ ва давомнокии вақти аз як марҳила ба дигар марҳилаи ҳаётӣ гузаштан, популятсияи гулмоҳии системаи бассейнӣ бо сикли дусолаи парвариш ба 7 гурӯҳи синнусолӣ табақабандӣ шудааст: эмбрионҳо, пешазкирминаҳо, кирминаҳо, моҳичаҳо, ҷавонамоҳиҳо, моҳиҳои молӣ, моҳиҳои молии калонвазн ва тухмиву таъмирӣ (истеҳсолӣ).

Асоси амсилаҳои консептуалӣ ва математикии гузариши вазъи популятсияи гулмоҳиро аз як марҳилаи ҳаётӣ ба дигараш равандҳои афзоиш ва фавти биологиву истеҳсолии моҳӣ ташкил додаанд.

Калидвожаҳо: гулмоҳӣ, бассейни моҳипарварӣ, ҳарорат, оксиген, биомасса, миқдор, марҳила, амсилаи консептуалӣ, амсилаи математикӣ, система.

РОЛЬ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОДЫ И КИСЛОРОДА БАССЕЙНОВОЙ СИСТЕМЫ В ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭТАПОВ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА ФОРЕЛИ И ВЫБОРА ПЕРЕМЕННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

В статье указывается, что ключевая роль температуры воды в процессе выращивания форели вытекает из пойкилотермического свойства самой рыбы. При изменении температуры тела рыбы также изменяется обмен вещества в её организме (метаболизм), что влечёт за собой изменение скорости потребления корма и продолжительности времени её роста и развития.

В статье также исследована зависимость величины содержания кислорода в бассейне от температуры воды и приведена соответствующая формула для его математического описания. Отмечено, что между температурой воды и максимальной концентрацией растворенного кислорода существует обратная пропорциональность.

В зависимости от температурных границ этапов жизненного цикла, количества растворенного в воде кислорода, средней биологической массы, абсолютной длины и продолжительности временного интервала от одного этапа до другого этапа жизненного цикла, популяция форели бассейновой системы с двухлетним циклом выращивания делится на 7 возрастных групп: эмбриональный, предличинки, личинки, мальки, сеголетки, товарная рыба, крупная товарная рыба и ремонтно-маточные (производители).

За основу концептуальной и математической моделей переходных состояний с одного этапа на другой этап жизненного цикла популяции форели взяты процессы её роста и развития, а также её биологической и промышленной смертностей.

Ключевые слова: форель, рыбоводный бассейн, температура, кислород, биомасса, количество, этап, концептуальная модель, математическая модель, система.

THE ROLE OF TEMPERATURE OF WATER AND OXYGEN OF THE POOL SYSTEM IN DETERMINING THE STAGES OF THE TREE'S VITAL CYCLE AND THE CHOICE OF THE VARIABLE MATHEMATICAL MODEL

The article indicates that the key role of water temperature in the process of trout breeding stems from the poikilothermic properties of the fish itself. When the fish's body temperature changes, the metabolism in its body (metabolism) also changes, which entails a change in the feed consumption rate and the length of time it grows and develops.

The article also investigated the dependence of the oxygen content in a pool on water temperature and presented the corresponding formula for its mathematical description. It is noted that there is an inverse proportionality between the temperature of the water and the maximum concentration of dissolved oxygen.

Depending on the temperature boundaries of the life cycle stages, the amount of oxygen dissolved in water, the average biological mass, the absolute length and duration of the time interval from one stage to another stage of the life cycle, the trout population of the basin system with a two-year growing cycle is divided into 7 age groups: embryonic, larvae, larvae, fry, fingerlings, commercial fish, large commercial fish and materiel (producers).

The basis of the conceptual and mathematical models of transition states from one stage to another stage of the life cycle of a trout population is based on the processes of its growth and development, as well as its biological and industrial mortality.

Key words: trout, fish-breeding basin, temperature, oxygen, biomass, quantity, stage, conceptual model, mathematical model, system.

Сведения об авторах: ***Комилов Файзали Саъдуллоевич*** – Таджикский национальный университет, доктор физико-математических наук, профессор кафедры информатики. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **(+992) 988-68-50-14**. E-mail: **komfaiz@mail.ru**

Шамсов Фатхиддин Тоирович – Таджикский государственный университет коммерции, старший преподаватель кафедры ИСвЭ. **Адрес:** 734055, Республика Таджикистан, г. Душанбе, улица Дехоти, 1/2. Телефон: **(+992) 909-88-26-69**. E-mail: **shamsov_f85@inbox.ru**

Information about the authors: ***Komilov Fayzali Sadulloevich*** **-** Tajik National University, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Informatics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **(+992) 988-68-50-14.** E-mail: **komfaiz@mail.ru**

Shamsov Fatkhiddin Toirovich **-** Tajik State University of Commerce, Senior Lecturer, Department of ISVE. **Address:** 734055, Republic of Tajikistan, Dushanbe, 1/2 Dekhoti Street. Phone**: (+992) 909-88-26-69.** E-mail: **shamsov_f85@inbox.ru**

УДК 519.2(075)

ҚОНУНҲОИ ТАҚСИМОТ ВА ТАВСИФИ ОНҲО

Шерматов Н., Одинаев Р.Н.
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Қонунҳои математикии назарияи эҳтимолият аз абстраксияи қонуниятҳои статистикии реалӣ, ки ба зуҳуроти тасодуфии оммавӣ хос аст, ҳосил мешавад. Мавҷуд будани ин қонуниятҳо бо зуҳуроти оммавӣ, яъне бо иҷрои миқдори зиёди таҷрибаҳои якҷинса алоқаманд аст.

Ҳангоми ҳалли масъалаҳои гуногун, ки ба зуҳуротҳои тасодуфӣ алоқаманданд, назарияи эҳтимолият аз аппарати бузургиҳои тасодуфиро васеъ истифода мебаранд. Барои татбиқи ин аппарат, қонунҳои тақсимоти бузургиҳои тасодуфии дар масъала иштирокдошта бояд дониста шаванд.

Дар мақолаи пешниҳодшаванда функсияҳои характеристикии қонунҳои тақсимоти бузургиҳои тасодуфӣ ҳисоб карда шудаанд.

Соли 1900 Ляпунов А.М. яке аз шаклҳои умумикардашудаи теоремаи ҳудудии марказиро исбот кард [1,с.287]. Барои исботи ин теорема ӯ методи махсуси функсияҳои характеристикиро эҷод кард, ки он минбаъд методи мустақили пурзӯр ва зарур барои ҳалли масъалаҳои гуногуни назарияи эҳтимолият гардид [2,с.125].

Функсияи

$$\varphi(t) = M\left(e^{itX}\right) \text{ (1)}$$

-ро функсияи характеристикӣ меноманд, ки дар ин ҷо i – воҳиди мавҳум ва функсияи $\varphi(t)$ – интизорияти математикии бузургии тасодуфии e^{itX} – ро ифода мекунанд.

Агар X – бузургии тасодуфии дискретии қатори тақсимоташ

x_i	x_1	x_2	...	x_n
p_i	p_1	p_2	...	p_n

бошад, он гоҳ функсияи характеристикиаш

$$\varphi(t) = \sum_{k=1}^{n} e^{itx_k}\, p_k \text{ (2)}$$

мебошад.

Агар X – бузургии тасодуфии бефосила бошад, он гоҳ

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} f(x)dx \text{ , (3)}$$

ин ҷо $f(x)$ – функсияи зичии тақсимот аст [3,с.222].

1. Қонуни тақсимоти Рэлей.

Ин қонун дар чандин масъалаҳои амалӣ вомехӯрад. Масалан, зичии эҳтимолиятҳои қиматҳои амплитудӣ, яъне рахтанги хамкардашудаи шиддатҳои тасодуфӣ ё ҷараёни нормалӣ тақсимшуда ба қонуни Рэлей итоат мекунад. Дар ибтидо ин зичии эҳтимолиятҳоро с. 1880 Лорд Рэлей, ҳангоми дида баромадани хамгаштшавии суммаи қатори лаппишҳои гармоникии зудиашон гуногун ҳосил карда буд. Он инчунин, дар тирпаронии санҷишӣ аз пушка, ракета ва дигар яроқи оташфишон, ки парокандагиаш (тамоил аз нишон) дар ҳар яке аз ду самти байниҳам перпендикуляри новобаста аз рӯйи қонуни нормалӣ тақсимшуда мебошад, мушоҳида мегардад. Ҳамин тавр, агар ибтидои системаи координатаи росткунҷаро нишон ҳисоб кунем ва парокандашавиро аз рӯйи тирҳо бо X ва Y ишора намоем, он гоҳ саҳв ба

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

баробар мешавад. Агар X ва Y бузургиҳои тасодуфии новобастаи гауссии $M(X)=0$ ва $D(X)=\sigma^2$ бошанд, он гоҳ зичии эҳтимолиятҳо барои R чунин навишта шуда

$$f_R(x)=\begin{cases}2h^2xe^{-h^2x^2} \text{ дар мавриди } x\geq 0,\\ 0 \text{ дар мавриди } x<0,\end{cases}$$

зичии рэлевии тақсимоти эҳтимолиятҳо номида мешавад.

Функсияи тавсифии ин қонунро бо истифода аз формулаи (3) ҳисоб мекунем:

$$\varphi(t)=2h^2\int_0^\infty xe^{itx}e^{-h^2x^2}dx=2h^2\int_0^\infty x\,e^{-h^2x^2+itx}dx=$$

$$=-\frac{2h^2}{2h^2}\int_0^\infty e^{-h^2x^2+itx}\,d(-h^2x^2+itx)+it\int_0^\infty e^{-h^2x^2+itx}\,dx=$$

$$=-e^{-h^2x^2+itx}\Big|_0^\infty+it\int_0^\infty e^{-h^2x^2+itx}\,dx=$$

$$=1+it\int_0^\infty e^{-\left(h^2x^2-\frac{2it}{2h}x\cdot h+\left(\frac{it}{2h}\right)^2\right)+\left(\frac{it}{2h}\right)^2}dx=1+it\int_0^\infty e^{-\left(hx-\frac{it}{2h}\right)^2+\left(\frac{it}{2h}\right)^2}dx=$$

$$=1+ite^{\left(\frac{it}{2h}\right)^2}\cdot\frac{1}{h}\int_0^\infty e^{-\left(hx-\frac{it}{2h}\right)^2}d\left(hx-\frac{it}{2h}\right)=$$

$$=1+\frac{it}{h}e^{-\frac{t^2}{(2h)^2}}\cdot\frac{\sqrt{\pi}}{2}=\frac{2h+\sqrt{\pi}ite^{-\frac{t^2}{(2h)^2}}}{2h}.$$

2. Қонуни тақсимоти Максвелл.

Модули вектори суръати паҳншавии молекулаи газ бузургии тасодуфӣ буда, ба қонуни Максвелл итоат мекунад, яъне зичии ин қонун дар намуди зерин ифода меёбад [4,с.47]:

$$f(\vartheta)=\begin{cases}\frac{4h^3}{\sqrt{\pi}}\vartheta^2e^{-h^2\vartheta^2}, \text{дар мавриди } \vartheta>0,\\ 0, \text{дар мавриди } \vartheta<0,\end{cases}$$

ин ҷо ϑ – суръат, h - доимӣ аст.

Функсияи тавсифиашро меёбем:

$$\varphi(t)=\frac{4h^3}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty\vartheta^2e^{-h^2\vartheta^2}e^{it\vartheta}\,d\vartheta=\frac{4h^3}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty\vartheta^2e^{-\left(h^2\vartheta^2-\frac{2ith\vartheta}{2h}+\left(\frac{it}{2h}\right)^2\right)+\left(\frac{it}{2h}\right)^2}d\vartheta=$$

$$=\frac{4h^3}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty\vartheta^2e^{-\left(h\vartheta-\frac{it}{2h}\right)^2+\left(\frac{it}{2h}\right)^2}d\vartheta=\frac{4h^3}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty e^{\left(\frac{it}{2h}\right)^2}\cdot\vartheta^2e^{-\left(h\vartheta-\frac{it}{2h}\right)^2}d\vartheta$$

Гузориш менамоем:

$$u=h\vartheta-\frac{it}{2h},\vartheta=\frac{1}{h}\left(u+\frac{it}{2h}\right),d\vartheta=\frac{du}{h}.$$

Он гоҳ,

$$\varphi(t)=\frac{4h^3}{\sqrt{\pi}}e^{\left(\frac{it}{2h}\right)^2}\int_0^\infty\frac{1}{h^2}\left(u+\frac{it}{2h}\right)^2e^{-u^2}\cdot\frac{du}{h}=$$

$$=\frac{4}{\sqrt{\pi}}e^{\left(\frac{it}{2h}\right)^2}\int_0^\infty\left(u^2+\frac{itu}{h}+\left(\frac{it}{2h}\right)^2\right)e^{-u^2}du=$$

$$=\frac{4}{\sqrt{\pi}}e^{\left(\frac{it}{2h}\right)^2}\left[\int_0^\infty u^2e^{-u^2}du+\frac{it}{h}\int_0^\infty ue^{-u^2}du+\left(\frac{it}{2h}\right)^2\int_0^\infty e^{-u^2}du\right]=$$

$$= \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{\left(\frac{it}{2h}\right)^2} \left(I_1 + \frac{it}{h} I_2 + \left(\frac{it}{2h}\right)^2 I_3 \right).$$

$$I_1 = \int_0^\infty u^2 e^{-u^2} du = \int_0^\infty u \cdot u e^{-u^2} du =$$

$$= \left| \begin{matrix} u = z, u e^{-u^2} du = dz \\ du = dz, z = -\frac{1}{2} \int e^{-u^2} d(-u^2) = -\frac{e^{-u^2}}{2} \end{matrix} \right| =$$

$$= -\frac{z e^{-z^2}}{2} \Big|_0^\infty + \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-z^2} dz = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} = \frac{\sqrt{\pi}}{4};$$

$$I_2 = \int_0^\infty u e^{-u^2} du = -\frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-u^2} d(-u^2) = -\frac{e^{-u^2}}{2} \Big|_0^\infty = -\left(0 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2};$$

$$I_3 = \int_0^\infty e^{-u^2} du = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.$$

Он гоҳ,

$$\varphi(t) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{\left(\frac{it}{2h}\right)^2} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{4} + \frac{it}{2h} + \left(\frac{it}{2h}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right) = e^{\left(\frac{it}{2h}\right)^2} + \frac{2it}{h\sqrt{\pi}} e^{\left(\frac{it}{2h}\right)^2} + \frac{(it)^2}{2h^2} e^{\left(\frac{it}{2h}\right)^2} =$$

$$= e^{\left(\frac{it}{2h}\right)^2} \left(1 + \frac{2it}{h\sqrt{\pi}} + \frac{(it)^2}{2h^2} \right).$$

3. Қонуни Накагами.

Қонуни тақсимоти Накагами тақсимоти эҳтимолиятҳо буда, функсияи зичии тақсимоташ ба

$$f(x, \mu, \omega) = \frac{2\mu^\mu}{\Gamma(\mu)\omega^\mu} x^{2\mu-1} \exp\left(-\frac{\mu}{\omega} x^2\right),$$

$x > 0, \omega > 0, \mu \geq 0{,}5$ баробар аст. Ин ҷо μ ва ω параметрҳо ва $\Gamma(\mu)$ – гамма – функсия мебошад. Қонун нисбатан нав буда, соли 1960 аз тарафи Накагами пешниҳод гардидааст. Он барои моделиронии хомӯшшавии бонгҳо дар каналҳои алоқаи бесими бисёршуоъ истифода карда мешавад.

Ададҳои тавсифии ин қонунро ҳисоб мекунем:

а). Интизорияти математикӣ.

$$M(X) = \frac{2\mu^\mu}{\Gamma(\mu)\omega^\mu} \int_0^\infty x^{2\mu} e^{\left(-\frac{\mu}{\omega} x^2\right)} dx.$$

Фарз мекунем:

$$u = \frac{\mu}{\omega} x^2, x = \sqrt{\frac{\omega}{\mu}} u^{\frac{1}{2}}$$

$$x^2 = \frac{\omega}{\mu} u, dx = \sqrt{\frac{\omega}{\mu}} \cdot \frac{1}{2} u^{-\frac{1}{2}} du$$

Он гоҳ,

$$M(X) = \frac{2\mu^\mu}{\Gamma(\mu)\omega^\mu} \int_0^\infty \left(\frac{\omega}{\mu}\right)^\mu u^\mu \sqrt{\frac{\omega}{\mu}} \cdot \frac{1}{2} u^{-\frac{1}{2}} e^{-u} du =$$

$$= \frac{\sqrt{\omega}}{\Gamma(\mu)\sqrt{\mu}} \int_0^\infty u^{\mu-\frac{1}{2}} e^{-u} du = \frac{\sqrt{\omega}}{\Gamma(\mu)\sqrt{\mu}} \int_0^\infty u^{\mu+\frac{1}{2}-1} e^{-u} du =$$

$$= \sqrt{\frac{\omega}{\mu}} \frac{\Gamma\left(\mu + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(\mu)}.$$

б). Барои ёфтани дисперсия, аввал $M(X^2)$ –ро меёбем:

$$M(X^2) = \frac{2\mu^\mu}{\Gamma(\mu)\omega^\mu} \int_0^\infty x^{2\mu+1} e^{-\frac{\mu}{\omega}x^2} dx.$$

Фарз мекунем:

$$u = \frac{\mu}{\omega}x^2, x = \sqrt{\frac{\omega}{\mu}} u^{\frac{1}{2}}$$

$$x^2 = \frac{\omega}{\mu}u, dx = \sqrt{\frac{\omega}{\mu}} \cdot \frac{1}{2} u^{-\frac{1}{2}} du$$

Пас,

$$M(X^2) = \frac{2\mu^\mu}{\Gamma(\mu)\omega^\mu} \int_0^\infty \left(\frac{\omega}{\mu}\right)^\mu u^\mu \sqrt{\frac{\omega}{\mu}} u^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\omega}{\mu}} \cdot \frac{1}{2} u^{-\frac{1}{2}} e^{-u} du =$$

$$= \frac{\omega}{\Gamma(\mu)\mu} \int_0^\infty u^\mu e^{-u} du = \frac{\omega}{\Gamma(\mu)\mu} \Gamma(\mu + 1) = \frac{\omega}{\Gamma(\mu)\mu} \cdot \mu\Gamma(\mu) = \omega.$$

Он гоҳ,

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = \omega - \frac{\omega}{\mu}\left(\frac{\Gamma\left(\mu + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(\mu)}\right)^2 =$$

$$= \omega\left(1 - \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{\Gamma\left(\mu + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(\mu)}\right)^2\right).$$

4. Қонуни Эрланг.

Қонуни тақсимоти Эрланг, қонуни дупараметраи тақсимот буда, барои дода шудани эҳтимолияти бузургиҳои тасодуфии бефосилаи мусбат истифода мешавад, ки он барои аксар масъалаҳои эҳтимолият хос аст. Зичии эҳтимолияти бузургии тасодуфӣ, ки тақсимоти Эрлангро дорад, бо формулаи

$$w(x) = \frac{\lambda^{k+1}}{k!} x^k e^{-\lambda x}, x \geq 0, \lambda > 0. (4)$$

муайян карда мешавад.

Тавре аз (4) бармеояд, зичии эҳтимолият аз қиматҳои k ва λ вобаста аст. Параметри k–ро тартиби тақсимоти Эрланг меноманд ($k = 0,1,2, \dots$).

Тавсифҳои қонунро ҳисоб менамоем:

а)

$$M(X) = \frac{\lambda^{k+1}}{k!} \int_0^\infty x^{k+1} e^{-\lambda x} dx = \left| \begin{matrix} u = \lambda x, \\ x = \frac{1}{\lambda}u \\ dx = \frac{1}{\lambda}du \end{matrix} \right| =$$

$$= \frac{\lambda^{k+1}}{k!} \int_0^\infty \left(\frac{1}{\lambda}u\right)^{k+1} e^{-u} \cdot \frac{1}{\lambda} du = \frac{\lambda^{k+1}}{k!} \cdot \frac{1}{\lambda^{k+1}} \cdot \frac{1}{\lambda} \int_0^\infty u^{k+1} e^{-u} du =$$

$$= \frac{1}{\lambda k!} \Gamma(k + 2) = \frac{1}{\lambda k!} \cdot (k + 1)! = \frac{k + 1}{\lambda}.$$

б).

$$M(X^2)=\frac{\lambda^{k+1}}{k!}\int_0^{\infty}x^{k+2}e^{-\lambda x}dx=\left|\begin{matrix}u=\lambda x,\\ x=\frac{1}{\lambda}u\\ dx=\frac{1}{\lambda}du\end{matrix}\right|=$$

$$=\frac{\lambda^{k+1}}{k!}\int_0^{\infty}\left(\frac{1}{\lambda}u\right)^{k+2}e^{-u}\cdot\frac{1}{\lambda}du=\frac{\lambda^{k+1}}{k!}\cdot\frac{1}{\lambda^{k+2}}\cdot\frac{1}{\lambda}\int_0^{\infty}u^{k+2}e^{-u}du=$$

$$=\frac{1}{\lambda^2k!}\Gamma(k+3)=\frac{1}{\lambda^2k!}\cdot(k+2)!=\frac{(k+1)(k+2)}{\lambda^2}.$$

Он гоҳ,

$$D(X)=\frac{(k+1)(k+2)}{\lambda^2}-\left(\frac{k+1}{\lambda}\right)^2=$$

$$=\frac{(k+1)(k+2)}{\lambda^2}-\frac{(k+1)^2}{\lambda^2}=\frac{(k+1)[k+2-(k+1)]}{\lambda^2}=\frac{k+1}{\lambda^2}.$$

в)

$$\varphi(t)=\frac{\lambda^{k+1}}{k!}\int_0^{\infty}e^{itx}x^ke^{-\lambda x}dx=\frac{\lambda^{k+1}}{k!}\int_0^{\infty}x^ke^{-(\lambda-it)x}dx=$$

$$=\left|\begin{matrix}(\lambda-it)x=u\\ x=\frac{u}{\lambda-it}\\ dx=\frac{du}{\lambda-it}\end{matrix}\right|=\frac{\lambda^{k+1}}{k!}\int_0^{\infty}\left(\frac{u}{\lambda-it}\right)^ke^{-u}\cdot\frac{du}{\lambda-it}=$$

$$=\frac{\lambda^{k+1}}{k!}\cdot\frac{1}{(\lambda-it)^{k+1}}\int_0^{\infty}u^ke^{-u}du=\frac{\lambda^{k+1}}{k!\,(\lambda-it)^{k+1}}\Gamma(k+1)=$$

$$=\frac{\lambda^{k+1}}{k!\,(\lambda-it)^{k+1}}\cdot k!=\left(\frac{\lambda}{\lambda-it}\right)^{k+1}.$$

Ҳангоми $k=1$ будан, функсияи тақсимотро барои бузургии тасодуфие, ки қонуни тақсимоти Эрланг дорад, ҳосил мекунем. Формулаи (4)–ро ба формулаи алоқамандии функсия ва зичии тақсимот гузошта, дорем [5,с.36]:

$$F(x)=\int_0^{x}\lambda^2te^{-\lambda t}dt.\ (5)$$

Интегралро бо методи қисм ба қисм ҳисоб мекунем:

$$u=t,du=dt,d\vartheta=e^{-\lambda t}dt,\vartheta=-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda t}.$$

Он гоҳ,

$$F(x)=\lambda^2\left(-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda t}\cdot t\Big|_0^x+\frac{1}{\lambda}\int_0^{x}e^{-\lambda t}dt\right)=$$

$$=\lambda^2\left(-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda x}\cdot x-\frac{1}{\lambda^2}e^{-\lambda t}\Big|_0^x\right)=-\lambda xe^{-\lambda x}-e^{-\lambda x}+1=1-(1+\lambda x)e^{-\lambda x},$$

яъне

$$F(x)=1-(1+\lambda x)e^{-\lambda x}.(6)$$

Формулаи (6) имконият медиҳад бо осонӣ эҳтимолияти ба интервали додашуда афтидани бузургии тасодуфие, ки тақсимоти Эрланги тартиби якумро дорад, муайян карда шавад.

Қонуни тақсимоти Эрланг аксаран ҳангоми дида баромадани масъалаи хизматрасонии оммавӣ, хусусан барои муайян кардани вақте ки барои барқарор намудани коршоямӣ сарф карда мешавад, вомехӯрад [6,с.54].

Одатан ин қонунро дар ҳолатҳое истифода мебаранд, ки агар дарозии протсесс чун суммаи k пайдарпайии элементарии ташкилдиҳандааш аз рӯйи қонуни экспоненсиалӣ тақсимшуда истифода кардан мумкин бошад.

5. Гамма – тақсимот.

Бузургии тасодуфии X, ҳангоми $x \geq 0$ будан бо функсияи зичии тақсимоти

$$f(x) = \frac{1}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} x^{\alpha} e^{-\frac{x}{\beta}}, \alpha > -1, \beta > 0$$

дода шудааст, ҳангоми $x < 0$, $f(x) = 0$ аст. Ин тақсимотро гамма – тақсимот меноманд [4,с.33].

Функсияи характеристикиашро ҳисоб мекунем:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} \int_0^{\infty} e^{itx} \cdot x^{\alpha} e^{-\frac{x}{\beta}} dx = \frac{1}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} \int_0^{\infty} x^{\alpha} e^{-\left(\frac{1}{\beta}-it\right)x} dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} y = \left(\frac{1}{\beta} - it\right)x \\ x = \frac{y\beta}{1-\beta it} \\ dx = \frac{\beta dy}{1-\beta it} \end{array} \right| = \frac{1}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} \int_0^{\infty} \left(\frac{\beta y}{1-\beta it}\right)^{\alpha} e^{-y} \cdot \frac{\beta}{1-\beta it} dy =$$

$$= \frac{1}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} \cdot \frac{\beta^{\alpha}}{(1-\beta it)^{\alpha}} \cdot \frac{\beta}{1-\beta it} \int_0^{x} y^{\alpha} e^{-y} dy =$$

$$= \frac{1}{(1-\beta it)^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} \cdot \Gamma(\alpha+1) = \frac{1}{(1-\beta it)^{\alpha+1}}.$$

6. Қонуни тақсимоти Лаплас.

Мегӯянд, ки бузургии тасодуфии X аз рӯйи қонуни Лаплас тақсим шудааст, агар зичиаш ба

$$f(x) = \frac{1}{2\alpha} e^{-\frac{|x-a|}{\alpha}}, \alpha > 0$$

баробар бошад, ки дар ин ҷо a – адади дилхоҳи ҳақиқӣ мебошад.

Функсияи тавсифии қонунро меёбем:

$$\varphi(t) = \frac{1}{2\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} e^{-\frac{|x-a|}{\alpha}} dx = \frac{1}{2\alpha} \int_{-\infty}^{a} e^{itx} e^{\frac{x-a}{\alpha}} dx + \frac{1}{2\alpha} \int_{a}^{\infty} e^{itx} e^{-\frac{x-a}{\alpha}} dx =$$

$$= \frac{1}{2\alpha} \int_{-\infty}^{a} e^{itx + \frac{x-a}{\alpha}} dx + \frac{1}{2\alpha} \int_{a}^{\infty} e^{itx - \frac{x-a}{\alpha}} dx = I_1 + I_2.$$

$$I_1 = \frac{1}{2\alpha} \int_{-\infty}^{a} e^{itx + \frac{x-a}{\alpha}} dx = \frac{1}{2\alpha} \int_{-\infty}^{a} \frac{e^{itx + \frac{x}{\alpha} - \frac{a}{\alpha}} d\left(itx + \frac{x}{\alpha} - \frac{a}{\alpha}\right)}{it + \frac{1}{\alpha}} =$$

$$= \frac{1}{2\alpha(it + \frac{1}{\alpha})} e^{itx + \frac{x}{\alpha} - \frac{a}{\alpha}} \Big|_{-\infty}^{a} = \frac{1}{2(\alpha i t + 1)} e^{iat};$$

$$I_2 = \frac{1}{2\alpha} \int_{a}^{\infty} e^{itx - \frac{x-a}{\alpha}} dx = \frac{1}{2\alpha} \int_{a}^{\infty} e^{itx - \frac{x}{\alpha} + \frac{a}{\alpha}} dx = \frac{1}{2\alpha} \int_{a}^{\infty} \frac{e^{itx - \frac{x}{\alpha} + \frac{a}{\alpha}} d\left(itx - \frac{x}{\alpha} + \frac{a}{\alpha}\right)}{it - \frac{1}{\alpha}} =$$

$$= \frac{1}{2\alpha} \cdot \frac{e^{itx - \frac{x}{\alpha} + \frac{a}{\alpha}}}{it - \frac{1}{\alpha}} \Big|_{a}^{\infty} = \frac{1}{2(\alpha i t - 1)} e^{-\left(\frac{x}{\alpha} - itx - \frac{a}{\alpha}\right)} \Big|_{a}^{\infty} = -\frac{1}{2(\alpha i t - 1)} e^{iat}.$$

Пас,

$$\varphi(t) = \frac{e^{iat}}{2(\alpha it+1)} - \frac{e^{iat}}{2(\alpha it-1)} = \frac{e^{iat}(\alpha it-1) - e^{iat}(\alpha it+1)}{2(\alpha it+1)(\alpha it-1)} =$$
$$= \frac{\alpha ite^{iat} - e^{iat} - \alpha ite^{iat} - e^{iat}}{2(-\alpha^2t^2-1)} = \frac{-2e^{iat}}{-2(1+\alpha^2t^2)} = \frac{e^{iat}}{1+\alpha^2t^2}.$$

АДАБИЁТ

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. –М.: Гос. изд. физ. – мат. лит., 1962. – 546 с.
2. Самандаров Э.Г. Асосҳои назарияи эҳтимолият / Э.Г. Самандаров, М. Мӯъминов, Н. Шерматов. – Душанбе: Маориф, 1992. – 192 с.
3. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей / Б.В. Гнеденко. –М.: Гос. изд. физ. – мат. лит., 1961. – 406 с.
4. Шерматов Н. Ададҳои тавсифии қонунҳои тақсимоти бузургиҳои тасодуфӣ / Н. Шерматов, Р. Олимшоев. -Душанбе: Девиштич, 2006. – 56 с.
5. Шерматов Н. Курси мухтасари назарияи эҳтимолият ва статистикаи математикӣ / Н. Шерматов, Р.Э. Азизов. –Душанбе: Сино, 2000. – 135 с.
6. Шерматов Н. Элементҳои назарияи хизматрасонии оммавӣ / Н. Шерматов, П.Б. Садриддинов. -Душанбе: Эр-граф, 2018. – 86 с.

ҚОНУНҲОИ ТАҚСИМОТ ВА ТАВСИФИ ОНҲО

Комилан муайян аст, ки асоси барқарор шудани ин ё он қонуни тақсимот таҷриба мебошад. Ҳар як зуҳуроти тасодуфӣ, ки бо ёрии методҳои назарияи эҳтимолият тадқиқ карда мешаванд, ба тарзи мустақим ё ғайримустақим ба маълумотҳои таҷрибавӣ такя мекунад. Пас, ҳангоми коркарди ҳаҷми калони маълумотҳои статистикӣ, масъалаи муайян кардани қонуни тақсимот ба миён меояд.

Қонуни тақсимот бо ёрии функсияи зичии тақсимот дода шуда, ягон протсессро ифода мекунад. Масалан, миқдори парокандашавии моддаҳои радиоактивии атом дар воҳиди вақт; миқдори ҳиссачаҳои кайҳоние, ки дар як воҳиди вақт дар соҳаи муайян пайдо мешавад, қонуни тақсимоти Пуассонро доранд. Ё модули вектори суръати паҳншавии молекулаи газ бузургии тасодуфӣ буда, ба қонуни Максвелл итоат мекунад.

Дар мақола функсияҳои характеристикии қонунҳои тақсимоти Рэлей, Максвелл, Гамма – тақсимот ва Лаплас ёфта шуда, ададҳои тавсифии қонуни тақсимоти Накагами ва Эрланг ҳисоб карда шудаанд.

Калидвожаҳо: қонуни тақсимот, функсияи характеристикӣ, зичии тақсимот, эҳтимолият, интизорияти математикӣ, дисперсия, бузургии тасодуфӣ.

ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКИ

Основополагающим фактом установления того или иного закона распределения является – опыт. Каждое случайное явление, которое исследуется посредствам или непосредственно методами теории вероятностей, опирается на опытных данных. Поэтому при обработке большого количества статистических данных возникает задача определения закона распределения, который выражает определённый процесс.

Закон распределения задаётся с помощью функции плотности распределения. Например, количество рассеивавшихся радиоактивных веществ атома за единицу времени; количество космических частиц, которые возникают за единицу времени в определённом пространстве, соответствуют закону распределения Пуассона. Или модуль вектора скорости распределения молекулы газа является случайной величиной и подчиняется закону Максвелла.

В статье вычислены характеристические функции законов распределения Рэлея, Максвелла, Гамма – распределения, Лапласа, а также найдены числовые характеристики законов распределения Накагами и Эрланга.

Ключевые слова: закон распределения, характеристическая функция, плотность распределения, вероятность, математическое ожидание, дисперсия, случайная величина.

DISTRIBUTION LAW AND ITS CHARACTERISTICS

The fundamental factor in establishing this or that law on distribution is the experience point of each random phenomenon, which is invest gated by means of or directly through methods of the theory of probability based on experimental data. Therefore, when processing a large number amount of statistical data, a certain distribution problem arises, which expresses a certain process.

The distribution law is set using the density distribution function. For example, the amount of scattered radioactive substances of an atom per unit of time; the number of cosmic particles that occurs per unit of time in a certain space have the Poisson distribution law. Or the modulus of the velocity vector of the propagation of a gas molecule is a random variable and obeys Maxwell's law.

In the article, the characteristic functions of the distribution laws of Rayleigh, Maxwell, Gamma distribution, Laplace were calculated, and numerical characteristics of the distribution laws of Nakagami and Erlang were found.

Key words: the distribution law, the characteristic function, the distribution density, probability, expectation, variance, the random variable.

Сведения об авторах: ***Шерматов Нурмахмад*** – Таджикский национальный университет, доктор технических наук, профессор. **Адрес**: 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки 17. Телефон: **904-02-73-07**. **E-mail: n.shermatov@mail.ru**
Одинаев Раим Назарович - Таджикский национальный университет, кандидат физико-математических наук, доцент, декан механико-математического факультета. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки 17.Телефон: **919-23-02-50.** E-mail: **raim_odinaev@mail.ru**

Information about the authors: ***Shermatov Nurmahmad*** – Tajik National University, doctor of technical sciences, professor. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue 17. The phone number: **904-02-73-07.** E-mail: **n.shermatov@mail.ru**
Odinaev Raim Nazarovich - Tajik National University, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, dean of the faculty of mechanics and mathematics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue 17. Phone: **919-23-02-50.** E-mail: **raim_odinaev@mail.ru**

УДК 517.968.2

ОБ ОДНОМ ДВУМЕРНОМ СИНГУЛЯРНОМ ИНТЕГРАЛЬНОМ ОПЕРАТОРЕ С ХАРАКТЕРИСТИКОЙ РАЗНОЙ ЧЁТНОСТИ

Джангибеков Г., Чоршанбиева М.Ч.
Таджикский национальный университет

Пусть D - ограниченная область комплексной плоскости, граница Г которой состоит из конечного числа простых замкнутых кривых Ляпунова, не пересекающихся между собой, I - тождественный оператор, m-целое число, $a(z), c(z), b(z), d(z)$-непрерывные в $\overline{D} = D \bigcup \Gamma$ комплекснозначные функции. В пространстве $L^p_{\beta-2/p}(D), 1 < p < \infty, 0 < \beta < 2$ рассмотрим следующий интегральный оператор:

$$(Af)(z) = a(z)f(z) + b(z)\overline{f(z)} + c(z)S_1 f(z) + d(z)S_{-2}\overline{f(z)} \qquad (0.1)$$

где

$$(S_m f)(z) = \frac{|m|}{2\pi i^{|m|}} \iint_D \frac{e^{im\theta}}{|\zeta - z|^2} f(\zeta) ds_\zeta, \ \theta = \arg(\zeta - z), \qquad (0.2)$$
$$\overline{S}_m = KS_m K = S_{-m}, \ \overline{S} = \overline{S}_1, \ (Kf)(z) = \overline{f(z)},$$

черта над функцией означает переход к комплексно-сопряженным значениям, $m > 0$ - целое число, ds_ζ - элемент плоской меры лебега, интеграл понимается в смысле главного значения по Коши, то есть как предел по норме в $L^p_{\beta-2/p}(D)(1 < p < \infty)$

$$v.p.\frac{(-1)^m m}{\pi} \iint_D \frac{e^{-im\theta}}{|\zeta - z|^2} f(\zeta) ds_\zeta = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{(-1)^m m}{\pi} \iint_{D \setminus D_\varepsilon(z)} \frac{e^{-im\theta}}{|\zeta - z|^2} f(\zeta) ds_\zeta,$$

$D_\varepsilon(z)$ - круг радиуса ε с центром в точке $z : D_\varepsilon(z) = \{z : |\zeta - z| < \varepsilon\}$,

Раннее исследованию уравнения (0.1) был посвящен ряд работ различных авторов. Так, еща в 1959 г. И.Н.Векуа в известной монографии [1] в связи с применением к теории обобщенно аналитических функций рассмотрел оператор

$$A_1 = a(z)I + d(z)SK \quad , \qquad (0.3)$$

(то есть, когда в (0.1) $c(z) \equiv 0, m = -1$) при условии $|a(z)| > |d(z)|, z \in \overline{D}$ и на основе принципа сжатых отображений показал, что оператор A_1 из (0.3) имеет ограниченный обратный в $L^p(D)$ при p достаточно близких к двум.

Далее, в 1971 г. А.Джураев в работе [2] в предположении $a(z), d(z) \in C^1(D) \cap C_\alpha(\overline{D}), z \in \overline{D}$ показал, что условия $|a(z)| \neq |d(z)|, z \in \overline{D}; a(t) \neq 0, t \in \Gamma$ достаточны для н оператора A_1 в $L^p(D), 2 < p < \infty$ и, что индекс оператора A_1 равен

$$\text{ù} = -2ind_\Gamma a(t).$$

В случае, когда D - круговая область, а коэффициенты $a(z), d(z)$ лишь непрерывны, И.И.Комяк в работе [3] показал, что указанные выше условия необходимы и достаточны для н оператора A_1 в пространстве $L^p(D), 1 < p < \infty$.

Случай $c(z) \equiv 0, m = 1$ включается в класс операторов, для которых в [4] получены необходимые и достаточные условия н в $L^p(D), 1 < p < \infty$ и формулы для вычисления индекса. При $c(z) \equiv 0, m > 1$ оператор A изучался в работе [5], где построена алгебра таких операторов.

Прежде всего заметим, что уравнение (0.1) наряду с искомой функции $f(z)$ также содержит комплексно сопряженную функцию $\overline{f(z)}$ и уравнения такого вида можно непосредственно свести к системе двух сингулярных уравнений с двумя неизвестными функциями $f(z)$ и $\overline{f(z)}$, если присоединить к данному уравнению другое, полученное переходом к комплексно сопряженным значениям. Для этого в векторном пространстве

$$L_p^2(D) = \{(f_1, f_2) : f_1, f_2 \in L^p(D)\}, \quad 1 < p < \infty$$

рассмотрим оператор

$$U = \begin{pmatrix} a(z)I + c(z)S_1 & b(z) + d(z)S_{-2} \\ \overline{b(z)} + \overline{d(z)}S_2 & \overline{a(z)}I - \overline{c(z)}S_{-1} \end{pmatrix}.$$

Поскольку символ оператора S_m (см.[6]) равен $\frac{\sigma}{=}$, когда m - чётнее число, а при нечётных $(\frac{\sigma}{=})^{\frac{m}{2}}$ $(\sigma = \sigma_1 + i\sigma_2 \neq 0)$, то согласно [7], для н операторной матрицы U в $L_p^2(D)$ необходимо, чтобы $\det G_A(z,t) \neq 0$ для всех $z \in \overline{D}, |t| = 1$, где $G_A(z,t)$ – непрерывная при $|t| = 1$ рациональная матрица-символ оператора A (см.[6], гл.VI,4):

$$G_A(z,t) = \begin{pmatrix} a(z) + c(z)t & b(z) + d(z)t^{-2} \\ \overline{b(z)} + \overline{d(z)}t^2 & \overline{a(z)} - \overline{c(z)}t \end{pmatrix}.$$

Справедлива следующая

Теорема 2.1. *Для нётеровости оператора A в пространстве $L^p_{\beta-2/p}(D)$ $1 < p < \infty, 0 < \beta < 2$ необходимо и достаточно, чтобы выполнялось одно из условий:*

$$|a(z)|^2 > |c(z)|^2 + (|b(z)| + |d(z)|)^2, \forall z \in \overline{D}, \qquad (0.4)$$

$$|a(z)|^2 < |c(z)|^2 + (|b(z)| - |d(z)|)^2, \forall z \in \overline{D}, \quad b(\tau)\overline{c(\tau)} - d(\tau)\overline{a(\tau)} \neq 0, \forall \tau \in \Gamma, \qquad (0.5)$$

При этом, если выполнено условие (0.4), то оператор A обратим, если выполнено условие (0.5), то индекс оператора A равен

$$\text{ù} = Ind_\Gamma (b(\tau)\overline{c(\tau)} - d(\tau)\overline{a(\tau)}),$$

Доказательство: **а)** Пусть выполнено условие (0.5). Тогда матрица-символ оператора A имеет вид:

$$G_A(z,t) = \begin{pmatrix} a(z)I + c(z)t & b(z) + d(z)t^{-2} \\ \overline{b(z)} + \overline{d(z)}t^2 & \overline{a(z)} - \overline{c(z)}t \end{pmatrix}.$$

где $t = \frac{\sigma_1 - i}{\sigma_1 + i}$, $-\infty < \sigma_1 < \infty$.

Чтобы найти условие, при котором матрица $G_A(z,t)$ допускает каноническую факторизацию $G_A(z,t) = \Omega^-(t)\Omega^+(t)$, где $\Omega^\pm$ - непрерывные при $|t| = 1$ матрицы-функции, аналитически продолжимы, соответственно, внутри и вне единичного круга, будем решать следующую краевую задачу Римана для аналитических функции в единичном круга $|t| < 1$:

$$\begin{cases} \Phi_1^-(t) = (a+ct)\Phi_1^+(t) + (b+\dfrac{d}{t^2})\Phi_2^+(t) \\ \Phi_2^-(t) = (\bar{b}+\bar{d}t^2)\Phi_1^+(t) + (\bar{a}-\bar{c}/t)\Phi_2^+(t). \end{cases} . \qquad (0.6)$$

Здесь $\Phi_{1,2}^+(t), \Phi_{1,2}^-(t)$ неизвестные функции точки окружности $|t|=1$, аналитически продолжимы по t, соответственно, внутри и вне единичного круга.

Займемся решением задачи Римана (0.6). В первом равенстве системы (0.6) слева стоит аналитически продолжимая вне единичного круга функция, а справа - аналитически продолжимая внутри единичного круга и в точке t имеет полюс второго порядка. По теореме Лиувилля эта функция равна $\Phi_1^-(t) = c_0 + \dfrac{c_1}{t^2}$. Тогда

$$\Phi_1^+(t) = \frac{c_0 + \frac{c_1}{t^2}}{a+ct} - \frac{b+\frac{d}{t^2}}{a+ct}\Phi_2^+(t). \qquad (0.7)$$

Подставив значение $\Phi_1^+(t)$ во второе равенство системы (0.6), получим

$$\Phi_2^-(t) = \frac{(\bar{b}+\bar{d}t^2)(c_0+\frac{c_1}{t^2})}{a+ct} + (-\frac{(\bar{b}+\bar{d}t^2)(b+\frac{d}{t^2})}{a+ct} + \frac{(a+ct)(\bar{a}-\bar{c}/t)}{a+ct})\Phi_2^+(t) \qquad (0.8)$$

Здесь $-(\bar{b}+\bar{d}t^2)(b+\dfrac{d}{t^2}) + (a+ct)(\bar{a}-\bar{c}/t) = \det G_A(z,t).$ Положим $\det G_A(z,t) = \dfrac{F^+(t)}{F^-(t)}$, где $F^+(t) \neq 0,\ F^-(t) \neq 0$ - аналитически продолжимые, соответственно, внутри и вне единичного круга $|t|=1$ функции. Используя эту факторизацию $\det G_A(z,t)$, функцию $\Phi_2^-(t)$ можно представить в виде

$$\Phi_2^-(t) = \frac{(\bar{b}+\bar{d}t^2)(c_0+\frac{c_1}{t^2})}{a+ct} + \frac{F^+(t)}{F^-(t)(a+ct)}\Phi_2^+(t)$$

Отсюда

$$F^-(t)(\Phi_2^-(t) - \frac{(\bar{b}+\bar{d}t^2)(c_0+\frac{c_1}{t^2})}{a+ct}) = \frac{F^+(t)}{a+ct}\Phi_2^+(t).$$

Левая часть последнего равенства аналитически продолжима вне единичного круга, а правая - аналитически продолжимая внутри единичного круга функция, за исключением точки $\zeta = -q_1$, где она имеет простой полюс, поэтому из теоремы Лиувилля будет следовать:

$$F^-(t)(\Phi_2^-(t) - \frac{(\bar{b}+\bar{d}t^2)(c_0+\frac{c_1}{t^2})}{a+ct}) = \frac{F^+(t)}{a+ct}\Phi_2^+(t) \equiv c_2 + \frac{c_3}{t-q},$$

т.е.

$$\Phi_2^-(t) = \frac{c_2 + \frac{c_3}{t-q}}{F^-(t)} + \frac{(\bar{b}+\bar{d}t^2)(c_0+\frac{c_1}{t^2})}{a+ct}, \qquad (0.9)$$

$$\Phi_2^+(\zeta) = \frac{(c_2+\frac{c_3}{t-q})(a+ct)}{F^+(t)}. \qquad (0.10)$$

Подставив выражение для $\Phi_2^+(t)$ в (0.7), получим

$$\Phi_1^+(t) = \frac{c_0+\frac{c_1}{t^2}}{a+ct} - \frac{(b+\frac{d}{t^2})(c_2+\frac{c_3}{t-q})}{F^+(t)}$$

Второе слагаемое последнего равенства в точках $t = q\,t = 0$ имеет простой полюс и их необходимо устранить, для чего выражение в скобках приравниваем к нулю при $t = q.t = 0$ Тогда получим

$$\begin{cases} c_0 + \dfrac{c_1}{q^2} - \dfrac{(b + d\overline{q}^2)c_3}{F^+(q)} = 0 \\ \dfrac{c_1}{a} + \dfrac{d(c_2 - \dfrac{c_3}{q})}{F^+(0)} = 0 \end{cases}$$

$$c_2 = \frac{c_3}{q} - \frac{c_1 F^+(0)}{ad},\ c_3 = \frac{(c_0 + \frac{c_1}{q^2})F^+(q)}{b + d\overline{q}^2}.$$

Положив сначала $c_0 = 1, c_1 = 0, c_2 = \dfrac{c_3}{q}, c_3 = \dfrac{F^+(q)}{b + d\overline{q}^2}$ а затем, наоборот, $c_0 = 0, c_1 = 1, c_2 = \dfrac{c_3}{q} - \dfrac{F^+(0)}{ad}, c_3 = \dfrac{F^+(q)}{q^2(b + d\overline{q}^2)}$ найдем элементы матрицы $\Phi^-(t)$. Будем иметь

$$\Phi^-(t) = \begin{pmatrix} 1 & \dfrac{1}{t^2} \\ \dfrac{(\frac{1}{q} + \frac{1}{t-q})\frac{F^+(q)}{b + dq^2}}{F^+(t)} + \dfrac{\overline{b} + \overline{d}t^2}{a + ct} & \dfrac{(\frac{1}{q} + \frac{1}{t-q})\frac{F^+(q)}{(b + d\overline{q}^2)} - \frac{F^+(0)}{ad}}{F^-(t)} + \dfrac{\overline{b} + \overline{d}t^2}{t^2(a + ct)} \end{pmatrix}.$$

При всех $t \in \Gamma$, $\det \Phi^-(t) \neq 0$.

Аналогично находятся элементы матрицы $\Phi^+(t)$:

$$\Phi^+(t) = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{a + ct} - \dfrac{(b + \frac{d}{t^2})(\frac{1}{q} + \frac{1}{t-q})\frac{F^+(q)}{b + d\overline{q}^2}}{F^+(t)} & \dfrac{1}{t(a + ct)} - \dfrac{((b + \frac{d}{t^2})[(\frac{1}{q} + \frac{1}{t-q})\frac{F^+(q)}{q^2(b + d\overline{q}^2)} - \frac{f^+(0)}{ad}]}{F^+(t)} \\ \dfrac{(\frac{1}{q} + \frac{1}{t-q})\frac{F^+(q)}{b + d\overline{q}^2}(a + ct)}{F^+(t)} & \dfrac{[(\frac{1}{q} + \frac{1}{t-q})\frac{F^+(q)}{q^2(b + d\overline{q}^2)} - \frac{f^+(0)}{ad}](a + ct)}{F^+(t)} \end{pmatrix}.$$

Определитель этой матрицы $\det \Phi^+(t)$ также отличен от нуля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Векуа И.Н. Обобщенно аналитические функции / И.Н. Векуа. –М.: Физматгиз, 1959. -672 с.
2. Джураев А.Д. Об одном методе исследования сингулярных интегральных уравнений по ограниченной плоской области / А.Д. Джураев // Доклады Академии наук СССР. - 1971. -Т.197. -6. -С.1251-1254.
3. Комяк И.И. Об условиях н и формуле индекса одного класса сингулярных интегральных уравнений / И.И. Комяк // Доклады Академии наук БССР. - 1978. -Т.22. -6. -С.488-491.
4. Бойматов К.Х. Об одном сингулярном интегральном операторе / К.Х. Бойматов, Г. Джангибеков // Успехи математических наук. - 1988. - Т.43. -вып. 8. -С.171-172.
5. Джангибеков Г. О н и индексе некоторых двумерных сингулярных интегральных уравнений с разрывными коэффициентами / Г. Джангибеков // Известия. ВУЗов. математика. – 1992. - 9. -С.25-37.
6. Михлин С.Г. Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения [текст] / С.Г. Михлин. -М.: Физматгиз, 1962. -254 с.
7. Duduchava R. On multidimensional singular integral operators. I, II / R. Duduchava // J. of operator theory. - 1984. - v.11. -P.41-76; 199- 214.

ДАР БОРАИ ЯК ОПЕРАТОРИ ИНТЕГРАЛИИ СИНГУЛЯРИИ ДУЧЕНАКА БО ХАРАКТЕРИСТКАИ ГУНОГУНИ ҶУФТ

Дар мақола шартҳои зарурӣ ва кифоягии самаранокии нётеровии оператори A дар $L^p(D)$ (дар майдони ададҳои ҳақиқӣ дида баромада шуда) $1<p<\infty$ ёфта шуда, формула барои ҳисобкунии индекси оператор ҳосил карда шудааст.

Барои баъзе синфҳои операторҳои дученакаи сингулярӣ бо характеристикаи ҷуфти тартиби гуногун дар соҳаи маҳдуди фазои Лебегии вазндор шартҳои самараноки зарурӣ ва кифоягии нётеровӣ, инчунин формула барои ҳисоб кардани индекс ҳосил карда шудааст.

Калидвожаҳо:: операторы интегралии сингулярии дученака, нётеровӣ будани оператор, индекси оператор.

ОБ ОДНОМ ДВУМЕРНОМ СИНГУЛЯРНОМ ИНТЕГРАЛЬНОМ ОПЕРАТОРЕ С ХАРАКТЕРИСТИКА РАЗНОЙ ЧЕТНОСТИ

Целю настоящей статьи является установление эффективных необходимых и дастаточных условий нётеровости оператораA в $L^p(D)$ (рассматриваемом над полем вещественных чисел) $1<p<\infty$ и получение формулы для вычисления индекса.

Для некоторых классов двумерных сингулярных интегральных операторов с чётной характеристикой разного порядка по ограниченной области в лебеговом пространстве с весом получены эффективные необходимые и достаточные условия нётеровости и формулы для подсчёта индекса.

Ключевые слова: двумерные сингулярные интегральные операторы-нётеровость оператора-индекс оператора.

ABOUT ONE TWO-DIMENSIONAL SINGULAR INTEGRAL OPERATOR WITH CHARACTERISTIC OF DIFFERENT PARITY

The goal of this article is to establish the effective necessary and sufficient conditions for the Noetherian property of A in $L^p(D)$ (considered over the field of real numbers) $1<p<\infty$ and to obtain a formula for calculating the index.

For some classes of two-dimensional singular integral operators with an even characteristic of different order in a bounded region in a weight space with effective weight, necessary necessary and sufficient conditions for Noetherianness and formulas for calculating the index were obtained.

Key words: two-dimensional singular integral operators-Noetherian operator-index operator.

Сведения об авторах: ***Джангибеков Гулходжа*** - Таджикский национальный университет, доктор физико-математических наук, профессор кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, пр. Рудаки, 17. E-mail: **gulkhoja@list.ru**. Телефон: **935-03-63-42**
Чоршанбиева Майрам Чоршанбиевна **-** Таджикский национальный университет, кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры информатики. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, пр. Рудаки, 17. E-mail: **chorshanbieva83@mail.ru.** Телефон: **934-02-72-56**

Information about the authors: ***Dzhangibekov Gulkhoja*** - Tajik National University, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Functional Analysis and Differential Equations. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Ave., 17. E-mail: **gulkhoja@list.ru**. Phone: **935-03-63-42**
Chorshanbieva Mairam Chorshanbievna - Tajik National University, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Lecturer, Department of Computer Science. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Ave., 17. E-mail: **chorshanbieva83@mail.ru**. Phone: **934-02-72-56**

УДК 517.946

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЙ СИСТЕМ СОСТАВНОГО ТИПА СТЕПЕННЫМИ РЯДАМИ

Шукуров Х.Р., Мирзоев С.С.
Таджикский национальный университет

1. Рассмотрим систему

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0,\ \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial y}=0,\ \frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}=0, \qquad (1)$$

с характеристическим определителем $Q(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)=\lambda_3\left(\lambda_1^2+\lambda_2^2+\lambda_3^2\right)$.

Этой системе и её итерациям посвящены много работ. Достаточно подробный обзор исследований по этой системе можно найти в работах [2-9].

Система (1) встречается при линеаризации основной системы теории гармонических, по М.А. Лаврентьеву, отображений [1]

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial y}\frac{\partial w}{\partial z}-\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial y},\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial x},\ \frac{\partial u}{\partial z}=\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial y}\frac{\partial w}{\partial x},$$

которая описывает движение идеальной жидкости, на решении $u=x,\ \mathrm{v}=y,\ w=z$ [7.стр.98].

Как известно, одним из широкораспространенных методов нахождения решений дифференциальных уравнений является представление многообразий решений рассматриваемых уравнений в виде рядов [10 -11]. В настоящей работе найдено представление решений системы (1) и некоторых её обобщений в виде степенных рядов, и при их помощи исследованы задачи в области $\Pi=\{(x,y,z):(x,y)\in E_2,-a\le z\le a\}$, где E_2 -двухмерное евклидовое пространство. В дальнейшем обозначим через $C^{\infty}(D)$ класс бесконечно - дифференцируемых в области *D* функций.

Решение системы (2) будем искать в виде (класс $A_0(D)$)

$$u(x,y,z)=\sum_{k=0}^{\infty}a_k(x,y)z^k,v(x,y,z)=\sum_{k=0}^{\infty}b_k(x,y)z^k,\ w(x,y,z)=\sum_{k=0}^{\infty}c_k(x,y)z^k,(2)$$

где функции $a_k(x,y),b_k(x,y)$ и $c_k(x,y)$ принадлежат классу $C^{\infty}(D)$.

Подставляя (2) в (1) для определения коэффициентов $a_k(x,y),b_k(x,y),c_k(x,y)$ получим следующие рекуррентные соотношения:

$$a'_{kx}(x,y)+b'_{ky}(x,y)+(k+1)c_{k+1}(x,y)=0,(k+1)a_{k+1}(x,y)-c'_{kx}(x,y)=0,$$

$$(k+1)b_{k+1}(x,y)-c'_{ky}(x,y)=0,\ k=0,1,2,3,\ldots.$$

Отсюда имеем: $a_1(x,y)=c'_{0x}(x,y),\ b_1(x,y)=c'_{0y}(x,y),c_1(x,y)=-A_0(a_0,b_0),$

где $A_0(a_0,b_0)=\frac{\partial a_0}{\partial x}+\frac{\partial b_0}{\partial y}$, $a_0(x,y),b_0(x,y)$ и $c_0(x,y)$ -произвольные функции класса $\tilde{N}^{\infty}(D)$,

$$a_2(x,y)=-\frac{1}{2}\frac{\partial A_0}{\partial x},\ b_2(x,y)=-\frac{1}{2}\frac{\partial A_0}{\partial y},\ c_2(x,y)=-\frac{1}{2}\Delta c_0,\ \Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

$$a_{2k-1}=\frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!}\frac{\partial\Delta^{k-1}c_0}{\partial x},\ a_{2k}=\frac{(-1)^k}{(2k)!}\frac{\partial\Delta^{k-1}A_0}{\partial x},b_{2k-1}=\frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!}\frac{\partial\Delta^{k-1}c_0}{\partial y},\ b_{2k}=\frac{(-1)^k}{(2k)!}\frac{\partial\Delta^{k-1}A_0}{\partial y},$$

$$c_{2k-1}=\frac{(-1)^k}{(2k-1)!}\Delta^{k-1}A,\ c_{2k}=\frac{(-1)^k}{(2k)!}\Delta^k c_0,\ \ k=2,3,4,5....$$

Теорема 1. Любое решение системы (1) из класса $A_0(\Pi)$ имеет следующий вид

$$\begin{aligned}u(x,y,z)&=a_0(x,y)+c_{0x}(x,y)z+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!}\frac{\partial\Delta^{k-1}c_0}{\partial x}z^{2k-1}-\\&-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}A_0(a_0,b_0)z^2+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k)!}\frac{\partial}{\partial x}\Delta^{k-1}A_0(a_0,b_0)z^{2k},\\v(x,y,z)&=b_0(x,y)+c_{0y}(x,y)z+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!}\frac{\partial\Delta^{k-1}c_0}{\partial y}z^{2k-1}-\\&-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \acute{o}}A_0(a_0,b_0)z^2+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k)!}\frac{\partial}{\partial y}\Delta^{k-1}A_0(a_0,b_0)z^{2k},\\w(x,y,z)&=\tilde{n}_0(x,y)-A_0(a_0,b_0)z+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k-1)!}\Delta^{k-1}A_0(a_0,b_0)z^{2k-1}+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k)!}\Delta^k c_0 z^{2k},\end{aligned}\qquad(3)$$

где $a_0(x,y),b_0(x,y),c_0(x,y)$ -произвольные функции класса $C^{\infty}(\Pi)$.

Задача 1. Найти в слое П решение $U(u,v,w)$ системы (1) из класса $A_0(\Pi)$, удовлетворяющее условиям

$$u(x,y,0)=f_1(x,y),\ v(x,y,0)=f_2(x,y),\ w(x,y,0)=f_3(x,y),$$

где $f_i(x,y), i=1,2,3$ - заданные бесконечно дифференцируемые функции и такие, что $|f_i(x,y)|\le M_i$, $\left|\frac{\partial^{\alpha+\beta} f_i}{\partial x^\alpha \partial y^\beta}\right|\le N_i$, $M_i=const$, $N_i=const$, $\alpha+\beta=1,2,3,\ldots$.

Теорема 2. Единственное решение $U(u,v,w)$ задачи 1 даётся формулами

$$u(x,y,z)=f_1(x,y)+f_{3x}(x,y)z+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!}\frac{\partial\Delta^{k-1}f_3}{\partial x}z^{2k-1}-$$

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}A_0(f_1,f_2)z^2+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k)!}\frac{\partial}{\partial x}\Delta^{k-1}A_0(f_1,f_2)z^{2k},$$

$$v(x,y,z)=f_2(x,y)+f_{3y}(x,y)z+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!}\frac{\partial\Delta^{k-1}f_3}{\partial y}z^{2k-1}-$$

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \acute{o}}A_0(f_1,f_2)z^2+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k)!}\frac{\partial}{\partial y}\Delta^{k-1}A_0(f_1,f_2)z^{2k},$$

$$w(x,y,z)=f_3(x,y)-A_0(f_1,f_2)z+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k-1)!}\Delta^{k-1}A_0(f_1,f_2)z^{2k-1}+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k)!}\Delta^k f_3 z^{2k},$$

2. Для многомерных систем первого порядка характеры вырождения могут быть существенно разнообразнее, чем для систем с двумя независимыми переменными [1,2]. В работе [1, 11] исследовано влияние вырождения эллиптической составляющей характеристической формы системы составного типа на корректность постановки краевых задач для системы $x^k\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}+au=0,\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial x}=0,\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}=0,$ где $k\ge 1, a=const$.

Рассмотрим систему

$$z\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial y}\right)+\frac{\partial w}{\partial z}=0,\ z\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial y}=0,\ z\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}=0, \qquad (4)$$

с характеристическим определителем $Q(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)=-z^2\lambda_3(\lambda_1^2+\lambda_2^2+\lambda_3^2)$.

Из характеристического определителя видно, что когда $z\ne 0$, система (4) в каждой точке пространства E_3 принадлежит составному типу, а на плоскости $z=0$ вырождается в переопределённую систему. Этот пункт посвящен изучению влияния такого типа вырождения на характер разрешимости граничных задач.

Теорема 3. Любое решение системы (4) из класса $A_0(\Pi)$ имеет следующий вид

$$u(x,y,z)=a_0(x,y)-\frac{1}{4}\frac{\partial A_0(a_0,b_0)}{\partial x}z^2+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2^{2k}\cdot(k!)^2}\frac{\partial\Delta^{k-1}A_0(a_0,b_0)}{\partial x}z^{2k},$$

$$v(x,y,z)=b_0(x,y)-\frac{1}{4}\frac{\partial A_0(a_0,b_0)}{\partial y}z^2+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2^{2k}\cdot(k!)^2}\frac{\partial\Delta^{k-1}A_0(a_0,b_0)}{\partial y}z^{2k},$$

$$w(x,y,z)=C-\frac{1}{2}A_0(a_0,b_0)z^2+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^k\Delta^{k-1}A_0(a_0,b_0)}{2^{2k-1}\cdot(k-1)!\cdot k!}z^{2k},$$

где $\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}$, а C - произвольная постоянная, $a_0(x,y)$ и $b_0(x,y)$ - произвольные функции, принадлежащие классу $C^\infty(E_2)$.

Задача 2. Найти в слое П решение $U(u,v,w)$ системы (4) из класса $A_0(\Pi)$, удовлетворяющее условиям

$$u(x,y,0)=f(x,y),\ v(x,y,0)=g(x,y),$$

где $f(x,y)$ и $g(x,y)$- заданные бесконечно дифференцируемые функции и такие, что

$$|f(x,y)|\le M,\left|\frac{\partial^{\alpha+\beta}f}{\partial x^{\alpha}\partial y^{\beta}}\right|\le M,\ |g(x,y)|\le N,\left|\frac{\partial^{\alpha+\beta}g}{\partial x^{\alpha}\partial y^{\beta}}\right|\le N,\ M=const,\ N=const,\alpha+\beta=1,2,3,...$$

Теорема 4. Решение $U(u,v,w)$ задачи 2 определяется с точностью до одного произвольного постоянного слагаемого *C*, входящее в компоненту *w* формулами

$$u(x,y,z)=f(x,y)-\frac{1}{4}\frac{\partial A(f,g)}{\partial x}z^2+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2^{2k}\cdot(k!)^2}\frac{\partial}{\partial x}\Delta^{k-1}A(f,g)z^{2k},$$

$$v(x,y,z)=g(x,y)-\frac{1}{4}\frac{\partial A(f,g)}{\partial y}z^2+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2^{2k}\cdot(k!)^2}\frac{\partial}{\partial y}\Delta^{k-1}A(f,g)z^{2k},$$

$$w(x,y,z)=C-\frac{1}{2}A(f,g)z^2+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2^{2k-1}\cdot(k-1)!\cdot k!}\Delta^{k-1}A(f,g)z^{2k}.$$

3. Теперь в области $\mathrm{H}=\{(X,t):X\in E_3,\ |t|\le t_0\}$ рассмотрим систему составного типа второго порядка

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}+graddivU=0,\ U=(u_1,u_2,u_3),X=(x_1,x_2,x_3). \qquad (5)$$

Эта система встречается при итерации четырёхмерного аналога системы (1) [8.стр.245].

Теорема 5. Всякое решение системы (5) из классов $A_0(\mathrm{H})$ представимо в виде

$$u_j(X,t)=a_j(X)+b_j(X)t-\frac{1}{2}\frac{\partial A}{\partial x_j}t^2-\frac{1}{6}\frac{\partial B}{\partial x_j}t^3+\sum_{k=3}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!}\frac{\partial\Delta^{k-2}B}{\partial x_j}t^{2k-1}+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k)!}\frac{\partial\Delta^{k-1}A}{\partial x_j}t^{2k},\ \ j=1,2,3,$$ где $a=(a_1,a_2,a_3)$ и $b=(b_1,b_2,b_3)$ -произвольные бесконечно дифференцируемые вектор-функции переменных x_1,x_2,x_3, а $A=diva$, $B=divb$.

Задача 3. Найти решение системы (1) из класса $A_0(\mathrm{H})$, удовлетворяющее условиям

$$\lim_{t\to 0}U=F(X),\ \lim_{t\to 0}\frac{\partial U}{\partial t}=G(X),$$

где $F(X)=(f_1,f_2,f_3)$, $G(X)=(g_1,g_2,g_3)$-заданные бесконечно дифференцируемые на H вектор-функции и такие, что

$$|f_j(x,y)|\le \grave{I}_{\ j},\left|\frac{\partial^{\alpha+\beta}f_j}{\partial x^{\alpha}\partial y^{\beta}}\right|\le M_j=const,\ |g_j(x,y)|\le N_j,\left|\frac{\partial^{\alpha+\beta}g_j}{\partial x^{\alpha}\partial y^{\beta}}\right|\le N_j=const,\alpha+\beta=1,2,3,...,j=1,2,3.$$

Задача 3 имеет единственное решение. Эти результаты обобщены и для *n* -мерного аналога системы (5).

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М.А. Теория квазиконформных отображений / М.А. Лаврентьев // Труды 3–го всесоюзного математического съезда. -М.: Изд-во АН СССР, 1958. - Т.3. -С.198-208.
2. Джураев А.Д. Системы уравнений составного типа / А.Д. Джураев. –М: Наука, 1972. –227 с.
3. Янушаускас А. Об одной системе первого порядка / А. Янушаускас // СМЖ. – 1973. –Т.XIV. –№5. –С.1149–1152.
4. Джураев А. О некоторых пространственных системах уравнений составного типа / А. Джураев // Комплексный анализ и его приложения. –М.: Наука, 1978. -С.217-223.
5. Джураев А.Д. Метод сингулярных интегральных уравнений / А.Д. Джураев. –М.: Наука, 1987. -415с.
6. Янушаускас А.И. Трёхмерные аналоги конформных отображений / А.И. Янушаускас. -Новосибирск: Наука, СО, 1982. –176 с.
7. Янушаускас А. Многомерные эллиптические системы с переменными коэффициентами / А. Янушаускас. – Вильнюс: Мокслас, 1990. –180 с.
8. Сафаров Д.Х. Неклассические системы уравнений / Д.Х. Сафаров. –Душанбе: Дониш, 2008. –432 с.

9. Нурублоев М.Н. Краевая задача для системы уравнений высокого порядка, порожденных итерацией оператором первого порядка / Н.М. Нурублоев // ДАН РТ. – 2011. -Т.54. -№1. –С.18-22.
10. Голубев В. В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений / В.В. Голубев. -М.: Изд-во тех. теор. лит., 1950. – 436 с.
11. Раджабов Н. Об одном представлении многообразий решений для некоторых дифференциальных уравнений с сингулярной линией и его применение к решению пространственной осесимметрической задачи теории упругости / Н. Раджабов, К.С. Болтаев // Труды молодых учёных механико-математического факультета. -Душанбе, 1976. -С.39-60.
12. Шукуров Х.Р. К теории вырождающихся гиперболических систем уравнений второго порядка / Х.Р. Шукуров // Проблемаҳои умумӣ ва назариявии математикаи муосир: маводи конфронси илмӣ - амалии Ҷумҳурявӣ «Тарбия ва тайёр намудани муаллимони математика дар мактабҳои олии омӯзгории Тоҷикистон дар шароити имрӯза» бахшида ба 80-солагии профессор И.Ғуломов (ДДК ба номи А. Рӯдакӣ). - 2019. -С.70-74.

ТАСВИРИ ҲАЛЛИ СИСТЕМАҲОИ НАМУДИ ТАРКИБӢ БО ЁРИИ ҚАТОРҲО

Мақолаи мазкур ба омӯзиши системаи муодилаҳои намуди (1) ва (5) бахшида шудааст.

Системаи якум ҳангоми ба воситаи ҳалҳои $u=x,\ v=y,\ w=z$ ба системаи хаттӣ овардани системаи асосии назарияи инъикосҳои ба маънои М.А. Лаврентев гармоникӣ вомехӯрад ва он ҳаракати моеи идеалиро ифода мекунад.

Системаи якум дар ҳар як нуқтаи фазои E_3 ба системаҳои намуди таркибӣ тааллуқ дорад. Системаи дуюм низ, ба истиснои нуқтаҳои ҳамвории $z=0$, ки дар он ба системаи барзиёдмуайяншуда табдил меёбад, ба системаи намуди таркибӣ тааллуқ дорад. Дар соҳаи $П=\{(x,y,z):\ (x,y)ЄE_2,\ |z|≤a,\ a>0\}$ тасвири ҳалли ин системаҳо дар намуди қаторҳои дараҷагӣ нисбат ба тағйирёбандаи z ёфта шуда, масъалаи ёфтани ҳалли $U(u,v,w)$ системаҳои додашуда дар ин соҳа барои қиматҳои додашудаи функсияи номаълум дар ҳамвории $z=0$ тадқиқ карда шуд. Дар тасвири ҳалли системаи якум се функсияи ихтиёрии тағйирёбандаҳои x ва y, дар тасвири ҳалли системаи дуюм бошад, ду функсияи ихтиёрии тағйирёбандаҳои $x,\ y$ ва як доимии ихтиёрӣ иштирок мекунанд. Бинобар ин, барои ёфтани ҳалли системаи якум зарур аст, ки дар ҳамвории $z=0$ қиматҳои ҳамаи функсияҳои номаълум дода шаванд. Барои системаи дуюм бошад, кифоя аст, ки қимати компанентҳои якум ва дуюми вектор-функсияи номаълум $U(u,v,w)$ дар ҳамвории таназзулёбанда $z=0$ дода шаванд ва ҳалли система бо саҳеҳии як доимии ихтиёрии C, ки ба компаненти w дохил аст, муайян карда мешавад. Теоремаҳои мувофиқ оиди ҳалшавандагии масъалаҳои таҳқиқшаванда исбот карда шудаанд.

Калидвожаҳо: тасвири ҳал, таназзулёбӣ, системаи навъи таркибӣ, масъалаи канорӣ, фазои евклидӣ, қатори дараҷагӣ, ҳамвории таназзулёбанда, функсияҳои матлуб.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЙ СИСТЕМ СОСТАВНОГО ТИПА ПРИ СТЕПЕННЫМИ РЯДАМИ

Данная статья посвящена изучению систем уравнений вида (1) и (5).

Первая система встречается при линеаризации основной системы теории гармонических, по М.А. Лаврентьеву, отображений на решении $u=x,\ v=y,\ w=z$ и описывает движение идеальной жидкости.

Первая система в каждой точке пространства E_3 принадлежит составному типу, а вторая система тоже принадлежит этому типу за исключением точек плоскости $z=0$, где она вырождается в переопределённую систему. В области $П=\{(x,y,z):\ (x,y)ЄE_2,\ |z|≤a,\ a>0\}$ получено представление решений этих систем в виде степенных рядов по переменной z и исследованы задачи нахождения решения $U(u,v,w)$ рассматриваемых систем в этой области по заданным значениям искомых функций на плоскости $z=0$. В представление решений первой системы входят три произвольные функции переменных x и y, а в представление решений второй системы входят две произвольные функции переменных x и y. Поэтому для нахождения решения первой системы необходимо задавать значение всех искомых функций на плоскости $z=0$. Для второй системы достаточно задавать значение первых двух компонент искомой вектор функции $U(u,v,w)$ на плоскости вырождения $z=0$ и решение системы определяется с точностью до одного произвольного постоянного слагаемого C, входящее в компоненту w. Доказаны соответствующие теоремы о разрешимости рассматриваемых задач.

Ключевые слова: разрешение изображения, ухудшение, тип структурной системы, возмущение, евклидово пространство, диапазон степеней, ухудшение плоскостности, желаемые функции.

PRESENTATION OF SOLUTIONS FOR COMPOSITE SYSTEMS TYPE BY SERIES

This article is devoted to the study of systems of equations of the form (1) and (5).

The first system occurs in the linearization of the basic system of harmonic theory according to M.A. Lovrientier mappings on the solution $u=x,\ v=y,\ w=z$ and describes the movement of an ideal fluid.

The first system at each point in space E_3 belongs to a composite type, and the second system also belongs to this type except for points on the plane $z=0$, where it degenerates into an over determined system. In the region $П=\{(x,y,z):\ (x,y)ЄE_2,\ |z|≤a,\ a>0\}$, a representation of the solutions of these systems in the form of power series with respect to the variable z is obtained and the problems of finding the solution $U(u,v,w)$ of the systems under consideration in these region by given values of the desired functions on the plane $z=0$ are investigated. The representation of the solutions of the first system includes three arbitrary functions of the variables x and y, and the representation of the solutions of the second system includes two arbitrary functions of the variables x and y. Therefore, to find the solution of the first system, it is necessary to set the value of all the desired functions on the plane $z=0$. For the second system, it suffices to set the value of

the first two components of the desired vector-function *z=0* on the plane *z=0* of degeneracy, and the solution of the system is determined with an accuracy of one arbitrary constant term *C* included in the component *w*.

Key words: representation of solutions, degeneration, composite tape, degeneration plane, Euclid space, degree series, initial condition, unknown functions.

Сведения об авторах: ***Шукуров Хаидбой Расулович*** – Таджикский национальный университет, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки 17. Телефон: **907-82-52-57.** E-mail: **Shukurov57 @mail.ru**
Мирзоев Собирджон Содикович – Таджикский национальный университет ассистент кафедры высшей математики. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки 17. Телефон: **904-15-58-88.** E-mail: **Sobirjonm@mail.ru**

Information about the authors: ***Shukurov Haidboy Rasulovich*** - Tajik National University, ccandidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue 17. Phone: **907-82-52-57.** E-mail: **Shukurov57 @mail.ru**
Mirzoev Sobirjon Sodiqovich - Tajik National University, Assistant of the Department of Higher Mathematics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue 17. Phone: **904-15-58-88.** E-mail: **Sobirjonm@mail.ru**

УДК 519.87

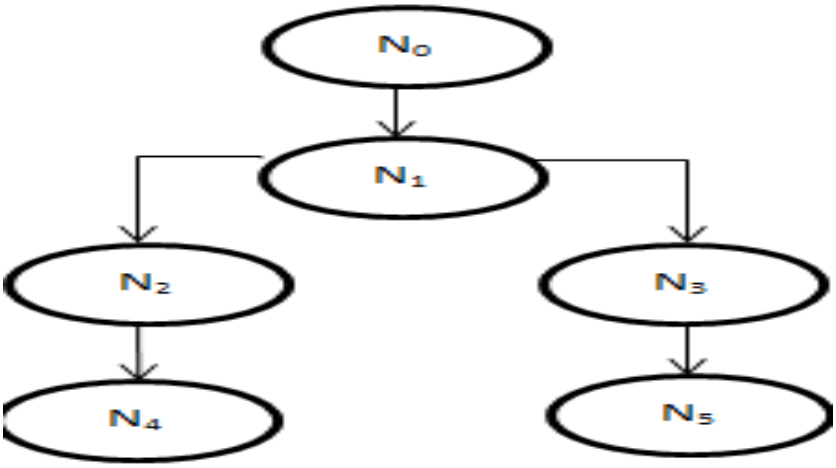
МОДЕЛИ МАТЕМАТИКИИ ҲИМОЯИ КАРТОШКА АЗ ҲАШАРОТҲОИ ЗАРАРОВАР

Назаров И.М.
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Бигузор ба системаи додашудаи мо ягон манбаи захираҳо N_0 бо суръати Q ворид карда шавад. Бо N_1 – биомассаи картошка, N_2 –биомассаи ҳашароти зараровари навъи гамбусаки колорадӣ, N_3 – биомассаи ҳашароти зараровари симкирмак, бо N_4 – биомассаи ҳашароти фоидаоваре, ки ба муқобили гамбусаки колородӣ ва бо N_5 – биомассаи ҳашароти фоидаоваре, ки ба муқобили симкирмак мубориза мебаранд, ишорат мекунем.

Системаи экологии тадқиқшавандаро чунин тасвир кардан мумкин аст:

Расми 1. Муносибати байни намудҳои биологӣ дар система
Rasmi 1. Moonoshibati Baini



Модели математикии ин навъи системаро дар ҳолати умумӣ чунин менависанд:

$$\begin{cases} \dfrac{dN_0}{dt} = Q - f_0(N_0, N_1) \\ \dfrac{dN_1}{dt} = N_1 f_1(N_0, N_1, N_2, N_3) \\ \dfrac{dN_2}{dt} = N_2 f_2(N_1, N_2, N_4) \\ \dfrac{dN_3}{dt} = N_3 f_3(N_1, N_3, N_5) \\ \dfrac{dN_4}{dt} = N_4 f_3(N_2, N_4) \\ \dfrac{dN_5}{dt} = N_5 f_5(N_3, N_3) \end{cases} \qquad (1)$$

Дар ин ҷо $N_i = N_i(t), i = \overline{1,5}$ -– биомассаи намудҳои биологиро дар лаҳзаи вақти t ифода мекунанд, ки t€[0,t_k] мебошад. Барои системаи (1) чунин шарти авваларо мегузорем:

$$N_i(0) = N_i^0, \quad i = \overline{1,5} \qquad 2)$$

Функсияҳои дар системаи (1) овардашуда шарти зеринро қаноат мекунонанд:

$$\frac{\partial f_i}{\partial N_j} = \begin{cases} \le 0, i < j \\ = 0, i = j \\ \ge 0, i > j \end{cases} \qquad i = 1,5 \qquad j = 1,5 \qquad (3)$$

Шарти (3) маънои муносибати байни популятсияҳоро дар системаи (1) ифода мекунанд. Қайд кардан лозим аст, ки бо гузашти вақт биомассаи намудҳои биологӣ тағйир меёбанд. Дар асоси корҳои профессор М.Юнусӣ [1] барои ҳисоб намудани биомассаи миёнаи ин намудҳои биологӣ дар фосилаи вақти τ чунин ишораро дохил мекунем:

$$N_i^{\tau}(t) = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} N_i(t)\,dt, \quad \overline{i = 1,5} \qquad (4)$$

Масъалаи муҳофизати картошка аз ҳашароти зараровар чунин гузошта мешавад: бигузор нақшаи $N_1^p \in \left[N_1^{\min}, N_1^{\max}\right]$ ба мо дода шуда бошад, ки барои он шарти зерин иҷро мешавад:

$$N_1^{\tau} \ge N_1^p, \; N_1^p \in \left[N_1^{\min}, N_1^{\max}\right] \qquad (5)$$

Масъалаи муҳофизати картошка аз муайян кардани қиматҳои $N_2^p, N_3^p, N_4^p, N_5^p$- иборат аст. Барои ин қиматҳои додашуда нобаробариҳои

$$N_2^{\tau} \le N_2^p, N_3^{\tau} \le N_3^p \text{ ва } N_4^{\tau} \ge N_4^p, N_5^{\tau} \ge N_5^p \qquad (6)$$

иҷро мешаванд. Қиматҳои N_2^p, N_3^p- ро мувофиқан дараҷаи зараровории гамбусаки колорадӣ ва симкирмак номида, бузургиҳои N_4^p, N_5^p-ро бошад, дараҷаи самаранокии ҳашаротҳои фоидаовар меномем. Дар ин ҷо $N_2^p, N_3^p, N_4^p, N_5^p$ -– бузургиҳои номаълум буда, онҳо ҳалли масъалаи муҳофизати растаниро таъмин менамоянд.

Дар ҳолати ҳал доштани масъалаи муҳофизати картошка аз ҳашароти зараровар, ҳангоми дода шудани нақшаи $N_1^p \in \left[N_1^{\min}, N_1^{\max}\right]$ бояд нобаробариҳои (5) ва (6) ҷой дошта бошанд [2].

Ҳолати статсионарӣ. Модели системаи (1)-ро дар ҳолати статсионарӣ меомӯзем, ки дар ин ҳолат системаи (1) шакли зеринро мегирад:

$$\begin{cases} Q + f_0(N_0, N_1) = 0 \\ N_1 f_1(N_0, N_1, N_2, N_3) = 0 \\ N_2 f_2(N_1, N_2, N_4) = 0 \\ N_3 f_3(N_1, N_3, N_5) = 0 \\ N_4 f_3(N_2, N_4) = 0 \\ N_5 f_5(N_5, N_3) = 0 \end{cases} \qquad (7)$$

Бигузор нақшаи $N_1^p \in \left[N_1^{\min}, N_1^{\max}\right]$ ба мо дода шуда бошад, ки он шарти

$$N_1 \geq N_1^p,\ N_1^p \in \left[N_1^{\min}, N_1^{\max}\right] \qquad (8)$$

-ро қаноат мекунонад.

Ҳамин тариқ, қиматҳои $N_2^p, N_3^p, N_4^p, N_5^p$ -ро муайян намудан лозим аст, ки барои ҳамаи қиматҳои N_i, *i=1 то 5* дар системаи (7) нобаробариҳои

$$N_2 \leq N_2^p, N_3 \leq N_3^p \text{ ва } N_4 \geq N_4^p, N_5 \geq N_5^p \qquad (9)$$

- иҷро шаванд. Дар системаи (7) функсияҳои $f_i(.)$ намуди зеринро доранд:

$$\begin{cases} f_0(.) = \alpha_0 N_0 N_1 \\ f_1(.) = -m_1 + k_0\alpha_0 N_0 - \alpha_1 N_2 - \alpha_2 N_3 \\ f_2(.) = -m_2 + k_1\alpha_1 N_1 - \alpha_3 N_4 \\ f_3(.) = -m_3 + k_2\alpha_2 N_1 - \alpha_4 N_5 \\ f_4(.) = -m_4 + k_3\alpha_3 N_2 - \varepsilon_1 N_4 \\ f_5(.) = -m_5 + k_4\alpha_4 N_3 - \varepsilon_2 N_5 \end{cases} \qquad (10)$$

Барои мавҷудияти ҳалли масъалаи ҳимояи картошка аз ҳашароти зараровар дар асоси кори М.Юнусӣ [2] теоремаи зеринро исбот мекунем:

Теоремаи 1. Барои он, ки $N_1 \geq N_1^p,\ N_1^p \in \left[N_1^{\min}, N_1^{\max}\right]$ ҷой дошта бошад, зарур ва кифоя аст, ки $Q \geq \max\{\frac{m_1 m_2}{k_0 k_1 \alpha_1}; \frac{m_1 m_3}{k_0 k_2 \alpha_2}\}$

$$\begin{cases} N_2 \leq N_2^p, N_3 \leq N_3^p \\ \begin{cases} N_2^p = \dfrac{n}{\alpha_1}\left(\dfrac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1\right) \\ N_3^p = \dfrac{1-n}{\alpha_2}\left(\dfrac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1\right) \end{cases}, 0 \leq n \leq 1 \\ N_4 \leq N_4^p; N_4^p = \dfrac{1}{\alpha_3}(\kappa_1\alpha_1 N_1^p - m_2) \\ N_5 \leq N_5^p; N_5^p = \dfrac{1}{\alpha_4}(\kappa_2\alpha_2 N_1^p - m_3) \\ N_1^{\min} = \max\{\dfrac{m_2}{k_1\alpha_1}; \dfrac{m_3}{k_2\alpha_2}\}; N_1^{\max} = \dfrac{\kappa_0 Q}{m_1} \end{cases} \qquad (11)$$

бошад.

Исботи шарти зарурӣ. Бигузор $N_1 \geq N_1^p$, $N_1^p \in \left[N_1^{\min}, N_1^{\max}\right]$, пас аз муодилаи дуюми (7) дар асоси (10) ҳосил мекунем.

$$-m_1 + k_0\alpha_0 N_0^p - \alpha_1 N_2 - \alpha_2 N_3 \geq 0 \ ; \ N_0^p = \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p} \geq N_0.$$

Аз ин ҷо бармеояд, ки

$$\alpha_1 N_2 + \alpha_2 N_3 \leq k_0\alpha_0 N_0^p - m_1 \Leftrightarrow \alpha_1 N_2 + \alpha_2 N_3 \leq \frac{\kappa_0 Q}{N_1^p} - m_1 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} N_2 \leq \dfrac{n}{\alpha_1}\left(\dfrac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1\right) \\ N_3 \leq \dfrac{1-n}{\alpha_2}\left(\dfrac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1\right) \end{cases} ;0 \leq n \leq 1$$

Аз муодилаҳои сеюм ва панҷум бармеояд, ки

$$-m_2 + k_1\alpha_1 N_1^p - \alpha_3 N_4 \leq 0 \text{ ва } -m_4 + k_3\alpha_3 N_2^p - \varepsilon_1 N_4 \geq 0.$$

аст ва аз ин ҷо ҳосил мекунем:

$$N_4 \geq \frac{1}{\alpha_3}(k_1\alpha_1 N_1^p - m_2) \text{ ва } N_4 \leq \frac{1}{\varepsilon_1}(k_3\alpha_3 N_2^p - m_4).$$

Ҳамин тариқ,

$$\frac{k_1\alpha_1}{\alpha_3} N_1^p - \frac{m_2}{\alpha_3} \leq \frac{k_3\alpha_3}{\varepsilon_1} N_2^p - \frac{m_4}{\varepsilon_1} \Leftrightarrow aN_1^{p\,2} + bN_1^p - cQ = 0$$

ки дар ин ҷо $a = \dfrac{k_1\alpha_1}{\alpha_2}$, $b = -\dfrac{m_2}{\alpha_3} + \dfrac{m_4}{\varepsilon_1} + \dfrac{nm_1k_3\alpha_3}{\alpha_1\varepsilon_1}$ ва $C = \dfrac{k_0k_2\alpha_2}{\alpha_1\varepsilon_1}$ мебошад, он гоҳ

$\overline{N_1^p} = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 + 4acQ}}{2a}$, $0 \leq N_1^p \leq \overline{N_1^p}$ мешавад. Шарти зарурӣ исбот шуд.

Исботи шарти кифоягӣ. Бигузор нобаробариҳои (11) ҷой дошта бошанд. Нишон медиҳем, ки $N_1 \geq N_1^p$, $\max\{\dfrac{m_2}{k_1\alpha_1}; \dfrac{m_3}{k_2\alpha_2}\} \leq N_1^p \leq = \dfrac{\kappa_0 Q}{m_1}$ мебошад. Аз нобаробарии сеюми системаи (9) дар асоси (10) ва (11) ҳосил мекунем:

$$-m_2 + k_1\alpha_1 N_1 - \alpha_3 N_4^p \geq 0 \Leftrightarrow k_1\alpha_1(N_1 - N_1^p) \geq 0 \Leftrightarrow N_1 \geq N_1^p.$$

Аз системаи (11) $N_2^p \geq 0$, $N_3^p \geq 0$ - ро ба назар гирифта, меёбем:

$$\max\{\frac{m_2}{k_1\alpha_1}; \frac{m_3}{k_2\alpha_2}\} \leq N_1^p \leq \frac{\kappa_0 Q}{m_1}$$

ва аз ин ҷо бармеояд, ки $Q \geq \max\{\dfrac{m_1m_2}{k_0k_1\alpha_1}; \dfrac{m_1m_3}{k_0k_2\alpha_2}\}$ аст. Шарти кифоягӣ исбот шуд ва бо ҳамин теоремаи 1 пурра исбот гардид.

Натиҷаи 1. Бузургии ҳалли нақшавии намуди $N_1^p \leq = \dfrac{\kappa_0 Q}{m_1}$ дар ҳамон ҳолат ба даст меояд, ки агар системаи биологии намуди «захира-картошка»-ро дошта бошем, бузургии ҳалли нақшавии намуди $N_1^p = \max\{\dfrac{m_2}{k_1\alpha_1}; \dfrac{m_3}{k_2\alpha_2}\}$-нақшаи минималӣ, дар ҳолате ба даст

меояд, ки агар системаи биологӣ намуди «захира-картошка-ҳашароти зараровар»-ро дошта бошад.

Натиҷаи 2. Бузургии ҳалли нақшавӣ бояд ихтиёрӣ дода нашавад, яъне

$$\max\{\frac{m_2}{k_1\alpha_1};\frac{m_3}{k_2\alpha_2}\} \le N_1^p \le= \min\{\frac{\kappa_0 Q}{m_1};\overline{N_1^p})$$

Қайди 1. Бо афзоиш ёфтани яке аз навъҳои ҳашаротҳои зараррасон, ҳашароти зараррасони навъи дигар кам мешавад. Дар ҳақиқат, аз

$$\begin{cases} N_2^p = \dfrac{n}{\alpha_1}(\dfrac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1) \\ N_3^p = \dfrac{1-n}{\alpha_2}(\dfrac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1) \end{cases}, 0 \le n \le 1$$

мебарояд, ки ҳангоми $n \to 1$ $N_2^p \to (\dfrac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1)$, $N_3^p \to 0$ ва баръакс ҳангоми $n \to 0, N_2^p \to 0$, $N_3^p \to (\dfrac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1)$.

Ҳолати ғайристатсионарӣ. Ҳолатеро мавриди омӯзиш қарор медиҳем, ки биосистема аз вақт вобаста буда, биомассаи қабатҳои муайян бо гузашти вақт тағйир меёбанд. Яъне, дар ин ҳолат системаи экологӣ дар намуди зерин дода мешавад:

$$\begin{cases} \dfrac{dN_0}{dt} = Q - \alpha_0 N_0 N_1 \\ \dfrac{dN_1}{dt} = N_1(-m_1 + k_0\alpha_0 N_0 - \alpha_1 N_2 - \alpha_2 N_3) \\ \dfrac{dN_2}{dt} = N_2(-m_2 + k_1\alpha_1 N_1 - \alpha_3 N_4) \\ \dfrac{dN_3}{dt} = N_3(-m_3 + k_2\alpha_2 N_1 - \alpha_4 N_5) \\ \dfrac{dN_4}{dt} = N_4(-m_4 + k_3\alpha_3 N_2 - \varepsilon_1 N_4) \\ \dfrac{dN_5}{dt} = N_5(-m_5 + k_4\alpha_4 N_3 - \varepsilon_2 N_5) \end{cases} \quad (12)$$

Масъалаи муҳофизати картошка аз ҳашароти зараровар чунин гузошта мешавад. Бигузор нақшаи $N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}]$ ба мо дода шуда бошад, ки он шарти

$$N_1^\tau \ge N_1^p, N_1^p \in [N_1^{min}, N_1^{max}] \quad (13)$$

–ро бояд қаноат кунонад [3]. Чунин қимати бузургиҳои $N_2^p, N_3^p, N_4^p, N_5^p$-ро муайян намудан лозим аст, ки нобаробариҳои

$$N_2^\tau \le N_2^p, N_3^\tau \le N_3^p \text{ ва } N_4^\tau \ge N_4^p, N_5^\tau \ge N_5^p \quad (14)$$

иҷро шаванд. Ҳамин тариқ, теоремаи зеринро исбот мекунем [4,5]:

Теоремаи 2. *Бигузор* $N_0(0) = \dfrac{Q}{\alpha_0 N_1^p}$ *бошад. Барои он ки барои дилхоҳ қимати* $\tau \succ 0$ *шарти* $N_{\ 1} \ge N_1^p$, $N_1^p \in [N_1^{\min}; N_1^{\max}]$ *ҷой дошта бошад, зарур ва кифоя аст, ки*

$$\begin{cases} N_2^\tau \le N_2^P, N_2^p = \dfrac{n}{\alpha_1}(\dfrac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1 - \dfrac{1}{\tau}\ln\dfrac{N_1(\tau)}{N_1(0)}) \\ N_3^\tau \le N_3^P, N_3^p = \dfrac{1-n}{\alpha_2}(\dfrac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1 - \dfrac{1}{\tau}\ln\dfrac{N_1(\tau)}{N_1(0)}) \\ N_4^\tau \ge N_4, N_4^p = \dfrac{1}{\alpha_3}(k_1\alpha_1 N_1^p - m_2 - \dfrac{1}{\tau}\ln\dfrac{N_2(\tau)}{N_2(0)}) \\ N_5^\tau \ge N_5, N_5^p = \dfrac{1}{\alpha_4}(k_2\alpha_2 N_1^p - m_3 - \dfrac{1}{\tau}\ln\dfrac{N_3(\tau)}{N_3(0)}) \\ N_1^{\min} = \max\{\dfrac{m_2}{k_1\alpha_1} + \dfrac{1}{k_1\alpha_1\tau}\ln\dfrac{N_2(\tau)}{N_2(0)}, \dfrac{m_3}{k_2\alpha_2} + \dfrac{1}{k_2\alpha_2\tau}\ln\dfrac{N_3(\tau)}{N_3(0)}\}; \\ N_1^{\max} \dfrac{k_0 Q}{m_1 + \dfrac{1}{\tau}\ln\dfrac{N_1(\tau)}{N_1(0)}} \end{cases} \quad (16)$$

бошад.

Исбот *(*исботи шарти зарурӣ). Бигузор

$$N_1^\tau \ge N_1^p,\ N_1^p \in \left[N_1^{\min}, N_1^{\max}\right]$$

ки дар ин ҷо

$$N_1^{\min} = \max\{\frac{m_2}{k_1\alpha_1} + \frac{1}{k_1\alpha_1\tau}\ln\frac{N_2(\tau)}{N_2(0)}, \frac{m_3}{k_2\alpha_2} + \frac{1}{k_2\alpha_2\tau}\ln\frac{N_3(\tau)}{N_3(0)}\}; N_1^{\max} \frac{k_0 Q}{m_1 + \frac{1}{\tau}\ln\frac{N_1(\tau)}{N_1(0)}}$$

мебошад. Пас

$$\dot{N}_0 = Q - \alpha_0 N_0 N_1, N_0(t) = N_0(0)\exp(-\alpha_0 \int_0^t N_1(\xi)d\xi)$$

$$+ Q\int_0^t \exp(-\alpha_0 \int_\xi^t N_1(t)dt)d\xi$$

$$\le \left[N_0 - \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p}\right]\exp(-\alpha_0 N_1^p t) + \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p} = \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p}.$$

Дар асоси $\frac{d}{dt}\ln N_1(t) = -m_1 + k_0\alpha_0 N_0(t) - \alpha_1 N_2(t) - \alpha_2 N_3(t)$ аз нобаробарии охирон ҳосил мекунем: $\alpha_1 N_2(t) + \alpha_2 N_3(t) \le \frac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1 - \frac{d}{dt}\ln N_1(t)$.

Нобаробарии ҳосилшударо интегронида меёбем:

$$\alpha_1 N_2^\tau(t) + \alpha_2 N_3^\tau(t) \le \frac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1 - \frac{1}{\tau}\ln\frac{N_1(\tau)}{N_1(0)} \Leftrightarrow \begin{cases} \left\{N_2^\tau(t) \le \frac{n}{\alpha_1}(\frac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1 - \frac{1}{\tau}\ln\frac{N_1(\tau)}{N_1(0)})\right. \\ \left\{N_3^\tau(t) \le \frac{1-n}{\alpha_2}(\frac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1 - \frac{1}{\tau}\ln\frac{N_1(\tau)}{N_1(0)})\right. \end{cases}, 0 \le n \le 1$$ Аз

баробарии

$$\frac{d}{dt}\ln N_2(t) = -m_2 + k_1\alpha_1 N_1(t) - \alpha_3 N_4(t)$$

мебарояд, ки $\alpha_3 N_4(t) \geq k_1\alpha_1 N_1^p - m_2 - \frac{d}{dt}\ln N_2(t)$ аст. Ин нобаробариро интегронида ҳосил мекунем:

$$N_4^\tau \geq \frac{1}{\alpha_3}(k_1\alpha_1 N_1^p - m_2 - \frac{1}{\tau}\ln\frac{N_2(\tau)}{N_2(0)}).$$

Аз

$$\frac{d}{dt}\ln N_3(t) = -m_3 + k_2\alpha_2 N_1(t) - \alpha_4 N_5(t)$$

бошад,

$$\alpha_4 N_5(t) \geq k_2\alpha_2 N_1^p - m_3 - \frac{d}{dt}\ln N_3(t)$$

мебарояд. Дар асоси интегронӣ аз нобаробарии ҳосилшуда навишта метавонем:

$$N_5^\tau \geq \frac{1}{\alpha_4}(k_2\alpha_2 N_1^p - m_3 - \frac{1}{\tau}\ln\frac{N_3(\tau)}{N_3(0)}).$$

Шарти кифоягӣ. Бигузор шартҳои теоремаи 2 ҷой дошта бошанд. Нишон медиҳем, ки $N_1^\tau \geq N_1^p$, $N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}]$.

Аз ин ҷо муодилаи $\overset{*}{N}_0 = Q - \alpha_0 N_0 N_1$,
ё ин ки

$$\overset{*}{N}_0 \geq Q - \alpha_0 N_1 \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p} \Leftrightarrow \frac{Q}{N_1^p} N_1 \geq Q - \overset{*}{N}_0$$

ҳосил мешавад. Нобаробарии охиронро интегронида, ҳосил мекунем:

$$\frac{Q}{N_1^p} N_1^\tau \geq Q + \frac{1}{\tau}(N_0(0) - N_0(\tau))$$

ва аз ин ҷо мебарояд, ки

$$\frac{Q}{N_1^p} N_1^\tau \geq Q + \frac{1}{\tau}(N_0(0) - N_0(\tau)) \geq Q + \frac{1}{\tau}(N_0(0) - \frac{Q}{\alpha_0 N_1^P}) \geq Q$$

яъне $N_1^\tau \geq N_1^p$ мебошад. Теоремаи 2 пурра исбот карда шуд.

Қайди 2. Агар Q=Q(t) дар порчаи $[0, \tau]$ бефосила бошад, он гоҳ ба сифати Q дар ифодаҳои N_1^p, N_2^p, N_3^p ва дар ҳалли масъала $\overline{Q} = \max_t Q$ гирифта мешавад. Ғайр аз ин барои $\overline{Q}$ бояд нобаробарии

$$\overline{Q} \geq (\frac{m_1}{k_0} + \frac{1}{k_0\tau}\ln\frac{N_1(\tau)}{N_1(0)}) * \max\{\frac{m_2}{k_1\alpha_1} + \frac{1}{k_1\alpha_1\tau}\ln\frac{N_2(\tau)}{N_2(0)}; \frac{m_3}{k_2\alpha_2} + \frac{1}{k_2\alpha_2\tau}\ln\frac{N_3(\tau)}{N_3(0)}\}$$

ҷой дошта бошад. Дар ҳақиқат,

$$N_0(t) = N_0(0)\exp(-\alpha_0 \int_0^t N_1(\xi)d\xi) + \int_0^t Q(\xi)\exp(-\alpha_0 \int_\xi^t N_1(t)dt)d\xi$$

$$\leq \left[N_0 - \frac{\overline{Q}}{\alpha_0 N_1^p}\right]\exp(-\alpha_0 N_1^p t) + \frac{\overline{Q}}{\alpha_0 N_1^p} = \frac{\overline{Q}}{\alpha_0 N_1^p}, \quad 0 \leq t \leq \tau.$$

Аз

$$N_1^{\min} = \max\{\frac{m_2}{k_1\alpha_1} + \frac{1}{k_1\alpha_1\tau}\ln\frac{N_2(\tau)}{N_2(0)}, \frac{m_3}{k_2\alpha_2} + \frac{1}{k_2\alpha_2\tau}\ln\frac{N_3(\tau)}{N_3(0)}\};\ N_1^{\max}\frac{k_0\bar{Q}}{m_1 + \frac{1}{\tau}\ln\frac{N_1(\tau)}{N_1(0)}}$$

мебарояд, ки

$$\bar{Q} \geq (\frac{m_1}{k_0} + \frac{1}{k_0\tau}\ln\frac{N_1(\tau)}{N_1(0)}) * \max\{\frac{m_2}{k_1\alpha_1} + \frac{1}{k_1\alpha_1\tau}\ln\frac{N_2(\tau)}{N_2(0)}; \frac{m_3}{k_2\alpha_2} + \frac{1}{k_2\alpha_2\tau}\ln\frac{N_3(\tau)}{N_3(0)}\}$$

Қайди 3. Ҳангоми $\tau \to \infty$ пас ҳалли масъала дар ҳолати динамикӣ ба ҳалли масъала дар ҳолати статсионарӣ майл мекунад.

АДАБИЁТ

1. Юнуси (ов) М.К. Математические модели управления агроценозами и охраняемыми биологическими популяциями: диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук / М.К. Юнуси(ов). -М.: ВЦ АН СССР, 1990. - 286 с.
2. Юнуси М. Оптимальное управление в задачах защиты планируемого урожая, охраняемыми биологическими популяциями и их приложения / М. Юнуси. –Душанбе: ТНУ, 2018. - 256 с.
3. Afriat S. Efficiency Estimation of Production Functions / S. Afriat // International Economic Review –USA. - 1972. - Vol.13. -no.3. -P.568–598.
4. Логофет Д.О. Вопросы качественной устойчивости и регуляризации в динамических моделях агробиоценоза хлопчатника / Д.О. Логофет, М.К. Юнуси (ов). -М.: Вопросы кибернетики АН СССР, 1979. - вып. 52. -С.60-72.
5. Юнуси М.К. Исследование одной системы интегродифференциальных уравнений в частных производных и ее применения в проблеме устойчивого развития водных ресурсов / М.К. Юнуси // Вестник Таджикского национального университета. –Душанбе, 2018. –№3. –С.12-21.

МОДЕЛИ МАТЕМАТИКИИ ҲИМОЯИ КАРТОШКА АЗ ҲАШАРОТҲОИ ЗАРАРОВАР

Соҳаи хоҷагии қишлоқ, яке аз соҳаҳои асосӣ ва пешрафта дар Тоҷикистон ба ҳисоб меравад. Яке аз зироатҳои асосии ин соҳа зироати картошка мебошад, ки 85%-и истеҳсоли он дар Тоҷикистон ба водии Рашт ва вилояти Суғд рост меояд. Мушкилии асосие, ки ба рушди картошкапарварӣ таъсири манфӣ мерасонад, ин таъсири ҳашаротҳои зараррасон мебошад. Дар солҳои охир ба картошкапарварии Тоҷикистон гамбусаки колорадӣ зарари зиёд мерасонад. Ҳашароти зараровари дигар симкирмак мебошад, ки ин кирминаи ҳамахур буда, ба ғайр аз картошка инчунин ба зироатҳои дигар низ таъсири манфии худро мерасонад.

Дар мақола модели математикии системаи биологии «захира-картошка», зараррасони 1 (гамбусаки колорадӣ), зараррасони 2 (симкирмак) ва ҳашаротҳои фоидаовар (момохолак) сохта мешавад. Дар мақола таҳлили ҳолатҳои статсионарӣ ва ғайристатсионарии ҳалли масъалаи муҳофизати растанӣ оварда шудааст. Масъалаи муҳофизати картошка аз муайян кардани дараҷаи зараррасонӣ ва фоидаоварии намудҳои биологӣ вобаста аз нақшаи додашуда иборат аст. Дар мақола муайян карда шудааст, ки нақшаи додашуда набояд ихтиёрӣ дода шавад, яъне он бояд аз ягон порчаи муайян гирифта шавад. Барои ҳолати статсионарӣ ва ғайристатсионарӣ теоремаи мавҷудияти ҳалли муҳофизати картошка аз ҳашароти зараррасон оварда мешавад ва дар шартҳои зарурӣ ва кифоягӣ исбот карда мешавад.

Калидвожаҳо: манбаи захираҳо, ҳашароти зараррасон, ҳашароти фоидаовар, биомасса, системаи биологӣ, намудҳои биологӣ.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МОДЕЛ ЗАЩИТЫ КАРТОФЕЛЯ ОТ ВРЕДНЫХ НАСЕКОМЫХ

Сельскохозяйственный сектор является одним из наиболее важных и передовых секторов в Таджикистане. Одним из его основных продуктов является картофель, 85% его производства в Таджикистане приходится на Раштскую долину и Согдийскую область. Основной проблемой, которая негативно влияет на рост картофеля, является воздействие вредителей. В последние годы урожай картофеля в Таджикистане имеет много вредных биологических факторов. Другое вредное насекомое – символизм, который является грубым захватом, и кроме картофеля это также отрицательно влияет на другие зерновые культуры.

В данной статье будут представлены математическая модель биологического разнообразия «Складирование картофеля», вредителей 1 (цветной жук), вредителей 2 и полезных насекомых (мазохонды). Также анализируется поэтапное и нестабильное решение проблемы защиты растений. Защита картофеля – это определение уровня вредного и выгодного биологического разнообразия в зависимости от предлагаемого плана. В статье определено, что данный план не должен быть добровольным, то есть его следует брать из любой части. Для стационарного и

неразрушающего состояния теория сохранения защиты картофеля от вредных насекомых доказана в необходимых и достаточных условиях.

Ключевые слова: источник ресурсов, вредители, инсектициды, биомасса, биологические системы, биологические виды.

MATHEMATICAL MODEL OF POTATO PROTECTION AGAINST HARMFUL INSECTS

The agricultural sector is one of the most important and advanced sectors in Tajikistan. One of the main products on the field is potatoes, 85% of its production in Tajikistan is in the Rasht valley and the Sughd region. The main problem that adversely affects the growth of potatoes, is the impact of pests. In recent years, the potato harvest in Tajikistan has many harmful biological factors. Another harmful insect is symbolism, which is a rough capture, and besides potatoes it also negatively affects other crops.

This article will present a mathematical model of biological diversity, “Storage of potatoes”, pests 1 (color beetle), pests 2 and beneficial insects (masochons). A phased and unstable solution to the problem of plant protection is also analyzed. Potato protection is the determination of the level of harmful and beneficial biological diversity depending on the proposed plan. The article states that this plan should not be voluntary, that is, it should be taken from any part. For the stationary and non-destructive state, the theory of preserving the protection of potatoes against harmful insects is proved in necessary and sufficient conditions.

Key words: resource source, pests, insecticides, biomass, biological systems, biological species.

Сведения об авторе: ***Назаров Исмоил Махмадхоликович*** – Таджикский национальный университет, соискатель. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки 17. Телефон: **985-54-17-80**. E-mail: **ismoil@mail.ru**

Information about the author: ***Nazarov Ismoil Makhmadholikovich*** **-** Tajik National University, applicant. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue 17. Phone: **985-54-17-80.** E-mail: **ismoil@mail.ru**

УДК 511.325

О НУЛЯХ ПРОИЗВОДНОЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА ФУНКЦИИ ХАРДИ

Хайруллоев Ш.А.
Таджикский национальный университет

Нули дзета-функция Римана на критической прямой - это вещественные нули функции Харди. Функция Харди определяется следующим образом:

$$Z(t) = e^{i\theta(t)}\zeta\left(\frac{1}{2}+it\right),$$

где здесь

$$e^{i\theta(t)} = \pi^{-\frac{it}{2}}\Gamma\left(\frac{1}{4}+\frac{it}{2}\right)\left|\Gamma\left(\frac{1}{4}+\frac{it}{2}\right)\right|^{-1},$$

$\Gamma(s)$ - гамма функция Эйлера, $t \geq 2\pi$ и

$$\theta(t) = t\ln\sqrt{\frac{t}{2\pi}} - \frac{t}{2} - \frac{\pi}{8} + \Delta(t),$$

$$\Delta(t) = \frac{t}{4}\ln\left(1+\frac{1}{4t^2}\right) + \frac{1}{4}arctg\frac{1}{2t} - \frac{t}{2}\int_0^{\infty}\frac{\rho(u)du}{\left(u+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{t^2}{4}}, \qquad \rho(u) = \frac{1}{2} - \{u\}.$$

Функция Харди принимает вещественные значения при вещественных значениях t, и вещественные нули $Z(t)$ являются нулями $\zeta(s)$, лежащими на критической прямой. Одним из вопросов относительно этих нулей является вопрос о величине промежутка, на котором заведомо лежит нуль функции $Z(t)$. Существует гипотеза о том, что промежуток $(T, T+H)$, при $H = T^{\varepsilon}$, $\varepsilon > 0$ - сколь угодно малое фиксированное число, содержит нуль функции $Z(t)$. В настоящее время эта гипотеза не доказана. Везде ниже будем рассматривать только вещественные t и говорить только о вещественных нулях $Z(t)$ и её производных.

Для производной j-го порядка функции Харди существует приближенное функциональное уравнение вида

$$Z^{(j)}(t)=2\sum_{n\le\sqrt{\frac{t}{2\pi}}}\frac{1}{\sqrt{n}}\left(\ln\sqrt{\frac{t}{2\pi}}-\ln n\right)^{j}\cos\left(t\ln\sqrt{\frac{t}{2\pi}}-t\ln n-\frac{t}{2}-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi j}{2}\right)+$$

$$+O\left(t^{-\frac{1}{4}}\ln^{j+1}t\right),$$

где постоянная в знаке O зависит только от j [1, с. 88].

А.А. Карацуба, наряду с задачей о соседних нулях функции Харди, рассмотрел более общую задачу о соседних нулях функции $Z^{(j)}(t)$. Он показал, что с увеличением j длина промежутка, на котором заведомо лежит нуль $Z^{(j)}(t)$, уменьшается и доказал следующее: *если* j*-натуральное число,* $T\ge T_0(j)>0$, $H\ge cT^{1/(6j+6)}\ln^{2/(j+1)}T$, $c=c(j)>0$, *тогда промежуток* $(T,T+H)$ *содержит нуль нечётного порядка функции* $Z^{(j)}(t)$ [2, с.58].

В работе [3, с.126] найдена нижняя грань длины промежутка критической прямой, в которой содержится нуль нечётного порядка производной первого порядка функции Харди.

В настоящей работе задача о величине промежутка критической прямой, в котором содержится нуль нечётного порядка функции $Z^{(j)}(t)$, $j\ge1$, сведена к проблеме отыскания экспоненциальных пар для оценки специальных тригонометрических сумм, то есть имеет место следующая

Теорема 1. *Пусть* (k,l)*- произвольная экспоненциальная пара,* j*- целое неотрицательное число,* $c=c_0(j)>0$*- постоянное число,* $T\ge T_0(j)>0$,

$$\delta_j(k;l)=\frac{l+j}{0{,}5-k+j},\qquad \theta_j(k;l)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2-\delta_j^{-1}(k;l)}\right).$$

Тогда при $H\ge cT^{\theta_j(k;l)}(\ln T)^{\frac{2}{j+1}}$ *промежуток* $(T,T+H)$ *содержит нуль нечётного порядка функции* $Z^{(j)}(t)$.

Доказательство. Пусть $T\le t\le T+H$, $H\le T^{\frac{1}{6}}$. Не ограничивая общности предполагаем, что $\frac{T}{2}+\frac{\pi}{8}=2\pi K$, K- целое число. Упростим приближённое функциональное уравнение производной j-го порядка функции Харди. Пусть j- чётное число, тогда находим:

$$Z^{j}(t)=(-1)^{\frac{j}{2}}2\sum_{n\le P}\frac{1}{\sqrt{n}}\ln^{j}\frac{P}{n}\cos\left(t\ln\frac{P}{n}\right)+O(T^{-\frac{1}{4}}\ln^{j+1}T).$$

В случае нечётного j точно также можно получить, что

$$Z^{j}(t)=(-1)^{\frac{j+1}{2}}2\sum_{n\le P}\frac{1}{\sqrt{n}}\ln^{j}\frac{P}{n}\cos\left(t\ln\frac{P}{n}\right)+O(T^{-\frac{1}{4}}\ln^{j+1}T).$$

Таким образом, в обоих случаях, то есть как при чётном, так и при нечётном j можно рассматривать функцию

$$\Phi(t)=\Phi_j(t)=\sum_{n\le P}\frac{1}{\sqrt{n}}\ln^{j}\frac{P}{n}\cos\left(t\ln\frac{P}{n}\right)+O(T^{-\frac{1}{4}}\ln^{j+1}T)$$

и доказывать существование у неё нечётного нуля на промежутке $(T,T+H)$. Рассмотрим две суммы S_1 и S_2,

$$S_1=\sum_{\nu_1=0}^{H_1-1}\ldots\sum_{\nu_r=0}^{H_1-1}\Phi(t_\nu),\quad S_2=\sum_{\nu_1=0}^{H_1-1}\ldots\sum_{\nu_r=0}^{H_1-1}(-1)^{\nu}\Phi(t_\nu),$$

и будем доказывать неравенство $|S_2|>|S_1|$. Представим S_1 в виде суммы двух слагаемых $S_1 = S_3 + S_4$. Сумма S_3 оценивается следующим образом:

$$|S_3| << 4^{-r} H_1^r T^{\frac{1}{4}} \ln^j T << H_1^r T^{-\frac{1}{4}} \ln^{j+1} T.$$

Для суммы S_4 получаем такое неравенство

$$|S_4| << H_1^r \left| \sum_{P_1(1-\Delta)<n\le P_1} n^{-\frac{1}{2}} \left(\ln \frac{P}{n} \right)^j \exp(it \ln n) \right| + H_1^r T^{-\frac{1}{4}} \ln^{j+1} T,$$

где

$$P_1 = [P], \quad \Delta = 8H_1^{-1} \ln P.$$

Сумму по n обозначим через S_5 и оценим её. Промежуток суммирования по m разобьем на $<< \ln T$ промежутков вида $a < m \le b \le 2a < \Delta P_1$; найдем

$$|S_5| << \left| \sum_{a<m\le b} (P_1 - m)^{-\frac{1}{2}} \left(\ln \frac{P}{P_1 - m} \right)^j e\left(\frac{t \ln(P_1 - m)}{2\pi} \right) \right| \ln T.$$

Применяя частное суммирование, получим

$$|S_5| << \left| -\int_a^b C(u) d(f(u)) + a^j P^{-j-\frac{1}{2}} C(b) \right| \ln T <<$$

$$<< a^j P^{-j-\frac{1}{2}} \left| \sum_{a<m\le b_1} e\left(\frac{t \ln(P_1 - m))}{2\pi} \right) \right| \ln T.$$

Если $a \le \sqrt[3]{P}$, последнюю тригонометрическую сумму оценим тривиально числом слагаемых. Если $a > \sqrt[3]{P}$, то к последней сумме воспользуемся методом экспоненциальной пары, подобно тому как это было сделано в работах [4,с.397; 5,с.126], будем иметь

$$|S_5| << a^j P^{-j-\frac{1}{2}} æ \ln T,$$

где

$$æ = \begin{cases} a, & \text{если} \quad a < \sqrt[3]{P} \\ a^{k+2\lambda-\frac{1}{2}} P^{\frac{1}{2}-\lambda}, & \text{если} \quad \sqrt[3]{P} < a \le \Delta P \end{cases}$$

В первом случае при любом $j \ge 0$

$$|S_5| << a^j P^{-j-\frac{1}{2}} \cdot a \cdot \ln T << P^{\frac{j+1}{3}} \cdot P^{-j-\frac{1}{2}} \ln T << T^{-\frac{1}{12}} \ln T.$$

Во втором случае

$$|S_5| << a^j P^{-j-\frac{1}{2}} \cdot a^{k+2\lambda-\frac{1}{2}} P^{\frac{1}{2}-\lambda} \ln T << T^{\frac{k+\lambda-0,5}{2}} H^{0,5-j-k-2\lambda} (\ln T)^{j+k+2\lambda+0,5}.$$

Следовательно, для S_1 получим окончательную оценку:

$$S_1 << H_1^r \left(T^{-\frac{1}{4}} \ln^{j+1} T + T^{-\frac{1}{12}} \ln T + T^{\frac{k+\lambda-0,5}{2}} H^{0,5-j-k-2\lambda} (\ln T)^{j+k+2\lambda-0,5} \right).$$

Для S_2 находим, как и в работе [6, с.334] асимптотическую формулу:

$$S_2 = H_1^r (\ln P)^j (1 + O(T^{\frac{1}{4}} (4H_1^{-1} \ln P)^r) + O(T^{-\frac{1}{4}} \ln^{j+1} T)).$$

Для выполнения неравенства $|S_2|>|S_1|$ достаточно, чтобы выполнялись четыре неравенства:

$$1 >> T^{-\frac{1}{4}} \ln^{j+1} T; \qquad \ln^j T >> T^{-\frac{1}{12}} \ln T;$$

$$(\ln P)^j >> T^{\frac{k+\lambda-0,5}{2}} H^{0,5-j-k-2\lambda} (\ln T)^{j+k+2\lambda-0,5}; \qquad T^{\frac{1}{4}} (4H_1^{-1} \ln P)^r << 1.$$

Третье неравенство выполняется , если

$$H >> T^{\theta_j(k;l)}(\ln T)^{\frac{2}{j+1}}, \quad \theta_j(k;l) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2 - \delta_j^{-1}(k;l)}\right), \qquad \delta_j(k;l) = \frac{l+j}{0{,}5 - k + j},$$

остальные три неравенства выполняются, если $T \geq T_0(j) > 0$.

Теорема доказана.

Заметим, что теорема А.А.Карацубы является следствием теоремы 1, при

$$(k,l) = \left(\frac{1}{6}, \frac{2}{3}\right) = AB(0,1), \quad \delta_j\left(\frac{1}{6}, \frac{2}{3}\right) = 1 + \frac{1}{3j+1}, \quad \theta_j\left(\frac{1}{6}, \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{6j+6}.$$

В работе также автору удалось улучшить результат работ [7,с.186; 8,с.335], что уточняет соответствующие результаты А.А. Карацубы при $j = 2$

Справедливо следующее утверждение.

Теорема 2. *Пусть* $T \geq T_0 > 0$, $H \geq cT^{æ} \ln T$,

$$æ = \frac{1469}{27016}, \quad c = c_0 > 0.$$

Тогда промежуток $(T, T+H)$ *содержит нуль нечётного порядка функции* $Z^{(j)}(t)$ *при* $j = 2$.

Полученный результат

$$æ = \frac{1469}{27016} = \frac{1}{18} - \frac{287}{243144}$$

является уточнением оценок работы [7,с.186] и теоремы А.А. Карацубы [9,с.571; 10,с.21] при $j = 2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воронин С.М. Дзета-функция Римана / С.М. Воронин, А.А. Карацуба. -Москва: Физматлит, 1994. -376 с.
2. Карацуба А.А. О расстоянии между соседними нулями дзета-функции Римана, лежащими на критической прямой / А.А. Карацуба // Труды МИАН. - 1981. -Т.157. -С.49-63.
3. Хайруллоев Ш.А. О соседних нулях производной первого порядка функции Харди / Ш.А. Хайруллоев // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. - 2017. -№1-1. -С.25-28.
4. Рахмонов З.Х. Расстояние между соседними нулями дзета-функции Римана, лежащими на критической прямой / З.Х. Рахмонов, Ш.А. Хайруллоев // ДАН РТ. - 2006. -Т.49. -№5. -С.393-400.
5. Хайруллоев Ш.А. Об оценке специальной тригонометрической суммы /Ш.А. Хайруллоев // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. -2017. -№1/5. -С.125-128.
6. Рахмонов З.Х. Соседние нули дзета-функции Римана, лежащие на критической прямой / З.Х. Рахмонов, Ш.А. Хайруллоев // ДАН РТ. - 2009. -Т.52. -№5. -С.331-337.
7. Хайруллоев Ш.А. Расстояние между соседними нулями производной j-го порядка функции Харди / Ш.А. Хайруллоев // ДАН РТ. - 2016. -Т.59. -№5-6. -С.185-187.
8. Хайруллоев Ш.А. Нули производной первого порядка функции Харди / Ш.А. Хайруллоев // Ученые записки ХГУ им. Б.Гафурова. - 2014. -№2(29). -ч.1. -С.335-336.
9. Карацуба А.А. О нулях функции $\zeta(s)$ на коротких промежутках критической прямой /А.А. Карацуба // Изв. АН СССР. сер. матем. - 1984. -Т.48. -№3. -С.569-584.
10. Карацуба А.А. Дзета-функция Римана и ее нули / А.А. Карацуба // УМН. -1985. -Т.40. -№5(245). -С.19-70.

ОИДИ НУЛҲОИ ҲОСИЛАҲОИ ТАРТИБИ ДУЮМИ ФУНКСИЯИ ХАРДИ

Дар мақола масъалаи бузургии порчаи хатти рости критикӣ, ки дорои нули тартиби тоқи ҳосилаҳои тартиби охирноки функсияи Харди мебошад, ба масъалаи ҷустуҷӯи ҷуфтҳои экспоненсиалӣ барои баҳои суммаҳои махсуси тригонометрӣ оварда шудааст. Нулҳои ҳақиқии функсияи Харди ва ҳосилаҳои он, ки нулҳои зета-функсияи Риман дар хатти рости критикӣ мебошанд, омӯхта шудааст. Бо истифодаи усули ҷуфтҳои экспоненсиалӣ теоремаи нав оиди нулҳои ҳосилаҳои тартиби дуюми функсияи Харди исбот карда шудааст. Исбот карда шудааст, ки ҳангоми ҳосилаи тартиби дуюм, дарозии порчаи хатти рости критикӣ дорои нули тартиби тоқи ҳосилаҳои функсияи Харди мебошад. Нишон дода шудааст, ки бо афзудани тартиби ҳосила дарозии порчаи хатти рости критикӣ, ки дорои нули тартиби тоқи функсияи Харди мебошад, хурд мешавад. Ҳангоми исботи теоремаи асосӣ мо аз усулҳои корҳои Харди, Литллвуд, Мозер ва Карасуба бо истифодаи усули ҷуфтҳои экспоненсиалӣ истифода мебарем. Натиҷаҳои гирифташуда, натиҷаҳои маълуми А.А. Карасубаро аз соли 1984 беҳтар менамоянд.

Калидвожаҳо: функсияи Харди, ҷуфтҳои экспоненсиалӣ, дзета-функсияи Риман, хатти рости критикӣ, суммаи тригонометрӣ, гипотезаи Риман, нули тартиби тоқ, баҳои ғайритривиалӣ, суммаи кӯтоҳ, дарозии порча, баҳои тривиалӣ, ҳосилаҳои функсияи Харди, функсияи тағйирёбандааш комплексӣ, оптимизатсияи ҷуфтҳои экспоненсиалӣ.

О НУЛЯХ ПРОИЗВОДНОЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА ФУНКЦИИ ХАРДИ

В работе задача о величине промежутка критической прямой, в котором содержится нуль нечётного порядка производной конечного порядка функции Харди, сведена к проблеме отыскания экспоненциальных пар, для оценки специальной тригонометрической суммы. Изучены вещественные нули функции Харди и её производные, которые являются вещественными нулями дзета-функции Римана, лежащими на критической прямой. Применяя метод экспоненциальных пар, доказана новая теорема о нулях производной второго порядка функции Харди. Доказано, что при производной второго порядка длина промежутка критической прямой имеет нуль нечётного порядка производной функции Харди. Показано, что с увеличением порядка производной, длина промежутка критической прямой, в которой содержится нуль нечётного порядка функции Харди, уменьшается. При доказательстве основной теоремы мы в основном пользуемся методами работ Харди, Литллвуда, Мозера и Карацубы в сочетании с методами экспоненциальных пар. Полученные результаты улучшают известные результаты А.А.Карацубы с 1984 года.

Ключевые слова: функция Харди, экспоненциальная пара, дзета-функция Римана, критическая прямая, тригонометрическая сумма, гипотеза Римана, нуль нечётного порядка, нетривиальная оценка, короткая сумма, длина промежутка, тривиальная оценка, производная функция Харди, функция комплексной переменной, оптимизация экспоненциальных пар.

ON THE ZEROS OF THE DERIVATIVE OF THE SECOND ORDER FUNCTION HARDY

In this paper, the problem of the size of the interval of the critical line, which contains an odd-order zero of a derivative of the final order of the Hardy function, is reduced to the problem of finding exponential pairs for estimating a special trigonometric sum. We studied the real zeros of the Hardy function and its derivatives, which are the real zeros of the Riemann zeta function lying on the critical line. Using the method of exponential pairs, a new theorem on the zeros of the second order derivative of the Hardy function is proved. It is proved that in a second order derivative of the length of the interval of the critical line, it has a zero of the order of the derivative of the Hardy function. It is shown that with increasing order of the derivative, the length of the gap of the critical line, which contains a zero of the odd order of the Hardy function, decreases. In proving the main theorem, we essentially use the methods of Hardy, Littlewood, Moser, and Karatsuba in combination with the methods of exponential pairs. The obtained results improve the well-known results of A.A. Karatsuba since 1984.

Key words: Hardy function, exponential pair, the Riemann zeta function, critical line, trigonometric sum, the Riemann hypothesis, a zero of odd order, the trivial valuation, short amount, the length of the interval, the trivial valuation, a derived function of Hardy, a function of a complex variable, the optimization of exponential pairs.

Сведения об авторе: ***Хайруллоев Шамсулло Амруллоевич*** – Таджикский национальный университет, кандидат физико-математических наук, доцент, докторант кафедры алгебры и теории чисел. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон**: (+992) 988-88-91-26.** E-mail: shamsullo@rambler.ru

Information about the author: ***Khairulloev Shamsullo Amrulloevich*** **-** Tajik National University, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, doctoral candidate in the department of algebra and number theory. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **(+992) 988-88-91-26.** E-mail: **shamsullo@rambler.ru**

УДК 517. 956

ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ПЯТОГО ПОРЯДКА С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕНИЯ

Мирзозода М.А.
Таджикский национальный университет

1. Введение. Нелинейные обратные задачи для параболических уравнений исследовались во многих работах. Наиболее близке им по тематике можно указать статьи [1] – [6], в которых рассматривались нелинейные обратные задачи для параболических уравнений четвёртого порядка.

В данной статье исследуется единственность решения нелинейной обратной задачи для уравнения параболического типа пятого порядка. Неизвестная функция является параметром при производной по времени.

2. Постановка задачи. В прямоугольнике $D = \{(x,t): x \in (0,l), t \in (0,T)\}$ рассмотрим следующую задачу:

$$h(t)u_t + F(x,t)u_{xxxxx} + A(x,t)u = f(x,t), (1)$$

$$u(x,0)=\psi(x), x\in(0,l), t\in(0,T), (2)$$
$$u(0,t)=\mu_1(t), u(l,t)=\mu_2(t), t\in(0,T), (3)$$
$$u_x(0,t)=\nu_1(t), u_x(l,t)=\nu_2(t), t\in(0,T), (4)$$
$$u_{xx}(0,t)=\varphi_1(t), u_{xx}(l,t)=\varphi_2(t), t\in(0,T). (5)$$

Обратная задача. Найти функции $u(x,t)$ и $h(t)$, связанные в прямоугольнике D с уравнением (1) и удовлетворяющие условиям (2) – (5), а также условиям переопределения

$$\int_0^l K(x)u(x,t)\,dx=\eta(t), t\in(0,T), (6)$$

где $A(x,t), F(x,t), f(x,t), K(x), \mu_1(t), \mu_2(t), \nu_1(t), \nu_2(t), \varphi_1(x), \varphi_2(x), \psi(x)-$ известные функции и заданы при $x\in[0,l], t\in[0,T]$.

Сначала для простоты изложения введем следующие обозначения:

$$g(x,t)=K(x)A(x,t)-\left(K(x)F(x,t)\right)_x^V, (7)$$

$$m=\max_D|A(x,t)|, n=\min_D|F(x,t)|, j=\max_{[0,T]}\int_0^l g^2(y,t)\,dy,$$

$$c=\max\left(\frac{2m+\varepsilon^2}{h_0},\frac{j}{h_0\eta_0^2\varepsilon^2}\right),$$

$$L(t)=h_1(t)-h_2(t)=\frac{1}{\eta'(t)}\int_0^l g(x,t)V(x,t)\,dx\ (8)$$

и следующее известное неравенство:

$$\left(\int_a^b f(x)g(x)dx\right)^2\le\int_a^b f^2(x)dx\cdot\int_a^b g^2(x)dx\,. (9)$$

3. Переход от обратной задачи к прямой. Приведём обратную задачу (1) – (6) к прямой задаче.

Уравнение (1) умножим на $K(x)$ и интегрируем по x:

$$h(t)\int_0^l K(x)u_t(x,t)\,dx+\int_0^l K(x)F(x,t)u_{xxxxx}(x,t)\,dx+$$
$$+\int_0^l K(x)A(x,t)u(x,t)\,dx=\int_0^l K(x)f(x,t)\,dx,$$

$$h(t)\eta'(t)+\int_0^l K(x)F(x,t)u_{xxxxx}(x,t)\,dx+\int_0^l K(x)A(x,t)u(x,t)\,dx==\int_0^l K(x)f(x,t)\,dx,$$

$$h(t)=\frac{1}{\eta'(t)}[\int_0^l K(x)f(x,t)\,dx-\int_0^l K(x)F(x,t)u_{xxxxx}(x,t)\,dx-$$
$$-\int_0^l K(x)A(x,t)u(x,t)\,dx]. (10)$$

Найденное значение $h(t)$ вставим в уравнение (1):

$$\frac{1}{\eta'(t)}[\int_0^l K(x)f(x,t)\,dx-\int_0^l K(x)F(x,t)u_{xxxxx}(x,t)\,dx-$$
$$-\int_0^l K(x)A(x,t)u(x,t)\,dx]\,u_t+F(x,t)u_{xxxxx}+A(x,t)u=f(x,t). (1^*)$$

Таким образом, получим прямую задачу (1*), (2)-(5).

4. Единственность решения обратной задачи

Теорема. *Пусть* $f(x,t) \in L_2(D), A(x,t) \in C^1(D), F(x,t) \in C^5(D), K(x) \in C^5([0,l])$. *Тогда решение* $u(x,t) \in W_2^{5,1}(D), h(t) \in L_\infty\big((0,T)\big)$ *задачи (1) – (6), удовлетворяющее соотношениям*

$$h_2(t) \geq h_0 > 0, t \in [0,T], (11)$$

$$K(0) = K(l) = K'(0) = K'(l) = 0\ (12)$$

и условиям согласования единственно:

$$\psi(0) = \mu_1(0), \psi(l) = \mu_2(0),$$
$$\psi'(0) = \nu_1(0), \psi'(l) = \nu_2(0),$$
$$\psi''(0) = \varphi_1(0), \psi''(l) = \varphi_2(0)$$

Доказательство. Предположим, что обратная задача (1) – (6) имеет два решения $\{u_1(x,t), h_1(t)\}$ и $\{u_2(x,t), h_2(t)\}$, такие что в прямоугольнике D для них выполняется равенство:

$$h_i(t)u_{it} + F(x,t)u_{ixxxxx} + A(x,t)u_i = f(x,t), i = 1{,}2\ (1')$$

и условия:

$$u_i(x,0) = \psi(x), (2')$$
$$u_i(0,t) = \mu_1(t), u_i(l,t) = \mu_2(t), (3')$$
$$u_{ix}(0,t) = \nu_1(t), u_{ix}(l,t) = \nu_2(t), (4')$$
$$u_{ixx}(0,t) = \varphi_1(t), u_{ixx}(l,t) = \varphi_2(t), (5')$$

где $x \in (0,l), t \in (0,T), i = 1{,}2$.

Из (10) следует, что

$$h_i(t) = \frac{1}{\eta'(t)}\Big[\int_0^l K(x)f(x,t)\,dx - \int_0^l K(x)F(x,t)u_{ixxxxx}(x,t)\,dx - \int_0^l K(x)A(x,t)u_i(x,t)\,dx\Big]. (10')$$

Введя обозначения $V(x,t) = u_2(x,t) - u_1(x,t)$, из $(1') - (5')$ получим следующую задачу:

$$h_2(t)V_t + F(x,t)V_{xxxxx} + A(x,t)V = L(t)u_{1t}(t), (1'')$$
$$V(x,0) = 0, (2'')$$
$$V(0,t) = 0, V(l,t) = 0, (3'')$$
$$V_x(0,t) = 0, V_x(l,t) = 0, (4'')$$
$$V_{xx}(0,t) = 0, V_{xx}(l,t) = 0, (5'')$$

где $x \in (0,l), t \in (0,T)$.

Сначала вычислим разность $h_1(t) - h_2(t)$:

$$h_1(t) - h_2(t) = \frac{1}{\eta'(t)}\Big[\int_0^l K(x)f(x,t)\,dx - \int_0^l K(x)F(x,t)u_{1xxxxx}(x,t)\,dx - \int_0^l K(x)A(x,t)u_1(x,t)\,dx - \int_0^l K(x)f(x,t)\,dx + \int_0^l K(x)F(x,t)u_{2xxxxx}(x,t)\,dx + \int_0^l K(x)A(x,t)u_2(x,t)\,dx\Big] =$$
$$= \frac{1}{\eta'(t)}\left[\int_0^l K(x)F(x,t)V_{xxxxx}(x,t)\,dx + \int_0^l K(x)A(x,t)V(x,t)\,dx\right].$$

Отдельно вычислим первый интеграл

$$\int_0^l K(x)F(x,t)\,V_{xxxxx}(x,t)dx = \int_0^l K(x)F(x,t)\,dV_{xxxx} = K(x)F(x,t)V_{xxxx}\Big|_0^l -$$

$$-\int_0^l \Big(K'(x)F(x,t)+K(x)F_x(x,t)\Big)dV_{xxx} = -\Big(K'(x)F(x,t)+K(x)F_x(x,t)\Big)V_{xxx}\Big|_0^l +$$

$$+\int_0^l \Big(K''(x)F(x,t)+2K'(x)F_x(x,t)+K(x)F_{xx}(x,t)\Big)dV_{xx} =$$

$$=\Big(K''(x)F(x,t)+2K'(x)F_x(x,t)+K(x)F_{xx}(x,t)\Big)V_{xx}\Big|_0^l -$$

$$-\int_0^l \Big(K'''(x)F(x,t)+3K''(x)F_x(x,t)+3K'(x)F_{xx}(x,t)+K(x)F_{xxx}(x,t)\Big)dV_x =$$

$$=-\Big(K'''(x)F(x,t)+3K''(x)F_x(x,t)+3K'(x)F_{xx}(x,t)+K(x)F_{xxx}(x,t)\Big)V_x\Big|_0^l +$$

$$+\int_0^l (K^{IV}(x)F(x,t)+4K'''(x)F_x(x,t)+6K''(x)F_{xx}(x,t)+4K'(x)F_{xxx}(x,t)+$$

$$+K(x)F_{xxxx}(x,t))\,dV = (K^{IV}(x)F(x,t)+4K'''(x)F_x(x,t)+$$

$$+6K''(x)F_{xx}(x,t)+4K'(x)F_{xxx}(x,t)+K(x)F_{xxxx}(x,t))V\Big|_0^l -$$

$$-\int_0^l (K^V(x)F(x,t)+5K^{IV}(x)F_x(x,t)+10K'''(x)F_{xx}(x,t)+$$

$$+10K''(x)F_{xxx}(x)+5K'(x)F_{xxxx}(x,t)+K(x)F_{xxxxx}(x,t))Vdx =$$

$$=-\int_0^l \big(K(x)F(x,t)\big)_x^V Vdx,$$

т.е. $\int_0^l K(x)F(x,t)\,V_{xxxxx}(x,t)dx = -\int_0^l \big(K(x)F(x,t)\big)_x^V Vdx.$

Тогда

$$h_1(t)-h_2(t) = \frac{1}{\eta'(t)}\left[\int_0^l K(x)A(x,t)V\,dx - \int_0^l \big(K(x)F(x,t)\big)_x^V V(x,t)dx\right] =$$

$$=\frac{1}{\eta'(t)}\int_0^l g(x,t)V(x,t)\,dx.$$

Обе части равенства $(1'')$ умножим на V и, два раза интегрируя по частям, получим:

$$\int_0^t\int_0^l [h_2(\tau)V_\tau + F(x,\tau)V_{xxxxx} + A(x,\tau)V]\,Vdxd\tau = \int_0^t\int_0^l L(\tau)u_{1\tau}Vdxd\tau\,. \quad (13)$$

На основе формулы интегрирования по частям и условий $(2'')-(5'')$ отдельно вычислим каждый интеграл, входящий в интегральное уравнение (13)

$$\int_0^t\int_0^l h_2(\tau)V_\tau Vdxd\tau = h_0\int_0^t\int_0^l V_\tau Vdxd\tau = \frac{1}{2}h_0\int_0^l\left(\int_0^t dV^2\right)dx =$$

$$= \frac{h_0}{2}\int_0^l V^2 \Big|_0^t dx = \frac{h_0}{2}\int_0^l V^2(x,t)\,dx.$$

т.е.

$$\int_0^t\int_0^l h_2(\tau)V_\tau V dx d\tau = \frac{h_0}{2}\int_0^l V^2(x,t)\,dx. \quad (14)$$

$$\int_0^t\int_0^l A(x,\tau)V^2 dx\,d\tau \le m\int_0^t\int_0^l V^2 dx\,d\tau\,. \quad (15)$$

$$\int_0^t\int_0^l F(x,\tau)V_{xxxxx}V\,dx\,d\tau \ge n\int_0^t\int_0^l V_{xxxxx}V\,dx\,d\tau = n\int_0^t\left(\int_0^l V\,dV_{xxxx}\right)d\tau =$$

$$= n\int_0^t VV_{xxxx}\Big|_0^l d\tau - n\int_0^t\int_0^l V_x\,dV_{xxx}\,d\tau = -n\int_0^t V_xV_{xxx}\Big|_0^l d\tau +$$

$$+n\int_0^t\int_0^l V_{xx}V_{xxx}\,dx\,d\tau = \frac{n}{2}\int_0^t\left(\int_0^l dV_{xx}^2\right)d\tau = \frac{n}{2}\int_0^t V_{xx}^2\Big|_0^l d\tau = 0$$

т.е.

$$\int_0^t\int_0^l F(x,\tau)\,V_{xxxxx}V dx d\tau = 0. \quad (16)$$

Применяя известное неравенство (9) и неравенство Юнга, имеем

$$\int_0^t\int_0^l L(\tau)u_{1\tau}V dx\,d\tau = \int_0^t\int_0^l \frac{1}{\eta'(\tau)}\left(\int_0^l g(y,t)V(y,t)\,dy\right)u_{1\tau}V dx\,d\tau \le$$

$$\le \frac{\varepsilon^2}{2}\int_0^t\int_0^l V^2\,dx\,d\tau + \frac{1}{2\varepsilon^2}\int_0^t\int_0^l \frac{u_{1\tau}^2}{\eta'^2(\tau)}\left(\int_0^l g(y,t)V(y,t)\,dy\right)^2 dx\,d\tau \le$$

$$\le \frac{\varepsilon^2}{2}\int_0^t\int_0^l V^2\,dx\,d\tau + \frac{1}{2\varepsilon^2}\int_0^t\int_0^l \frac{u_{1\tau}^2}{\eta'^2(\tau)}\left(\int_0^l g^2(y,t)\,dy\cdot\int_0^l V^2(y,t)\,dy\right)dx\,d\tau \le$$

$$\le \frac{\varepsilon^2}{2}\int_0^t\int_0^l V^2\,dx\,d\tau + \frac{j}{2\varepsilon^2\eta_0^2}\int_0^t\int_0^l u_{1\tau}^2\left(\int_0^l V^2(y,t)\,dy\right)dx\,d\tau.$$

т.е.

$$\int_0^t\int_0^l L(\tau)u_{1\tau}V dx\,d\tau \le$$

$$\le \frac{\varepsilon^2}{2}\int_0^t\int_0^l V^2\,dx\,d\tau + \frac{j}{2\varepsilon^2\eta_0^2}\int_0^t\int_0^l u_{1\tau}^2\left(\int_0^l V^2(y,t)\,dy\right)dx\,d\tau\,. \quad (17)$$

На основе неравенств (14) – (17) уравнение (13) примет вид:

$$\frac{h_0}{2}\int_0^l V^2(x,t)\,dx \le m\int_0^t\int_0^l V^2\,dxd\tau + \frac{\varepsilon^2}{2}\int_0^t\int_0^l V^2\,dxd\tau +$$

$$+\frac{j}{2\varepsilon^2\eta_0^2}\int_0^t\int_0^l u_{1\tau}^2\left(\int_0^l V^2(y,t)\,dy\right)dx\,d\tau,$$

$$\int_0^l V^2(x,t)\,dx \le c\int_0^t\int_0^l V^2\,dxd\tau + c\int_0^t\int_0^l u_{1\tau}^2\left(\int_0^l V^2(y,t)\,dy\right)dx\,d\tau,$$

$$\int_0^l V^2(x,t)\,dx \le c\int_0^t\int_0^l V^2\,dy\left(1+\int_0^1 u_{1\tau}^2\,dx\right)d\tau,$$

$$\int_0^l V^2(x,t)\,dx \le c\int_0^t\int_0^l V^2\,dy\left(\int_0^1 dx+\int_0^1 u_{1\tau}^2\,dx\right)d\tau,$$

$$\int_0^l V^2(x,t)\,dx \le c\int_0^t\int_0^l\left((1+u_{1\tau}^2)\,dx\int_0^l V^2\,dy\right)d\tau.$$

С использованием леммы Гронуолла получим:

$$\int_0^l V^2(x,t)\,dx \le 0.$$

Из полученного неравенства следует, что $V(x,t)=0$. Это означает, что $u_1(x,t)\equiv u_2(x,t)$ и из $(10')$ следует $h_1(t)=h_2(t)$, т.е. решения $\{u_1(x,t),h_1(t)\}$ и $\{u_2(x,t),h_2(t)\}$ совпадают. Теорема доказана.

В конце автор выражает благодарность своему научному руководителю д.ф.м.–н., профессору М. Исмати и научному консультанту д.ф.м.–н., профессору кафедры математической физики факультета ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова Тихонову И.В. за полезные советы и руководство работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прилепко, А.И. Об обратных задачах определения коэффициентов в параболическом уравнении II / А.В. Прилепко, А.Б. Костин // Сиб. мат. журнал. - 1993. –Т.33. –№3. –С.146–155.
2. Кожанов, А.И. Нелинейные нагруженные уравнения и обратные задачи / А.И. Кожанов // Журнал вычислительной математики и матем. физики. - 2004. –Т.44. –№4. –С.694–716.
3. Кожанов, А.И. Параболические уравнения с неизвестными коэффициентами, зависящими от времени / А.И. Кожанов // Журнал вычислительной математики и матем. физики. - 2005. –Т.45. –№12. –С.2168–2184.
4. Безнащенко, Н.Я. Об определении коэффициентов при младших членах в параболическом уравнении / Н.Я. Безнощенко // Сиб. мат. журн. - 1975. –Т.16. –№3. –С.473–482.
5. Бубинов, Б.А. К вопросу о разрешимости многомерных обратных задач для параболических уравнений / Б.А. Бубинов. -Новосибирск: ВЦСО АНСССР, 1989. – 44 с.
6. Kozhanov, A.I. On solvability of an inverse problems for parabolic equation with coefficient and right – hand side / A.I. Kozhanov // II .J. Inverse III – Posed Probl. – 2003. –V.11. –№5. –P.505–522.
7. Телешева, Л.А. Восстановление параметров в краевых задачах для линейных параболических уравнений четвёртого порядка / Л.А. Телешева // Мат. заметки СВФУ. - 2015. –Т.22. –№3. –С.48–56.
8. Телешева, Л.А. Обратная задача для параболических уравнений высокого порядка: случай неизвестного коэффициента, зависящего от времени / Л.А. Телешева // Вестник БГУ. Математика и информатика. - 2010. –№10. –С.175–182.
9. Кириллова, Г.А. О некоторых обратных задачах для параболического уравнения четвёртого порядка / Г.А. Кириллова, А.И. Кожанов // Мат. заметки ЯГУ. - 2000. –Т.7. –№1. –С.35–48.
10. Камынин, В.Л. Нелинейная обратная задача для параболического уравнения высокого порядка / В.Л. Камынин, М. Сарольди // Журнал вычислительной математики и матем. физики. - 1998. –Т.38. –№10. –С.1683–1691.

ЯГОНАГИИ ҲАЛЛИ МАСЪАЛАИ БАРЪАКСИ ҒАЙРИХАТТӢ БАРОИ МУОДИЛАИ НАВЪИ ПАРАБОЛИКИИ ТАРТИБИ ПАНҶУМ БО ШАРТИ ИЛОВАГИИ ИНТЕГРАЛӢ

Дар мақола ягонагии ҳалли масъалаи баръакси ғайрихаттии тартиби панҷуми навъи параболикӣ бо маълумоти иловагӣ дар шакли интегралӣ дида баромада шудааст. Функсияи номаълум дар масъалаи гузошташуда ин параметри назди ҳосила нисбат ба вақт мебошад. Натиҷаи асосӣ исботи ягонагии ҳалли

масъалаи баръакси гузошташуда аст. Барои исботи ягонагии ҳал фарз карда мешавад, ки он дорои ду ҳалли ғайринулӣ мебошад. Бо истифода аз нобаробарии интегралии маъмул ва нобаробарии Юнга, он ба шакли нобаробарии Гронуолла оварда шуда, дар асоси леммааш танҳо ҳалли нулӣ доштани масъалаи ҳосилшуда нишон дода шудааст.

Ҳамин тавр, аз ҳалли нулӣ доштани масъалаи ҳосилшуда ягона будани ҳалли он бармеояд.

Калидвожаҳо: масъалаи баръакс, муодилаи тартиби панҷуми навъи параболӣ, нобаробарии Юнга, нобаробарии Гронуолла, ягонагии ҳал.

ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ПЯТОГО ПОРЯДКА С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕНИЯ

В статье рассмотрены решения нелинейной обратной задачи для параболического уравнения пятого порядка с интегральным условием переопределения. Неизвестная функция в этой задаче является параметром при производной по времени. Основной результат – эта доказательство единственности поставленной обратной задачи. Для доказательства единственности предположим, что она имеет два ненулевых решения. С использованием известного интеграла и неравенства Юнга его пишем в виде неравенства Гронуолла и на основе леммы находим, что полученная задача имеет только тривиальные решения.

Таким образом, из имеющийся нулевых решений полученной задачи следует единственность ее решений.

Ключевые слова: обратная задача, уравнение пятого порядка параболического типа, неравенство Юнга, неравенство Гронуолла, единственность решений.

THE UNIQUENESS OF THE SOLUTION OF NONLINEAR INVERSE PROBLEMS FOR A PARABOLIC EQUATION OF THE FIFTH ORDER WITH INTEGRAL CONDITION OF OVERRIDE

The article deals with the nonlinear inverse problem for a parabolic equation of the fifth order with an integral condition of redefinition. An unknown function in this problem is a parameter with time derivative. The main result of the work is to prove the uniqueness of the inverse problem. To prove the formulated uniqueness theorem, it is assumed that the problem under investigation has two nonzero solutions. Then we make their difference and using the known integral and Jung's inequality we rewrite it in the form of the Gronuoll inequality and on the basis of its Lemma we show that the obtained problem has only a trivial solution. It follows that the problem under consideration has a unique solution.

Key words: inverse problem, fifth order equation of parabolic type, Jung inequality, Gronuoll inequality, uniqueness of the solution.

Сведения об авторе: ***Мирзозода Махмалатиф Абдулфатох*** – Таджикский национальный университет, аспирант дневного отделения кафедры вычислительной математики и механики. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **(+992) 907-96-98-91.** E–mail: **muhammadlatif.1990@mail.ru**

Information about the author: ***Mirzozoda Makhmalatif Abdulfatoh*** - Tajik National University, graduate student of the full-time department of the Department of Computational Mathematics and Mechanics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **(+992) 907-96-98-91.** E-mail: **muhammadlatif.19900@mail.ru**

УДК 511

МАСЪАЛАИ ДИРИХЛЕ БАРОИ ЯК СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ЭЛЛИПТИКИИ ТАРТИБИ ДУ

Башармал Фазил Раҳмон, Ҷангибеков Г.
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

1. Бигузор D як соҳаи якузваи охирнок дар ҳамвории комплексии $z = x + iy$, ки бо сарҳади сарбастаи Ляпунов Г маҳдуд бошад. $B(z;\zeta)$ кори - функсияи Бергмани соҳаи D бошад, ки ба таври зерин ифода меёбад:

$$B(z;\zeta) = \frac{\omega'(z)\overline{\omega'(\zeta)}}{\pi\left[1 - \omega(z)\,\overline{\omega'(\zeta)}\right]^2}.$$

Дар ин ҷо $\omega(z)$ инъикоси комформии соҳаи D ба доираи воҳидии $D = \{z: |t < 1|\}$ буда, штрих ҳосилаи функсияро ифода мекунад.

Операторҳои зеринро дида мебароем:

$$(Sf)(z) = -\frac{1}{\pi}\iint\limits_D \frac{f(\zeta)}{(\zeta - z)^2}\, ds_\zeta,$$

$$(Kf)(z) = \overline{f(z)},$$

$$(Bf)(z) = \iint_D B(z,\zeta) f(\zeta)\, ds_\zeta,$$

$$\overline{S} = KSK, \overline{B} = KBK.$$

Дар ин ҷо ds_ζ – элементи масоҳати Лебеги дар ҳамвории интеграли аз якум рӯйи қимати асосии Коши фаҳмида мешавад.

Дар фазои Лебегии вазндори

$$L^p_{\beta-2/p}(D), 1 < p < \infty, 0 < \beta < 2:$$

$$L^p_{\beta-\frac{2}{p}} = \left\{ f(z): |z|^{\beta-\frac{2}{p}} f(z) = f(z) \in L^p(D), \|f\| L^\beta_{\beta-\frac{2}{p}} = \|F\| L_p \right\},$$

Операторӣ зеринро дида мебароем:

$$A \equiv a(z)I + b(z)K + (c(z)I + d(z)K)S, (1)$$

ки дар ин ҷо I – операторӣ воҳидӣ, коэффитсиентҳои $a(z)\, b(z)\, c(z)\, d(z)$ функсияи бефосила дар соҳаи $\overline{D} = D \cup \Gamma$ мебошанд.

Дар соҳаи $\overline{D}$ функсияҳои ёрирасони

$$\Delta_1(z) = |a(z)|^2 - |b(z)|^2\ \Delta_2(z) = |c(z)|^2 - |d(z)|^2,$$

$$\lambda = \overline{a}c - b\overline{d}, \mu = a\overline{d} - \overline{b}c$$

- ро дохил мекунем [1].

Теремаи 1. Барои Нётерави будани операторӣ A дар фазои

$$L^p_{\beta-2/p}(D), 1 < p < \infty, 0 < \beta < 2$$

зарур ва кифоя аст, ки яке аз нобаробариҳо (бо ҳам ноҳамҷоя) иҷро шавад:

$$\Delta_1(z) > |\lambda(z)| + |\mu(z)| \ \textit{барои}\ \forall_z \in \overline{D}, \ (2_1)$$

$$\Delta_2(z) > |\lambda(z)| + |\mu(z)| \ \textit{барои}\ \forall_z \in \overline{D}, (2_2)$$

$$\omega(t) \neq 0 \ \ \textit{барои}\ \forall_t \in \Gamma.$$

Ҳамзамон, агар шарти (2_1) иҷро гардад, операторӣ A баргарданда аст, агар шарти (2_2) иҷро шавад, он ҳоҳ индекси оператор ба

$$\varkappa = -2ind_\Gamma\, \mu(t)$$

баробар мешавад.

2. Системаи муодилаҳои эллиптикии тартиби дуи зеринро дида мебароем:

$$a(z)\, w_{z\overline{z}} + b(z)\overline{w}_{\overline{z}z} + c(z)w_{zz} + d(z)\overline{w}_{\overline{z}\overline{z}} + a_1(z)w_{\overline{z}} + b_1(z)\overline{w}_z + c_1(z)w_z + d_1(z)\overline{w}_{\overline{z}} + e_1(z)w + h_1(z) = g(z), (3)$$

ки дар ин ҷо

$z = x + iy$ ва $w = u(x,y) + iv(x,y)$,

$$\frac{\partial}{\partial \overline{z}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\right) \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right)$$

мебошанд. Мо ҳисоб мекунем, ки ҳамаи коэффитсиентҳои системаи (3)
дар соҳаи $\overline{D}$ бефосила мебошанд.

$$F_z(t) = \begin{pmatrix} \dfrac{a(z) + c(z)\overline{t}}{b(z) + \overline{d(z)}t} & \dfrac{b(z) + d(z)t}{\overline{a(z)} + \overline{c(z)}t} \end{pmatrix},$$

ки $|t| = 1$ ва $z \in \overline{D}$ аст. Эллиптикӣ будани системаи (3) маънои онро дорад, ки

$$detF_2(t) \equiv \left|a(z) + c(z)\overline{t}\right|^2 - |b(z) + d(z)|^2 \neq 0, \qquad (4)$$

барои ҳамаи $\forall_z \in \overline{D}$, $|z| = 1$ иҷро мегарданд.

Маҷмӯи ҳамаи матрисаҳои полиномиалии $F_z(t)$, ки шарти

$detF_2(t) = |P_z(t)|^2 - |Q_z(t)|^2 > 0\ (< 0)$ - ро барои ҳамаи $z \in \overline{D}$, $|t| = 1$ иҷро мекунанд, бо F^+ (F^-) ишора мекунем:

$$P_z(t) = \overline{c(z)}\, t^2 + \overline{a(z)}\, t + \overline{e(z)}\,, Q_z(t) = d(z)t^2 + b(z)t + h(t).$$

Ду матрисаи $F_z^1(t)$, $F_z^2(t)$ аз F^+ гомотопӣ номида мешаванд, агар чунин матриса – функсияи $F_z^+(t;\tau) \in F^+$ ёфт шавад, ки он аз параметри $\tau \in [0,1]$ бефосила вобаста буд:

$$F_z^+(t;0) \equiv F_z^1(t)\ F_z^+(t;1) \equiv F_z^2(t).$$

Маълум аст, ки [2] муносибати гомотопӣ F^+ - ро ба ду классҳои гомотопӣ- сарбастаи зерин иҷро мекунад:

$$\gamma_0).\ \underset{|t|=1}{Ind\ P(t) = 0, \textit{яъне аъзохои квадратии}\ P(t)}$$

дар дохили доираи $|t| = 1$ реша надорад;

$$\gamma_1).\ \underset{|t|=1}{Ind\ P(t) = 0, \textit{яъне}\ P(t)\ \textit{дар дохили}\ |t| = 1}$$

як реша дорад;

Ин классҳо системаи пурраи маҷмӯи F^+ - ро ташкил мекунад, яъне F_z^1 ва F_z^2 аз F^+ ба ягон класс γ_k $(k = 0,1)$ фақат ва фақат ҳамон вақт дохил мешавад, ки агар $F_z^1 \sim F_z^2$ бошад.

Нишон дода мешавад, ки классҳои гомотопии γ_k ҳангоми k будан фақат ва фақат ҳамон вақт яке аз нобаробариҳои (5_1) ва (5_2) ҳосил мешавад:

$$\Delta_1(z) > |\lambda(z)| + |\mu(z)|\ \forall_z \in \overline{D},\ (5_1)$$

$$\Delta_2(z) > |\lambda(z)| + |\mu(z)|\ \forall_z \in \overline{D}.\ (5_2)$$

Лемма. Бигузор $|P_z(t)| > |Q_z(t)|$ бошад. Он гоҳ барои иҷро шудани нобаробариҳои $(5_1), (5_2)$ зарур ва кифоя аст, ки мувофиқи $In\ dP_z = 1$, ё ин ки $In\ dP_z = 0$ бошад.

Мувофиқи ин классҳои гомотопӣ γ_1, γ_2 яъне шарти $(5_1), (5_2)$, системаи эллиптикии (3) ба ду намуди зерин оварда мерасонад.

$$\Delta_1(z)\ w_{\overline{z}z} + \lambda(z)_{w_{zz}} + \overline{\mu(z)}\ \overline{w_{\overline{z}\overline{z}}} = g_1(z), (6_1)$$

$$\lambda(z)\ w_{z\overline{z}} - \mu(z)\overline{w}_{\overline{z}z} + \Delta_2(z) w_{zz} = g_2(z). (6_2)$$

Масъалаи Дирихле. Ҳалли системаи (3) дар соҳаи D аз класси $W_p^2(D), 2 < p < \infty$, ки дар сарҳади Г шарти

$$w(t)]_\Gamma = 0\ (7)$$

-ро иҷро кунад.

Бе маҳдудият ҳисоб мекунем, ки D доираи вазъияти D = {z: |z| < 1} мебошад [2-3].

Маълум аст, ки агар функсияи $w(z)$, ки дар D ҳосилаи умумидоштаи тартиби дуи дар $\overline{D}$ бефосила дошта бошад, ки шарти (7)-ро дар Г иҷро мекунад, он гоҳ ин функсия ба намуди

$$w(z) = \iint_D G(z,\zeta) f(\zeta) ds_\zeta,$$

тасвир карда мешавад, ки дар ин ҷо

$$G(z,\rho) = -\frac{2}{\pi}\ ln\left|\frac{z-\zeta}{1-z\overline{\zeta}}\right|.$$

Функсияи Грини масъалаи Дирихле барои муодилаи Лаплас дар доираи воҳиди, $f(z)$ - функсияи номаълум аз фазои $L^p(D)$ $2 < p < \infty$ мебошад.

Он гоҳ ҳосилаҳои функсияи w чунин ҳисоб карда мешаванд:

$$w_{\overline{z}z} = f(z), \overline{w}_{\overline{z}z} = \overline{f(z)}, w_{zz} = (Sf)(z) + \overline{z}^2(Bf)(z) + T_1,$$

$$\overline{W}_{\overline{z}\overline{z}} = \left(\overline{SF}\right)(z) + z^2\left(\overline{BF}\right)(z) + T_2,$$

ки T_j – операторҳои компаненти дар $L^p(D)$ $2 < p < \infty$ мебошад. Мувофиқи ин формулаҳо масъалаи Дирихле барои синфи (3) мувофиқи классҳои гомотопии γ_0, γ_1 ба яке аз муодилаҳои интегралӣ сингулярии

$$(A_1 f)(z) \equiv \Delta_1(z) + \lambda(z)\left(S + \overline{z}^2 B\right) f(z) + \mu(z)\left(\overline{S} + \overline{z}B\right) f(z) g(z)\ (8_1)$$

$$(A_2 f)(z) \equiv \Delta_1(z) f(z) + \overline{\mu(z)} f(z) + \Delta_2(z)(\overline{S} + z^2 B) f(z) = g(z) \ (8_2)$$

баробарқуввa мешавад.

Ба ин муодилаҳо теоремаи 1- ро татбиқ намуда, ҳосил мекунем:

Теоремаи 2. *Барои он ки масъалаи Дирихле (7) барои системаи эллиптикии (3) нётеровӣ бошад, зарур ва кифоя аст, ки яке аз ин шартҳои (ноҳамҷоя) иҷро шавад.*

а) шарти (5_1) барои ҳамаи $z \in \overline{D}$

б) шарти (5_2) барои ҳамаи $z \in \overline{D}$ ва $\mu(t) \neq 0$, барои ҳалҳои $t \in \Gamma$.

Ҳамзамон, агар шарти а) иҷро шавад, масъалаи Дирихли (7) Фредголмови аст; агар шарти б) иҷро шавад, индекси масъала ба

$$\varkappa = -2Ind_{\Gamma}\mu(t)$$

баробар мешавад.

АДАБИЁТ

1. Бойматов К.Х. Об одном сингулярном интегральном операторомуспехи математических наук / К.Х. Бойматов, Г. Джангибеков. – 1988. -т.43. -№3. -С.171-172.
2. Vekua I.N. Generalized analytic functions, Fitzmatgiz / I.N. Vekua. –M., 1959, English transl, Pergamon Press, London, and Addison-Wesley, Reading, MA, 1962.
3. Dzhuraev A.D. The method of singular integral equations / A.D. Dzhuraev. –M: Nauka, 1987; English transl., Longman Sci. Tech. Harlow, and Wily. -New York, 1992.

МАСЪАЛАИ ДИРИХЛЕ БАРОИ ЯК СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ЭЛЛИПТИКИИ ТАРТИБИ ДУ

Дар ин мақола масъалаи Дирихле барои як системаи муодилаҳои эллиптикии тартиби дуюм омӯхта шудаанд, ки шомили ду теорема аст ва системаи муодилаҳои эллиптикии тартиби дуюм дар назар гирифта шудааст. Дар теоремаи 1 ҳисоб шудааст, ки тамоми коэффисиентҳои муодилаи эллиптикии тартиби дуюм дар соҳаи маҳдуд бефосила мебошад. Дар теоремаи 2 нишон дода шудааст, ки барои ин ки масъалаи Дирихле (7) барои системаи эллиптикии (3) нётеровӣ бошад, зарур ва кифоя аст, ки яке аз ин шартҳои (ноҳамҷоя) иҷро шавад. Ҳамзамон, агар шарти а) иҷро шавад, масъалаи Дирихле (7) Фредголмови аст; агар шарти б) иҷро шавад индекси масъала нобаробар аст.

Калидвожаҳо: масъалаи Дирихле, системаи муодилаҳои эллиптикии тартиби дуюм, системаи эллиптикии нётеровӣ,индекси масъала, нобаробар.

ЗАДАЧАДИРИХЛЕ ДЛЯ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

В данной статье автором изучена задача Дирихле для одной системы эллиптических уранений второго порядка, которая состоит из двух теорем и принята к вниманию система эллиптических уравнений второго порядка. В первой теореме рассчитано, что все коэффициенты эллиптических уранений второго порядка в ограниченной области являются беспрерывными. Во второй теореме показано, что для того чтобы задача Дирихле (7) для эллиптическойсистемы (3) была нётеровым,нужно и достаточно, чтобы выполнялась одно из условий (несовместимости). В тоже время, если выполняется условие а), задача Дирихле (7) Фредгольмова; если выполняется условие б), индекс задачи считается неравной.

Ключевые слова: задача Дирихле, система эллиптических уранений второго порядка, эллиптическаясистема, индекс задачи, неравный.

PROBLEM FOR ONE SYSTEM OF SECOND-ORDER ELLIPTIC EQUATIONS

In this article, the author has studied the Dirichlet problem for one system of second-order elliptic uraniums, which consists of two theorems and takes into account the system of second-order elliptic equations. In the first theorem, it is calculated that all the coefficients of second-order elliptic uraniums in a bounded region are continuous. The second theorem shows that for the Dirichlet problem (7) for the elliptic system (3) to be Noetherian, it is necessary and sufficient that one of the conditions (incompatibility) is satisfied. At the same time, if condition a) is fulfilled, the Dirichlet problem (7) is Fredholm's; if condition b) is satisfied, the index of the problem is considered unequal.

Keywords: Dirichlet problem, second-order elliptic uranium system, elliptic system, problem index, unequal.

Сведения об авторах: ***Башармал Фазил Рахмон*** **-** Таджиксикй национальный университет, магистрант кафедры функционального анализа и диференциальных уравнений. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **919-59-52-55**

Джангибеков Гулходжа – Таджиксикй национальный университет, доктор физико-математических наук, профессор. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **935-03-63-42.** E-mail: **gulkhoja@list.ru**

Information about the authors: ***Basharmal Fazil Rahmon*** **-** Tajik National University, undergraduate of the Department of Functional Analysis and Differential Equations. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **919-59-52-55**
Dzhangibekov Gulkhoja **-** Tajik National University, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **935-03-63-42.** E-mail: **gulkhoja@list.ru**

УДК 519.87.59

ҲАЛЛИ МУОДИЛАИ ҒАЙРИСТАТСИОНАРИИ ДУЧЕНАКАИ ГАРМИГУЗАРОНӢ БО ИСТИФОДА АЗ ПАКЕТИ MATLAB

Ҷалилов Х.М.
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Гузориши масъала: *Масъалаи ёфтани тақсимоти ҳарорат дар болори якҷинсаи дорои буриши кӯндалангии росткунҷа доштаро ҳангоми ғармкунии деворaҳои бино, дар ҳолати ғайристатсионарӣ дида мебароем. Дар сарҳадоти буриши болор шартҳои канории ҷинси 1 – ҳарорат* $(\boldsymbol{T_k})$ *–ро мегузорем [2,1,4].*

Дар муҳити якҷинса системаи муодилаҳои масъалаи дученакаи ғайристатсионарӣ бо ба ҳисоб гирифтани шартҳои аввала ва канорӣ дар системаи координатаи декартӣ намуди зеринро мегирад:

$$\begin{cases} \boldsymbol{T(x,y,0)=T_k;} \\ \boldsymbol{T(0,y,t)=T_k;} \\ \boldsymbol{T(L_x,y,t)=T_k;} \\ \boldsymbol{T(x,0,t)=T_k;} \\ \boldsymbol{T\big(x,L_y,t\big)=T_k;} \\ \boldsymbol{c\rho\,\dfrac{\partial T(x,y,t)}{\partial t}-\mathrm{m}\left[\dfrac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial y^2}\right]=f(x,y);} \end{cases} \quad (1)$$

Системаи муодилаҳои (1) дар намуди фарқҳои охирнок дар тӯри баробарченак бо қадамҳои $\boldsymbol{\Delta x, \Delta y, \Delta t}$ намуди зеринро мегирад:

$$\begin{cases} \boldsymbol{T_{i,j,n}=T_k\,, i=1\ldots I, j=1\ldots J, n=1;} \\ \boldsymbol{T_{i,j,n}=T_k\,, i=1, j=1\ldots J, n=2\ldots N;} \\ \boldsymbol{T_{i,j,n}=T_k\,, i=I, j=1\ldots J, n=2\ldots N;} \\ \boldsymbol{T_{i,j,n}=T_k\,, i=2\ldots I-1, j=1, n=2\ldots N;} \\ \boldsymbol{T_{i,j,n}=T_k\,, i=2\ldots I-1, j=J, n=2\ldots N;} \\ \boldsymbol{c\rho\,\dfrac{T_{i,j,n}-T_{i,j,n-1}}{\Delta t}-m\left[\dfrac{T_{i+1,j,n}-2T_{i,j,n}+T_{i-1,j,n}}{\Delta x^2}+\right.} \\ \boldsymbol{\left.+\dfrac{T_{i,j+1,n}-2T_{i,j,n}+T_{i,j-1,n}}{\Delta y^2}\right]=-f_{i,j,n},} \\ \boldsymbol{i=2\ldots I-1, j=2\ldots J-1, n=2\ldots N;} \end{cases} \quad (2)$$

Дар ин ҷо $\boldsymbol{I, J, N}$ – мувофиқан миқдори нуқтаҳо дар тирҳои координатаҳои **x, y** ва вақт мебошанд.

Ба он эътибор додан лозим аст, ки вектор-сутуни тағйирёбандаҳо $\boldsymbol{T}$ бояд андозаи $\boldsymbol{1*I\,J\,N}$–ро дошта бошад ва дар системаи муодилаҳои (1) матритсаи номаълумҳо бояд андозаи $\boldsymbol{I*J*N}$–ро дошта бошад. Пеш аз оне, ки коэффитсиентҳои матрисаи $\boldsymbol{A}$-ро нависем, зарур аст нуқтаҳоро рақамгузорӣ намоем.

Индекси нави $\boldsymbol{L}$-ро дохил менамоем, ки он аз $\boldsymbol{1}$ то $\boldsymbol{L=NI\,J}$ тағйир меёбад. Ифодаҳо барои ҳисоби индексҳо намудҳои зеринро мегиранд:

$\boldsymbol{i,j,n}$ $$\boldsymbol{L=i+(j-1)I+(n-1)IJ}$$

$$i+1,j,n \qquad L' = L+1 = i+1+(j-1)I+(n-1)IJ$$

$$i-1,j,n \qquad L' = L-1 = i-1+(j-1)I+(n-1)IJ$$

(3)

$$i,j+1,n \qquad L' = L+I = i+jI+(n-1)IJ$$

$$i,j-1,n \qquad L' = L-I = i+(j-2)I+(n-1)IJ$$

$$i,j,n-1 \qquad L' = L-IJ = i+(j-2)I+(n-2)IJ$$

Системаи муодилаҳои (2) системаи муодилаҳои хаттии алгебравие мебошад, ки матритсаи коэффитсиентҳои он - A ва вектор сутуни B-и он намуди зеринро доранд [4,1]:

$$i = 2 \dots I-1, j = 2 \dots J-1, n = 2 \dots N,$$

$$A(L,L) = \frac{c\rho}{\Delta t} - m\left[\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2}\right],$$

$$A(L,L+1) = \frac{m}{\Delta x^2}, A(L,L-1) = \frac{m}{\Delta x^2}, (4)$$

$$A(L,L+I) = \frac{m}{\Delta y^2}, A(L,L-I) = \frac{m}{\Delta y^2},$$

$$A(L,L-IJ) = -\frac{c\rho}{\Delta t},$$

$$B(L,L) = f_{i,j,n};$$

$$A(L,L) = 1, B(L) = T_k : i = 1 \dots I, j = 1 \dots J, n = 1$$

$$A(L,L) = 1, B(L) = T_k : i = 1\ j = 1 \dots J, n = 2 \dots N;$$

$$A(L,L) = 1, B(L) = T_k : i = I\ j = 1 \dots J, n = 2 \dots N;$$

$$A(L,L) = 1, B(L) = T_k : i = 2 \dots I-1, j = 1, n = 2 \dots N;$$

$$A(L,L) = 1, B(L) = T_k : i = 2 \dots I-1, j = J, n = 2 \dots N;$$

Акнун дар заминаи навиштаҳои боло яке аз намунаҳои коди барномаро дар пакети MatLAB менависем. Ин барнома имкон медиҳад системаи муодилаҳои алгебравии хаттиро ҳал намоем.

КОДИ БАРНОМА ДАР СИСТЕМАИ MATLAB:

```
close all
clear all
% Ҳалли муодилаи гармигузаронӣ
m=120; % коэффитсиенти гармигузаронӣ Si (Вт/м/К)
ro=2330; % зичӣ (кг/м^3)
c=800; % гармиғунҷоиши хос Дж/(кг*К)
f=-1e6; % зичии сарчашмаи гармӣ Вт/м^3
Lx=20e-2;
Ly=30e-2;
Lt=300;
TK=300; % ҳарорат (К)
% Сохтани сохтори геометрӣ
I=11; % миқдори нуқтаҳо дар тири x;
J=12; % миқдори нуқтаҳо дар тири y;
S=17; % миқдори нуқтаҳо дар тири t;
dx=Lx/(I-1);
dy=Ly/(J-1);
dt=Lt/(S-1);
X=0:dx:Lx;
Y=0:dy:Ly;
time=0:dt:Lt;
% Қиматбахшии матритсаи коэффитсиентҳо
```

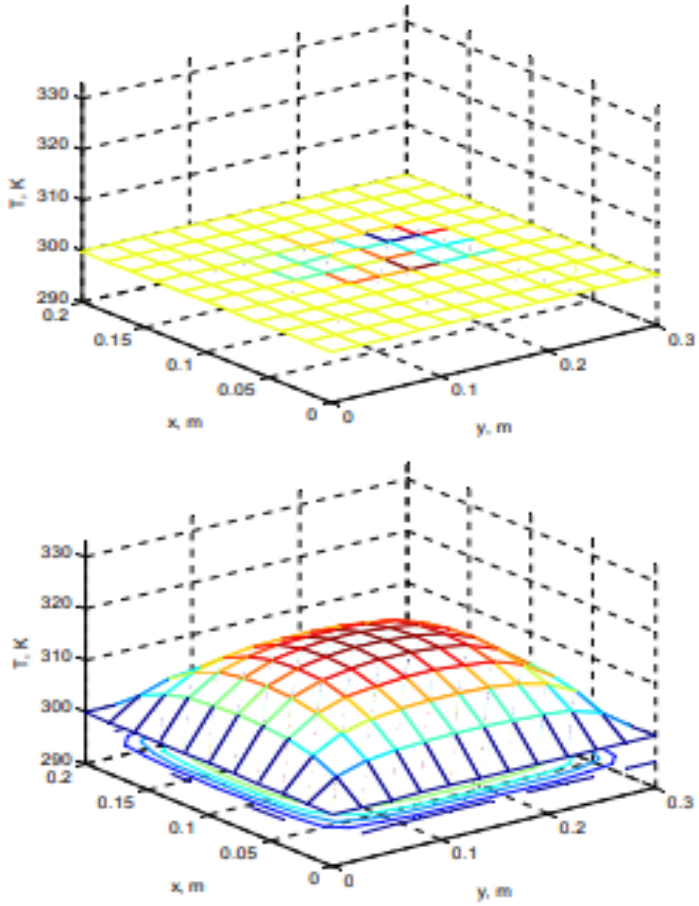
```
N=I*J*S;
a=zeros(N,N);
b=zeros(1,N);
% Шарти аввала
s=1;
for i=1:I
 for j=1:J
 n=i+(j-1)*I+(s-1)*I*J;
 a(n,n)=1;
 b(n)=TK;
 end
end
for s=2:S
 for i=2:I-1
 for j=2:J-1
 n=i+(j-1)*I+(s-1)*I*J;
 a(n,n) =ro*c/dt+k*2/dx^2+k*2/dy^2;
 a(n,n+1)=-k/dx^2;
 a(n,n-1)=-k/dx^2;
 a(n,n+I)=-k/dy^2;
 a(n,n-I)=-k/dy^2;
 a(n,n-I*J)=-ro*c/dt;
 b(n) =-f;
 end
 end
 % шарти канорӣ
 for j=1:J
 i=1;
 n=i+(j-1)*I+(s-1)*I*J;
 a(n,n) = 1;
 b(n) = TK;
 i=I;
 n=i+(j-1)*I+(s-1)*I*J;
 a(n,n) = 1;
 b(n) = TK;
 end
 for i=2:I-1
 j=1;
 n=i+(j-1)*I+(s-1)*I*J;
 a(n,n) = 1;
 b(n) = TK;
 j=J;
 n=i+(j-1)*I+(s-1)*I*J;
 a(n,n) = 1;
 b(n) = TK;
 end
end
% Ҳалли системаи муодилаҳои алгебравии хаттӣ
TT=b/a';
T=zeros(I,J,S);
Ttime=zeros(1,S);
for s=1:S
 for i = 1:I
 for j=1:J
 T(i,j,s)=TT(i+(j-1)*I+(s-1)*I*J);
```

```
 end
 end
end
for s=1:S
 figure
 meshc(Y,X,T(:,:,s))
 grid on
 xlabel('y, b')
 ylabel('x, b')
 zlabel('T, K')
 axis([min(Y) max(Y) min(X) max(X) (min (min (min (T))) - 10)
max(max(max(T)))])
 pause (0.1)
 M(s)=getframe;
end
figure
movie(M,5,3)
for s=1:S
 Ttime(s)=T(ceil(I/2),ceil(J/2),s);
end
figure
plot(time,Ttime)
grid on
xlabel('t, c')
ylabel('T, K')
```

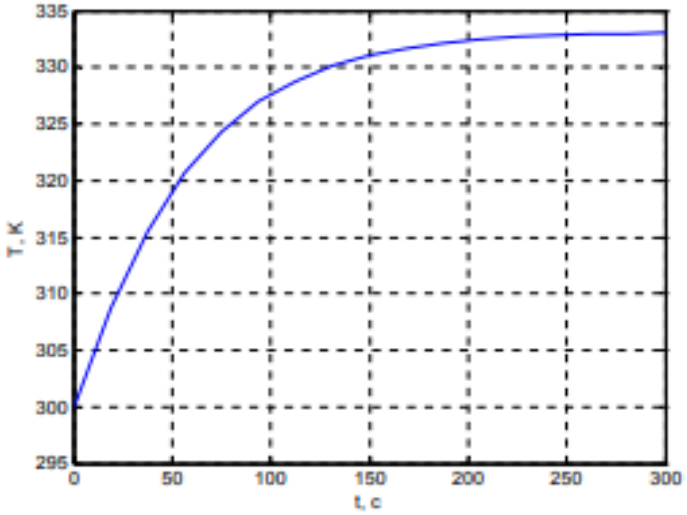
НАТИҶАҲОИ КОМПЮТЕРӢ

Расми 1. Тақсимоти ҳарорат дар аввали вақт ва баъд

Picture 1. Temperature separation at the beginning and after



Расми 2. Вобастагии ҳарорат аз вақт
Picture 2. Temperature dependent on time



АДАБИЁТ

1. Джалилов Х.М. Исследование классических моделей с функциональными начальными условиями / Х.М. Джалилов // Вестник ТНУ. -Душанбе: Сино, 2017. -№1/2. -С.19-25. ISSN 2413-452X
2. Юнусов М. Оптимальное уравнение в некоторых процессах тепломассопереноса / М. Юнусов; отв. ред. Б.А. Алиев, АН Тадж. ССР. Математический ин-т с ВЦ. -Душанбе: Дониш, 1987. - 132 с.
3. Джалилов Х.М. О решении модельных задач с функциональными начальными условиями / Х.М. Джалилов, М. Юнуси. -Душанбе: Сино, 2014. -112 с.
4. Ҷалилов Х.М. Истифодаи Matlab ҳангоми тадқиқи муодилаи статсионарии гармигузаронӣ / Х.М. Ҷалилов // Паёми ДМТ. Бахши илмҳои табиӣ. -Душанбе: Сино, 2019. -№1. -С.65-72. ISSN 2413-452X

ҲАЛЛИ МУОДИЛАИ ҒАЙРИСТАТСИОНАРИИ ДУЧЕНАКАИ ГАРМИГУЗАРОНӢ БО ИСТИФОДА АЗ ПАКЕТИ MATLAB

Дар мақолаи мазкур, масъалаи ёфтани тақсимоти ҳарорат дар болори якҷинсаи дорои буриши кӯндалангии росткунҷа дошта ҳангоми гармкунии девораҳои бино, дар ҳолати ғайристатсионарӣ дида баромада шудааст. Дар сарҳадоти буриши болор шартҳои канории ҷинси 1, асосан ҳарорат ($\mathbf{T_k}$) гузошта шудааст.

Ҳангоми тадқиқ барои воситаҳои изотропӣ ва масъалаҳои дученакаи ғайристатсионарӣ бо баҳисобгирии шартҳои канорӣ системаи муодилаҳо ба даст оварда шудааст.

Баъдан бо ба назар гирифтани шартҳои аввала ва канорӣ дар тӯри баробарченак, дар порчаи [0,L] бо қадамҳои **Δx, Δy, Δt**, бо ёрии муодилаҳои фарқии охирнок системаи нави муодилаҳо ба даст оварда шудааст.

Дар охир коди барнома навишта шуда, натиҷаҳои компютерӣ ба даст оварда шудаанд.

Калидвожаҳо: тадқиқ, муодилаи ғайристатсионарӣ, гармигузаронӣ, тақсими ҳарорат, тӯри баробарченак, порча, қадам, муодилаҳои фарқии охирнок, коди барнома, натиҷаи компютерӣ, Матлаб.

ПРИМЕНЕНИЕ MATLAB ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

В работе исследована задача нахождения решения двумерного нестационарного уравнения теплопроводности. Для нахождения распределения температуры в однородной балке, при нагреве зададим граничные условия.

Во время исследования для изотермических и нестационарных задач были получены системы уравнений.

С учетом начального и граничного условия в равномерной сетке на отрезке [0, L] с шагами **Δx, Δy, Δt**, с помощью уравнения конечных разностей получим систему алгебраических уравнений.

Разработан код программы на Матлаб и получены компьютерные результаты.

Ключевые слова: решения, нестационарность уравнения, теплопроводность, распределение температуры, равномерная сетка, отрезок, шаг, уравнение конечных разностей, код программа, компьютерный результат, Матлаб.

APPLICATION OF MATLAB FOR DECISION OF A TWO-DIMENSIONAL NONSTATIONARY HEAT-CONDUCTION EQUATION

In this paper, the problem of finding a solution to a two-dimensional unsteady heat equation is investigated. To find the temperature distribution in a homogeneous beam, during heating, we set the boundary conditions.

During the study for isothermal and non-stationary problems, systems of equations were obtained.

Taking into account the initial and boundary conditions in a uniform grid on the interval [0, L] with steps Δx, Δy, Δt, using the finite difference equation, we obtain a system of algebraic equations.

The program code was developed at Matlab and computer results were obtained.

Key words: decision, investigate, stationary equations, thermal conductivity, temperature distribution, uniform grid, segment, step, equation of finite differences, program code, computer result, Matlab.

Сведения об авторе: ***Джалилов Хуршед Максудович*** **–** Таджикский национальный университет, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информатики. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **907-96-55-69.** E-mail: **Sharshara68@mail.ru**

Information about the author: ***Jalilov Khurshed Maksudovich*** - Tajik National University, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the department of computer science. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **907-96-55-69**. Email: **Sharshara68@mail.ru**

УДК 517.968.2

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ДВУМЕРНЫХ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С НЕЧЁТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ, ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ПОЛЮСА

Валиев Н.Г.
Таджикский национальный университет

1. Пусть D - комплексная плоскость ограниченной границей Г, где Г состоит из конечного числа простых замкнутых кривых Ляпунова, не пересекающихся между собой, и содержащая внутри точку $z=0$, I - единичный оператор, $a(z), b(z), q(z)$ -непрерывные комплекснозначные функции в $\overline{D} = D \bigcup \Gamma$ и $|q(z)|<1$ при всех $z \in \overline{D}$.

Пусть дано лебеговое пространство $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D)\ (1<p<\infty, 0<\beta<2)$, где

$$L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D) = \{f(z) : |z|^{\beta-\frac{2}{p}} |f(z)| = F(z) \in L^p(D), \| f \|_{L^p_{\beta-\frac{2}{p}}} = \| F \|_{L^p}\}$$

В этом пространстве исследуем следующий сингулярный интегральный оператор

$$A = a(z)I + b(z)S_{mq}K, \tag{1}$$

где

$$(S_{mq}f)(z) = \frac{m}{2\pi i^m} \iint_D \frac{(\overline{\zeta}-\overline{z})^m |\zeta - z|^{m-2} f(\zeta) ds_\zeta}{(|\zeta - z|^m - (-i)^m q(z)(\overline{\zeta}-\overline{z})^m)^2}, \tag{2}$$

черта над функцией означает переход к комплексно-сопряженным значениям, а двумерный интеграл понимается в смысле главного значения по Коши, $(Kf)(z) = \overline{f(z)}$ и $m>0-$ нечётное число.

Используя характеристическую функцию $u(z,\theta)$, можно записать оператор S_{mq} в виде

$$(S_{mq}f)(z) = \frac{m}{2\pi i^m} \iint_D \frac{u(z,\theta)}{|\zeta - z|^2} f(\zeta) ds_\zeta,$$

где характеристика $u(z,\theta)\ (\theta = arg(\zeta - z))$ оператора S_{mq}

$$u(z,\theta) = \frac{e^{-im\theta}}{(1-(-i)^m q(z) e^{-im\theta})^2}$$

является ограниченной функцией, зависящей от полюса $q(z)$ и удовлетворяет условию $\int_0^{2\pi} u(z,\theta) d\theta = 0, \forall z \in \overline{D}$. Тогда из результатов [1], следует, что в пространстве $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D)\ \ (1<p<\infty, 0<\beta<2)$ оператор S_{mq} ограничен. Следует отметить, что оператор вида S_{mq} впервые, при $m=2$ был введен в работе [2], а в [9] нами был исследован оператор A, когда $m=2$. Ещё в [3] при $m-$ целое было показано, что оператор

$$(A_{mq}f)(z) = f(z)I - q(z)(S_{mq}f)(z) \tag{3}$$

является регуляризатором для оператора

$$(A_m f)(z) = f(z)I + q(z)(S_m f)(z). \tag{4}$$

Для $q(z) = const$, оператор A_{mq} будет обратным оператором для A_m.

В данной работе установливаются необходимые и достаточные условия нётеровости для сингулярных интегральных операторов типа A в лебеговом пространстве $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D)$ и вычисляются формулы индекса.

Теорема 1. *Для нётеровости оператора A в лебеговом пространстве $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D)$ $(1 < p < \infty, 0 < \beta < 2)$ необходимо и достаточно, чтобы*

$$|a(z)|^2 (1-|q(z)|^2)+|b(z)|^2 \neq 0 \quad \forall z \in \overline{D}, \tag{5}$$

$$a(\tau) \neq 0 \quad \forall \tau \in \Gamma. \tag{6}$$

Когда выполняются эти условия, то индекс оператора A равен

$$\chi = -mInd_{\Gamma} a(\tau).$$

2. Доказательства. Оператор A будет нётеровым тогда и только тогда, когда операторная матрица является нётеровой

$$B = \begin{pmatrix} a(z)I & b(z)S_m q \\ \overline{b(z)}KS_{mq}K & \overline{a(z)}I \end{pmatrix},$$

К оператору B применяем результаты [4]. Разложив характеристику $u(z,\theta)$ в ряд по степеням $e^{-im\theta}$:

$$u(z,\theta) = \frac{e^{-im\theta}}{(1-(-i)^m q(z)e^{-im\theta})^2} = \sum_{k=0}^{\infty}(-i)^{mk}(k+1)q^k(z)e^{-im(k+1)\theta}.$$

И пишем оператор S_{mq} в виде

$$\begin{aligned}(S_{mq}f)(z) &= \sum_{n=1}^{\infty} q^{n-1}(z)(-i)^{m(n-1)} n \frac{m}{2\pi i^m}\iint_D \frac{e^{-imn\theta}}{|\zeta - z|^2} f(\zeta)ds_\zeta = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} q^{n-1}(z)\frac{(-i)^{m(n-1)} i^{mn}}{i^m}\cdot\frac{mn}{2\pi i^{mn}}\iint_D \frac{e^{-imn\theta}}{|\zeta - z|^2} f(\zeta)ds_\zeta \equiv \sum_{n=1}^{\infty} q^{n-1}(z)(S_{mn}f)(z).\end{aligned} \tag{7}$$

Поскольку символ оператора S_{mn} равен $(\frac{\overline{\sigma}}{|\sigma|})^{mn}$ и символ оператора $\overline{S}_{mn}$ равен $-(\frac{\sigma}{|\sigma|})^{mn}$ $(0 < |\sigma| < \infty, \sigma = \sigma_1 + i\sigma_2)$, то, соответственно, символами операторов S_{mq} и $\overline{S}_{mq}$ будут

$$\sum_{n=1}^{\infty} q^{n-1}(z)(\frac{\overline{\sigma}}{|\sigma|})^{mn} = (\frac{\overline{\sigma}}{|\sigma|})^m \sum_{n=1}^{\infty} q^{n-1}(z)(\frac{\overline{\sigma}}{|\sigma|})^{m(n-1)} = \frac{(\frac{\overline{\sigma}}{|\sigma|})^m}{1-q(z)(\frac{\overline{\sigma}}{|\sigma|})^m},$$

и

$$\sum_{n=1}^{\infty} \overline{q}^{n-1}(z)(-\frac{\sigma}{|\sigma|})^{mn} = (-\frac{\sigma}{|\sigma|})^m \sum_{n=1}^{\infty} \overline{q}^{n-1}(z)(-\frac{\sigma}{|\sigma|})^{m(n-1)} = -\frac{(\frac{\sigma}{|\sigma|})^m}{1+\overline{q(z)}(\frac{\sigma}{|\sigma|})^m},$$

тогда, согласно [4], свойства оператора A определяются свойствами матрицы

$$G_z(\sigma)=\begin{pmatrix} a(z) & b(z)\dfrac{(\dfrac{\overline{\sigma}}{|\sigma|})^m}{1-q(z)(\dfrac{\overline{\sigma}}{|\sigma|})^m} \\ -\overline{b(z)}\dfrac{(\dfrac{\sigma}{|\sigma|})^m}{1+\overline{q(z)}(\dfrac{\sigma}{|\sigma|})^m} & \overline{a(z)} \end{pmatrix}, z\in\overline{D}.$$

Лемма. *Матрица* $G_z(\sigma)$ *невырожденна для всех* $z\in\overline{D}$ *и* σ $(detG_z(\sigma\neq 0))$ *тогда и только тогда, когда выполнено одно из неравенств*

$$|a(z)|^2\,(1-|q(z)|^2)+|b(z)|^2\neq 0 \quad \forall z\in\overline{D}, \tag{8}$$

$$a(\tau)\neq 0 \quad \forall\tau\in\Gamma. \tag{9}$$

2.1. Согласно результатов [4] для нётеровости оператора A выполнение условия (8) или (9) является необходимым. Сначала рассмотрим случай (8) и временно ограничимся пространством $L^p(D),\ 1<p<\infty.$ Из результатов [4] следует, что необходимые и достаточные условия нётеровости оператора A являются существованием нулевых частных индексов у матрицы $G_\tau(\sigma_1\pm i)\,(-\infty<\sigma_1<\infty),\tau\in\Gamma.$ Так как $G_\tau(\sigma_1\pm i)$ от p не зависят, то для всех $p\in(1,\infty)$ оператор A в $L^p(D)$ одновременно будет нётеровым или ненётеровым. Из [5] следует, что $S_{mn}=S^{mn}$ и $\|S^{mn}\|_{L^p(D)}\leq\|S\|^{mn}_{L^p(D)}$. Поскольку $\|S^m\|_{L^2(D)}<1$ (см.[6]) и с учётом (7) получим

$$\|S_{mq}\|_{L^2(D)}\leq\sum_{n=1}^{\infty}|q(z)|^{n-1}\|S\|^{mn}_{L^2(D)}<\sum_{n=1}^{\infty}|q(z)|^{n-1}=\frac{1}{1-|q(z)|}.$$

Согласно (8) из принципа сжатых отображений следует обратимость оператора A в $L^2(D)$. Поэтому частные индексы матриц $G_\tau(\sigma_1\pm i),\tau\in\Gamma$ равны нулю. Пусть $M_\nu\equiv a(z)I+\nu\cdot b(z)S_{mq}K$ -семейство нётеровых операторов, непрерывно зависящих от параметра $\nu\in[0,1]$. В соответсвии с параметром ν рассмотрим оператор M_ν. При $\nu=0$ и $\nu=1$, $M_0=a(z)I,\ M_1=A.$ В любом пространстве $L^p(D)$ при $1<p<\infty$ индекс A равен нулю. Далее, рассмотрим оператор A, если $p>2.$ Согласно теореме о вложениях $L^p(D)\subset L^2(D)(p>2),$ оператор A имеет нулевое ядро в $L^p(D)$ при $p>2.$ При $1<p<2$ установление этого факта проводится с помощью перехода к сопряженному оператору. Таким образом, показано, что A - обратим в $L^p(D),\ 1<p<\infty.$ Утверждение теоремы имеет место и в пространстве $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D).$ Для этого достаточно сослаться на вложение $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D)\subset L^s(D)$ при некотором $s>1$ (см.[9].)

2.2. Пусть выполнено условие (9). Было установлено, что матрицы функции $G_\tau(\sigma_1\pm i)$ факторизуются с нулевыми частными индексами в явном виде, если $a(\tau)\neq 0,\tau\in\Gamma$:

$$\begin{pmatrix} a(\tau) & \dfrac{b(\tau)(\dfrac{\sigma_1+i}{\sigma_1-i})^{\frac{m}{2}}}{1-q(\tau)(\dfrac{\sigma_1+i}{\sigma_1-i})^{\frac{m}{2}}} \\ -\dfrac{\overline{b(\tau)}(\dfrac{\sigma_1-i}{\sigma_1+i})^{\frac{m}{2}}}{1+\overline{q(\tau)}(\dfrac{\sigma_1-i}{\sigma_1+i})^{\frac{m}{2}}} & \overline{a(\tau)} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \dfrac{b(\tau)(\dfrac{\sigma_1-i}{\sigma_1+i})^{\frac{m}{2}}}{\overline{a(\tau)}((\dfrac{\sigma_1-i}{\sigma_1+i})^{\frac{m}{2}}-q(\tau))} & \dfrac{1}{F_\tau^-(\sigma_1)} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\dfrac{\overline{b(\tau)}(\dfrac{\sigma_1-i}{\sigma_1+i})^{\frac{m}{2}}}{1+\overline{q(\tau)}(\dfrac{\sigma_1-i}{\sigma_1+i})^{\frac{m}{2}}} & \overline{a(\tau)} \\ \dfrac{F_\tau^+(\sigma_1)}{\overline{a(\tau)}} & 0 \end{pmatrix},$$

где $\dfrac{F_\tau^+(\sigma_1)}{F_\tau^-(\sigma_1)} = \det G_\tau(\sigma_1+i), -\infty < \sigma_1 < \infty,$ функции $F_\tau^\pm(\sigma_1),$ соответственно, аналитически продолжены по σ_1 в верхней и нижней полуплоскостях; левая матрица справа от равенства аналитически продолжены по σ_1 в нижней полуплоскости, а правая матрица - в верхней полуплоскости. Следовательно, при $a(\tau) \neq 0, \tau \in \Gamma$ из результатов [4] следует, что оператор A нётеров в пространстве $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D), 0 < \beta < 2, 1 < p < \infty.$ Если нарушается условия $a(\tau) \neq 0, \tau \in \Gamma,$ но выполняется (9), то оператор A в $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D),$ $0 < \beta < 2,$ $1 < p < \infty$ не может быть Φ^+ или Φ^- оператором. В этом случае матрица $G_z(\sigma_1+i)$ факторизуется с частными индексами $\chi^+ = 1$ и $\chi^- = -1$:

$$\begin{pmatrix} 0 & \dfrac{b(\tau)(\dfrac{\sigma_1+i}{\sigma_1-i})^{\frac{m}{2}}}{1-q(\tau)(\dfrac{\sigma_1+i}{\sigma_1-i})^{\frac{m}{2}}} \\ -\dfrac{\overline{b(\tau)}(\dfrac{\sigma_1-i}{\sigma_1+i})^{\frac{m}{2}}}{1+\overline{q(\tau)}(\dfrac{\sigma_1-i}{\sigma_1+i})^{\frac{m}{2}}} & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{b(\tau)}{1-q(t)(\dfrac{\sigma_1+i}{\sigma_1-i})^{\frac{m}{2}}} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\dfrac{\sigma_1-i}{\sigma_1+i})^{\frac{m}{2}} & 0 \\ 0 & (\dfrac{\sigma_1+i}{\sigma_1-i})^{\frac{m}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\dfrac{\overline{b(\tau)}}{1+\overline{q(\tau)}(\dfrac{\sigma_1-i}{\sigma_1+i})^{\frac{m}{2}}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Теперь найдём формулу для вычисления индекса оператора $A.$ Поскольку,

$$M_\nu = a(z)I + b(z)S_{\nu mq}K,$$

семейство нётеровых операторов непрерывно по норме зависящих от параметра $\nu \in [0,1].$ В концах отрезок $[0,1],$ $M_0 = A$ и $M_1 = a(z)I + b(z)S_mK.$ Таким образом, следуя результатам [7] доказывается, что индекс оператора A равен $\chi = -mInd_\Gamma a(\tau).$

Замечание 1. Аналогично исследуется оператор

$$\overline{A} = a(z)I + b(z)\overline{S}_{mq}K,\ (\overline{S}_{mq}f)(z) = \frac{m}{2\pi i^m}\iint_D \frac{(\zeta - z)^m\,|\,\zeta - z\,|^{m-2}\ f(\zeta)ds_\zeta}{(|\,\zeta - z\,|^m - (-i)^m q(z)(\zeta - z)^m)^2},$$

при этом в теореме 1 $\chi = mInd_\Gamma a(\tau)$ будет индексом оператора $\overline{A}$.

Замечание 2. В теореме 1 можно ослабить требование $|\,q(z)\,|<1$ до $|\,q(z)\,|\neq 1$. Действительно, если $|\,q(z)\,|>1$, то достаточно заметить, что имеет место равенство $(S_{mq}f)(z) = (-1)^m q_1^2(\overline{S}_{mq_1}f)(z)$, где $q_1 = -\dfrac{1}{(-i)^m q}$.

3. В пространстве $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D)\ (1 < p < \infty, 0 < \beta < 2)$ рассмотрим следующий четырёхкомпонентный сингулярный интегральный оператор

$$\tilde{A} = a(z)I + b(z)K + c(z)S_{mq} + d(z)\overline{S}_{mq}K, (10)$$

где $a(z), b(z), c(z), d(z), q(z)$ -непрерывные в $\overline{D} = D\bigcup\Gamma$ комплекснозначные функции, причем $|\,q(z)\,|\leq q_0 < 1,\ \forall z \in \overline{D}.\ (Kf)(z) = \overline{f(z)}.$

Ранее был изучен частный случай оператора (10), когда $q(z) \equiv 0$ (см. [8]). А нами в [10] был исследован случай, когда в (10) $|\,q(z)\,|\leq q_0 < 1$ и $m = 2$.

Поскольку символ оператора S_{mq} равен

$$\Phi_z(\sigma) = \frac{(\dfrac{\overline{\sigma}}{|\,\sigma\,|})^m}{1 - q(z)(\dfrac{\overline{\sigma}}{|\,\sigma\,|})^m}, (\sigma = \sigma_1 + i\sigma_2, 0 < |\,\sigma\,| < \infty),$$

то тогда из [3] следует, что свойства оператора $\tilde{A}$ определяются свойствами матрицы

$$G_z(\sigma) = \begin{pmatrix} a(z) + c(z)\dfrac{(\dfrac{\overline{\sigma}}{|\,\sigma\,|})^m}{1 - q(z)(\dfrac{\overline{\sigma}}{|\,\sigma\,|})^m} & b(z) - d(z)\dfrac{(\dfrac{\sigma}{|\,\sigma\,|})^m}{1 + \overline{q(z)}(\dfrac{\sigma}{|\,\sigma\,|})^m} \\ \overline{b(z)} + \overline{d(z)}\dfrac{(\dfrac{\overline{\sigma}}{|\,\sigma\,|})^m}{1 - q(z)(\dfrac{\overline{\sigma}}{|\,\sigma\,|})^m} & \overline{a(z)} - \overline{c(z)}\dfrac{(\dfrac{\sigma}{|\,\sigma\,|})^m}{1 + \overline{q(z)}(\dfrac{\sigma}{|\,\sigma\,|})^m} \end{pmatrix}, z \in \overline{D}.$$

Лемма. *Матрица $G_z(\sigma)$ невырожденна для всех $z \in \overline{D}$ и $\sigma(detG_z(\sigma) \neq 0)$ тогда и только тогда, когда выполнено одно из неравенств*

$$|\,\Delta_1(z)\,| > |\,\lambda_1(z) - \Delta_1(z)q(z)\,| + |\,\mu_1(z)\,|, \forall z \in \overline{D} \quad (11)$$

$$|\,\Delta_2(z) + \Delta_1(z)\,|\,q(z)\,|^2 - 2Re(\overline{\lambda(z)}q(z))\,| > |\,\lambda_1(z) - \Delta_1(z)q(z)\,| + |\,\mu_1(z)\,|, \forall z \in \overline{D}, \quad (12)$$

причем (11) и (12) не могут одновременно выполняться ни при одном значении $z \in \overline{D}$, где

$$\Delta_1(z) = |\,a\,|^2 - |\,b\,|^2,\quad \Delta_2 = |\,c\,|^2 - |\,d\,|^2,\quad \lambda = \overline{a}c - b\overline{d},\quad \mu = a\overline{d} - \overline{b}c,$$

$\lambda_1 = \overline{a}c + b\overline{d},\quad \mu_1 = a\overline{d} + \overline{b}c$ и $\Delta_1(z)\Delta_2(z) \equiv |\,\lambda\,|^2 - |\,\mu\,|^2 \equiv |\,\lambda_1\,|^2 - |\,\mu_1^2\,|$

Действительно, пусть детерминант матрицы $G_z(\sigma)$ при всех $z \in \overline{D}$, $|\,t\,|^m = 1$ не равен нулю, то есть

$$detG_z(\sigma) = (a + (c - aq)\bar{t}^m)\cdot(\overline{a} - (\overline{c} - \overline{a}\overline{q})t^m) - (b - (d - b\overline{q})t^m)\cdot(\overline{b} + (\overline{d} - \overline{b}q)\bar{t}^m) =$$

$$\Delta_1(z)(1 - |\,q\,|^2) - \Delta_2(z) + 2Re\lambda(z)\overline{q(z)} + 2iIm(\lambda(z) - \Delta_1(z)q(z))\bar{t}^m \neq 0.$$

Это равносильно тому, что

$$\Delta_1(z)(1-|q|^2)-\Delta_2(z)+2Re\lambda(z)\overline{q(z)}\neq 0,\ \forall z\in\overline{D}, \tag{13}$$

ибо слагаемое

$$2iIm(\lambda(z)-\Delta_1(z)q(z))\bar{t}^m=(\lambda(z)-\Delta_1(z)q(z))\bar{t}^m-(\overline{\lambda(z)}-\Delta_1(z)\overline{q(z)})t^m=$$
$$=(\lambda(z)-\Delta_1(z)q(z))e^{-im\varphi}-(\overline{\lambda(z)}-\Delta_1(z)\overline{q(z)})e^{im\varphi}$$

является тригонометрическим полиномом относительно $\varphi\in[0,2\pi]$ без свободного члена, и не может сохранять для всех значений $\varphi\in[0,2\pi]$ постоянный знак. Если теперь учесть тождество $|\lambda_1(z)|^2-|\mu_1(z)|^2=\Delta_1(z)\Delta_2(z)$ и неравенство $|\Delta_1(z)\Delta_2(z)|>(|\lambda_1(z)|+|\mu_1(z)|)^2$ или $||\lambda_1(z)|^2-|\mu_1(z)|^2|>(|\lambda_1(z)|+|\mu_1(z)|)^2$ то получим, что неравенство (13) эквивалентно выполнению одного из неравенств (11) или (12).

Рассмотрим следующие ограниченные в $L^p_{\beta-2/p}(D),(1<p<\infty,0<\beta<2)$ операторы $T_1=\overline{a(z)}I-b(z)K, T_2=\overline{d(z)}I+c(z)K$. Из леммы следует, что при выполнении условия (11) оператор T_1 имеет непрерывный обратный, причем

$$\tilde{A}=T_1^{-1}\tilde{A}_1,\quad \tilde{A}_1=\Delta_1(z)I+\lambda_1(z)S_{mq}+\overline{\mu_1(z)}KS_{mq}.$$

Если выполняется (12), то оператор T_2 имеет непрерывный обратный

$$\tilde{A}=T_2^{-1}\tilde{A}_2,\quad \tilde{A}_2=\mu_1(z)I+\lambda_1(z)K-\Delta_2(z)KS_{mq}.$$

Теорема. *Для нётеровости оператора* $\tilde{A}$ *в лебеговом пространстве* $L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D)$ $(1<p<\infty,0<\beta<2)$ *необходимо и достаточно, чтобы выполнялось одно из условий*

$$|\Delta_1(z)|>|\lambda_1(z)-\Delta_1(z)q(z)|+|\mu_1(z)|,\forall z\in\overline{D}, \tag{14}$$

$$|\Delta_2(z)-\Delta_1(z)|q(z)|^2-2Re(\overline{\lambda(z)}q(z))|>|\lambda_1(z)-\Delta_1(z)q(z)|+|\mu_1(z)|,\ \forall z\in\overline{D};\quad \mu_1(t)\neq 0,\forall t\in\Gamma \tag{15}$$

При этом, оператор $\tilde{A}$ имеет ограниченный обратный, если выполняется (14), а при выполнении (15) его индекс χ равен

$$\chi=mInd_\Gamma\mu_1(\tau).$$

3.1. Доказательство. Исследуя нётеровости операторов $\tilde{A}_1$ и $\tilde{A}_2$ соответственно, исследуем нётеровости и индекс оператора $\tilde{A}$.

Для того чтобы оператор $\tilde{A}$ был нётеровым необходимо, чтобы выполнялось одно из условий (14) или (15). Сначала расмотрим оператор вида $\tilde{A}_1$ или условие (15). Соответствующая матрица символ оператора $\tilde{A}$ имеет такой вид

$$G_z^{(1)}(\sigma)=\begin{pmatrix}\mu_1(z) & \lambda_1(z)+\Delta_2(z)\dfrac{(\frac{\sigma}{|\sigma|})^m}{1+\overline{q(z)}(\frac{\sigma}{|\sigma|})^m}\\ \overline{\lambda_1(z)}-\Delta_2(z)\dfrac{(\frac{\overline{\sigma}}{|\sigma|})^m}{1-q(z)(\frac{\overline{\sigma}}{|\sigma|})^m} & \overline{\mu_1(z)}\end{pmatrix},\ z\in\overline{D}.$$

Оператор нётеров в $(L^2(D),$ если матрица $G_z^{(1)}(\sigma)$ факторизуется с нулевыми частными индексами. Поэтому для матрицы $G_z^{(1)}(\sigma)$ построим и решим задачу Римана для аналитических функций $(\Phi_1(\xi),\Phi_2(\xi)$ в единичном круге $|t|<1$

$$\begin{cases} \Phi_1^-(t) = \mu_1 \Phi_1^+(t) + (\lambda_1 + \dfrac{\Delta_2 t^m}{1 + \overline{q} t^m}) \Phi_2^+(t) \\ \Phi_2^-(t) = (\overline{\lambda} - \dfrac{\Delta_2 \overline{t^m}}{1 - q t^m}) \Phi_1^+(t) + \mu \Phi_2^+(t) \end{cases} \tag{16}$$

где $\Phi_{1,1}(t), \Phi_{1,2}(t)$. -неизвестные функции точки окружности $|t^m| = 1$, аналитически продолжимые по t, соответственно, внутри и вне единичного круга.

Решаем задачу Римана. Левая часть первого равенства системы (16) аналитически продолжима вне единичного круга функции, а правая часть аналитически продолжима внутри единичного круга функции. По теореме Лиувиля эта функция равна постоянной, то есть $\Phi_1^-(t) = c_1$. Отсюда

$$c_1 = \mu_1 \Phi_1^+ + (\lambda_1 + \frac{\Delta_2 t^m}{1 + \overline{q} t^m}) \Phi_2^+(t)$$

или

$$\Phi_1^+(t) = \frac{c_1}{\mu_1} - \frac{\lambda_1 + \dfrac{\Delta_2 t^m}{1 + \overline{q} t^m}}{\mu_1} \Phi_2^+(t) \tag{17}$$

Поставив значение $\Phi_1^+(t)$ во второе равенство системы (16) с учётом, того что

$$detG_z(t) = |\mu_1|^2 - (\lambda_1 + \frac{\Delta_2 t^m}{1 + \overline{q} t^m}) \cdot (\overline{\lambda_1} - \frac{\Delta_2 \overline{t}^m}{1 - q \overline{t}^m})$$

можно факторизовать в виде $\dfrac{F^+(t)}{F^-(t)}$,где $F^+(t) \neq 0, F^-(t) \neq 0$ -аналитческие продолжимые функции, соответственно, внутри и вне единичного круга. Получим

$$\Phi_2^-(t) = \frac{c_1}{\mu_1} (\overline{\lambda_1} - \frac{\Delta_2 \overline{t}^m}{1 - q \overline{t}^m}) + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{F^+(t)}{F^-(t)} \Phi_2^+(t)$$

Отсюда

$$F^-(t)[\Phi_2^-(t) - \frac{c_1}{\mu_1} (\overline{\lambda_1} - \frac{\Delta_2 \overline{t}^m}{1 - q \overline{t}^m})] = \frac{F^+(t)}{\mu_1} \Phi_2^+(t) \tag{18}$$

Слева в последнем равенстве стоит аналитически продолжимая функция вне единичного круга, а справа внутри единичного круга кроме точки q

$$F^-(t)[\Phi_2^-(t) - \frac{c_1}{\mu_1} (\overline{\lambda_1} - \frac{\Delta_2 \overline{t}^m}{1 - q \overline{t}^m})] = c_2$$

$$\Phi_2^+(t) = \frac{c_2 \mu_1}{F^+(t)} \tag{19}$$

Найдём $\Phi_2^-(t)$

$$\Phi_2^-(t) = \frac{c_2}{F^-(t)} + \frac{c_1}{\mu_1} (\overline{\lambda} - \frac{\Delta_2 \overline{t}^m}{1 - q \overline{t}^m})$$

Поставив значение (19) в (17), получим

$$\Phi_1^+(t) = \frac{c_1}{\mu_1} - \frac{(\lambda_1 + \dfrac{\Delta_2 t^m}{1 + \overline{q} t^m})}{\mu_1} \Phi_2^+(t)$$

$$\Phi_1^+(t)=\frac{c_1}{\mu_1}-\frac{(\lambda_1+\frac{\Delta_2 t^m}{1+\overline{q}t^m})c_2}{F^+(t)}$$

Теперь найдём элементы матрицы $\Phi^-(\xi)$ и $\Phi^+(\xi)$, поэтому, сначала выбрав $c_1=1,\ c_2=0,$ а затем $c_1=0,\ \ c_2=1$ и получим

$$\Phi^-(t)=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\mu_1}(\overline{\lambda_1}-\frac{\Delta_2 \overline{t}^m}{1-q\overline{t}^m}) & \frac{1}{F^-(t)} \end{pmatrix}$$

$$\Phi^+(t)=\begin{pmatrix} \frac{1}{\mu_1} & -\frac{(\lambda_1+\frac{\Delta_2 t^m}{1+\overline{q}t^m})}{F^+(t)} \\ 0 & \frac{\mu_1}{F^+(t)} \end{pmatrix}$$

Поскольку

$$det\Phi^-(t)=\frac{1}{F^-(t)}\neq 0, det\Phi^+(t)=\frac{1}{F^+(t)}\neq 0$$

и $\Phi^-(t)=G_z(t)\cdot\Phi^+(t)$ или $G_z(t)=\Phi^-(t)(\Phi^+(t))^{-1},$ то матрица $G_z(t)$ в матричном виде имеет такой вид

$$G_z(t)=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\mu_1}(\overline{\lambda_1}-\frac{\Delta_2 \overline{t}^m}{1-q\overline{t}^m}) & \frac{1}{F^-(t)} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \mu_1 & 0 \\ \overline{\lambda_1}+\frac{\Delta_2 t^m}{1+\overline{q}t^m} & \frac{F^+(t)}{\mu_1}, \end{pmatrix}$$

где первая матрица справа аналитически продолжима по переменной t вне единичного круга, а вторая матрица внутри единичного круга.

Когда $\mu_1=0$, то матрица $G_z(t)$ факторизуется в следующем виде:

$$G_z(t)=\begin{pmatrix} 0 & \lambda_1+\frac{\Delta_2 t}{1+\overline{q}t^m} \\ \overline{\lambda_1}-\frac{\Delta_2 \overline{t}^m}{1-q\overline{t}^m} & 0 \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} 0 & \Delta_2+\lambda_1\overline{q}+\lambda_1\overline{t}^m \\ \frac{1}{1-q\overline{t}^m} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \overline{t}^m & 0 \\ 0 & t^m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -(\Delta_2+\overline{\lambda_1}q)+\lambda t^m & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+\overline{q}t^m} \end{pmatrix}$$

Теперь приводим доказательства формулы для вычисления индекса оператора $\tilde{A}$. Для этого рассмотрим семейство нётеровых операторов

$$M_\nu=\mu_1(z)I+\nu\lambda_1(z)K-\Delta_2(z)KS_{mq},$$

непрерывно по норме зависящих от параметра $\nu\in[0,1]$. Так как $M_1=\tilde{A}_1$ и $M_0=\mu_1(z)I-\Delta_2(z)KS_{mq},$ то из вышеполученых результатов следует, что $\chi=-mInd_\Gamma\mu_1(\tau)$ является индексом оператора $\tilde{A}$.

3.2. Допустим, что выполняется условие (14). Аналогично, как в пункте **3.1.** можно доказать, что соответствующая матрица $G_\tau^{(2)}(\sigma_1\pm i)$ безусловно факторизуется с нулевыми частными индексами, и в силу [4] можно установить, что оператор $\tilde{A}$ нётеров в

$L^p_{\beta-\frac{2}{p}}(D), 0<\beta<2, 1<p<\infty$ если выполняется условие (14). Далее заметим, что оценка нормы оператора S_{mq} в пространстве $L^2(D)$ имеет такой вид

$$\| S_{mq} \|_{L^2(D)} < \max_{\substack{z\in D,\\ |t|=1}} |\Phi_z(t)| \le \frac{1}{1-q_0}.$$

Тогда обратимость оператора $\tilde{A}_1$ в $L^2(D)$ следует из принципа сжатых отображений при условии $|\Delta_1(z)| < \frac{|\lambda_1(z)|+|\mu_1(z)|}{1-q_0}$. Теперь рассмотрим семейство нётеровых и непрерывно по норме зависящих от параметра $\nu \in [0,1]$ операторов

$$M_\nu = \Delta_1(z)I + \lambda_1(z)K + \overline{\mu_1(z)}KS_{\nu mq},$$

Найдём значения M_1 и M_0. То есть, $M_1 = \tilde{A}_1$ и $M_0 = \Delta_1(z)I + \lambda_1(z)K + \overline{\mu_1(z)}KS_{mq}$. Из результатов [8] следует, что оператор $\tilde{A}$ в обратим в $L^p(D)(1<p<\infty)$, а в силу теоремы 1 из [9] и обратим в $L^p_{\beta-2/p}(D), (1<p<\infty, 0<\beta<2)$.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Stein E.M. Proc. Amer. Math. Soc.,- 1957, -8, - 2. -pp. 250-254.
2. Манджавидзе Г.Ф. В кн.: Дифференциальные и интегральные уравнения. - Тбилиси, 1979, -с.1165-1186.
3. Джангибеков Г. ДАН РФ, - 2002, -т.383, 1, -с.7-9.
4. Duduchava R. - Jornal of operator theory, 1984, -т.11, -pp. 44-76.199-214.
5. Джангибеков Г. - Изв. вуз-ов АН СССР, 1992, -9, -с.25-37.
6. Векуа И.Н. - Обобщенные аналитические функции. -М.: Физматгиз, 1959, -628с.
7. Бильман Б.М.,Джангибеков Г. - ДАН СССР, 1986, -т.288, -4, -с.792-797.
8. Бойматов К.Х., Джангибеков Г. - Успехи математических наук, 1988, -т.43, -в.3, -с. 171-172.
9. Джангибеков Г., Валиев Н. - ДАН РТ, 2013, -т. 56, 1.
10. Джангибеков Г., Валиев Н. - ДАН РТ, 2014, -т. 57, 7.
11. Михлин С.Г. Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения. -М.: Физматгиз, 1962. -254 с.

ТАДҚИҚИ БАЪЗЕ СИНФҲОИ ОПЕРАТОРҲОИ ИНТЕГРАЛИИ СИНГУЛЯРИИ ДУЧЕНАКА БО ХАРАКТЕРИСТИКАҲОИ ТОҚИ АЗ ҚУТБ ВОБАСТА

Мақсади мақолаи мазкур муайян кардани шартҳои зарурӣ ва кифоягии самаранокии нётеровӣ будани баъзе операторҳои дученака бо характеристикаи тоқ дар фазои лебегии вазндор ёфта шуда, формула барои ҳисоби индекси оператор оварда шудааст.

Бинобар ин, дар мақола баъзе операторҳои сингулярии интегралии дученака бо характеристикаи тоқи аз қутб вобаста дида баромада шудаанд. Барои тадқиқи чунин операторҳо усуле истифода мешавад, ки аз тарафи Р.В. Дудучава ба илм ворид карда шудааст. Дар асоси ин усул тадқиқи хосиятҳои нётровии муодилҳои интегралӣ ба факторизатсиякунонии матрисаҳои мувофиқ оварда шуда, индексҳои хусусии онҳо ёфта мешавад. Шартҳои нётровӣ дар намуди нобаробариҳои алоқаманд бо коэффитсиентҳои муодила оварда шудаанд.

Калидвожаҳо: нётеровӣ будани оператор, индекси оператор, характеристикаи тоқ, матритсаи операторӣ, операторы интегралии сингулярии дученака.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ДВУМЕРНЫХ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С НЕЧЁТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ, ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ПОЛЮСА

Целью настоящей статьи является установление эффективных необходимых и достаточных условий нетеровости некоторых операторов с нечётной характеристикой в весовых пространствах лебега и получение формулы для вычисления индекса.

В статье рассматриваются некоторые двумерные сингулярные интегральные операторы с нечётными характеристиками и зависящими от полюса. Для исследования таких операторов используется метод, разработанный Р.В. Дудучавой. При этом исследование нётеровых свойств уравнения сведётся к факторизации соответствующих матриц-функций и нахождению их частных индексов. Условия нётеровости даётся в виде неравенств, связанных с коэффициентами интегральных уравнений.

Ключевые слова: нётеровость оператора, индекс оператора, неч ётная характеристика, операторная матрица, двумерные сингулярные интегральные операторы.

THE INVESTIGATION OF SOME CLASS OF TWO-DIMENSIONAL SINGULAR INTEGRAL OPERATORS WITH ODD CHARACTERISTIC DEPENDING OF POLE

The purpose of this article is to establish an effective necessary and sufficient conditions and of some operators with odd characteristic in Lebesgue weight spaces and to obtain a formula for calculating the index.

The article deals with some two-dimensional singular integral operators with odd characteristics and pole-dependent. The method developed by R. V. Duduchava is Used to study such operators. In this case, the study of the Noetherian properties of the equation is reduced to the factorization of the corresponding matrix functions and finding their partial indices. The Noetherian conditions are given in the form of inequalities associated with the coefficients of integral equations.

Key words: operator noetherian, operator index, odd characteristic, operator matrix, two-dimensional singular integral operators.

Сведения об авторе: ***Валиев Наджиб Гулоалиевич*** **–** Таджикский национальный университет, аспирант кафедры функционалного анализа и дифференциальных уравнений. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **501-25-00-88**

Information about the author: ***Valiev Nadzhib Guloalievich*** - Tajik National University, graduate student of the department of functional analysis and differential equations. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **501-25-00-88**

УДК 517.934-948

О РАЗРЕШИМОСТИ ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО НЕКЛАССИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Исматов Н.М.
Институт предпринимательства и сервиса Республики Таджикистан

Рассмотрим следующую первую смешанную задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 2\frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} + \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t),\ (x,t) \in Q_T, \tag{1}$$

$$u(x,0) = \varphi(x), u_t(x,0) = \psi(x),\ 0 \le x \le 1, \tag{2}$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0,\ 0 \le t \le T. \tag{3}$$

где $\alpha -$ произвольное положительное число (параметр), а $Q_T = (0 < x < 1) \times (0 < t < T)$ - прямоугольник высоты T. Как известно [1], уравнение (1), при $\alpha = 1$ описывает распространение звука в вязком газе. При других положительных значениях α уравнение (1.1) является обобщением уравнения (0.1) из [1, §3]. Наряду с граничным условием (3) рассмотрим и граничное условие второго рода

$$u_x(0,t) = u_x(1,t) = 0,\ 0 \le t \le T. \tag{4}$$

Известно [2], что уравнение (1.1) является неклассическим уравнением. Ниже мы покажем, что в зависимости от области, уравнение (1.1) может принадлежать и к уравнению составного типа, т.е. характеристическое уравнение может иметь как действительные, так и комплексные корни. Уравнение (1.1) корректно по Петровскому. Также известно [2], что для уравнения (1.1) задача Коши поставлена корректно. Ниже мы займемся исследованием смешанных задач для этого уравнения.

Пусть B - некоторое банахово пространство (в частности, гильбертово пространство). Напомним [3] определение почти- периодичности (п.-п.):

Определение. Функция f(t), непрерывная при $t \in I \equiv (-\infty;\infty)$, со значением из B называется п.-п. функцией в B, если для любого ε>0 существует положительное число l_ε такое, что в любом интервале l_ε=(a;a+l_ε) длины l_ε, $l_\varepsilon \in I$=(-∞ , ∞), найдется число $\tau = \tau_f(\varepsilon)$ (ε-почти

период), для которого неравенство $\|f(t+\tau)-f(t)\| \le \varepsilon$ выполняется для всех $t \in I=(-\infty, \infty)$.($\|\cdot\|$ - норма B).

С. Бохнер [3] доказал, что если множество значений $R_{f(t)}$ функции *f(t),* $t \in I \equiv (-\infty;\infty)$ относительно компактно в *B* и существует постоянная $\sigma > 0,$ так что для любого $t \in I$ имеет место неравенство

$$\inf_t \|f(t+\tau)-f(t)\| > \sigma \sup_t \|f(t+\tau)-f(t)\|, \qquad (5)$$

то *f(t)*-п.п. функция в ***B***.

Напомним ещё одну теорему Л. Америо [5, стр.315]: **Теорема**. Если $f(t)$ -п.-п. функция, *У(t)* –ограничена, то *У(t)* –п.п. функция. Этой теоремой мы ниже будем пользоваться (См. теорему 3).

1. **Метод Фурье для решения однородного уравнения**. Будем решать смешанную задачу (1)-(3) при $f(x,t)=0$ методом Фурье. Найдем нетривиальные решения уравнения (1.1), удовлетворяющие граничным условиям (1.3) и имеющие вид:

$$u(x,t) = R(t)v(x). \qquad (6)$$

Подставляя значение *u* из (6) в уравнение (1), после разделения переменных, получим

$$R''(t) + \lambda\left(2R' + \alpha^2 R\right) = 0, \qquad (7)$$

$$\left.\begin{aligned} v''(x) + \lambda v(x) = 0,\ x \in (0;1) \\ v(0) = v(1) = 0 \end{aligned}\right\}, \qquad (8)$$

Ясно, что собственные значения (числа) и ортонормированные в пространстве $L_2(0,l)$ собственные функции задачи (8) на отрезке (0,1) имеют вид:

$$\lambda_n = (n\pi)^2,\ v_n(x) = \sqrt{2}\sin n\pi x, n = 1,2,... \qquad (9)$$

Подставляя значения λ_n из (9) в уравнение (7), получим:

$$R_n''(t) + \lambda_n\left(2R_n'(t) + \alpha^2 R_n(t)\right) = 0. \qquad (10)$$

Характеристическое уравнение для (8) имеет вид

$$k^2 + 2\lambda_n k + \alpha^2\lambda_n = 0. \qquad (11)$$

Из уравнения (11) получим:

$$k_{1,2} = -\lambda_n \pm \sqrt{\lambda^2{}_n - \alpha^2\lambda_n} = -(n\pi)^2 \pm n\pi\sqrt{(n\pi)^2 - \alpha^2} \equiv d_n^{1,2} \qquad (12)$$

Из (1.12) видно, что при вещественных значениях k корни характеристического уравнения ограничены сверху.

Если вместо отрезка (0,1) рассматривать произвольный отрезок $(0,l),$ то имеем

$$d_{1,2}^n = -\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \pm \frac{n\pi}{l}\sqrt{\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 - \alpha^2},$$

Следовательно, возможны следующие случаи:

1. Пусть $\pi - \alpha l > 0$ или $\alpha l < \pi$. Точнее, пусть $0 < \alpha < \pi / l$. Тогда для любого *n=1,2,...* будет $n\pi - l\alpha > 0$. Следовательно, дискриминант также будет больше нуля: $D = \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 - \alpha^2 > 0.$

2. Пусть $\alpha = \pi.$ Тогда $1 \cdot \pi - \pi = 0,$ а для $\forall n = 2,3,...$ $n\pi - \pi > 0$. Следовательно, для $n = 1$ $D = 0$, для $\forall n = 2,3,...$ $D > 0.$ (Например, если $\alpha = 4\pi$ (то есть α кратно π), то имеем $\pi - 4\pi < 0, 2\pi - 4\pi < 0, 3\pi - 4\pi < 0, 4\pi - 4\pi = 0,$ $n\pi - 4\pi > 0, \forall n = 5,6,...$. Следовательно, для $n = 1,2,3$ $D < 0.$ Для $n = 4$ $D = 0,$ а для $\forall n = 5,6,...$ $D > 0$. Следовательно, как известно в этом случае уравнение (1) принадлежит составному типу).

3. Пусть $\pi - \alpha < 0$ и $\pi < \alpha < 2\pi$. Тогда для *n=1* будет $D < 0,$ а для любого *n=2,3,...* $n\pi - \alpha > 0,$ а следовательно, и $D > 0.$ Следовательно, в этом случае также уравнение (1) принадлежит составному типу.

4. Пусть $n\pi - \alpha < 0$ при n=1,2,…m-1, $m\pi - \alpha = 0,$ где $0 \neq m$ - любое конечное фиксированное натуральное число, а при *n=m+1, m+2,* $n\pi - \alpha > 0.$ Следовательно, в этом случае также уравнение (1) принадлежит составному типу.

Рассмотрим первые два случая подробно. Относительно других случаев сделаем соответствующие замечания.

В первом случае $\alpha < \pi$ характеристическое уравнение (11) будет иметь два различных вещественных корня. Методом разделения переменных для решения смешанной задачи (1)-(3) получим следующее выражение:

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{(\psi_n - \varphi_n d_n^2)\exp(d_n^1 t) + (-\psi_n - \varphi_n d_n^1)\exp(d_n^2 t)}{2n\pi\sqrt{(n\pi)^2 - \alpha^2}} \right\} \sin n\pi x. \quad (13)$$

Во втором случае $\alpha = \pi$ характеристическое уравнение (11) при n=1 имеет два одинаковых вещественных корня $k_{1,2} = -\pi^2,$ а при $n \geq 2$ имеет два различных корня $k_{1,2} = -n^2\pi^2 \pm n\pi^2\sqrt{n^2 - 1}$

Тогда для формального решения смешанной задачи (1)-(3) получим выражение

$$u(x,t) = [\varphi_1 + (\psi_1 + \varphi_1\pi^2)t]\exp(-\pi^2 t)\sin\pi x +$$
$$+ \sum_{n=2}^{\infty} \left[\frac{-\varphi_n d_n^4 + \psi_n}{2n\pi^2\sqrt{n^2 - 1}} \exp(d_n^3 t) + \frac{\varphi_n d_n^3 - \psi_n}{2n\pi^2\sqrt{n^2 - 1}} \exp(d_n^4 t) \right] \sin n\pi x,$$

где φ_n и $\psi_n (n = 1,2,3,...)$ -коэффициенты Фурье начальных функций.

2. Метод Фурье для неоднородного уравнения. Методом Фурье для решения смешанной задачи (1)-(3) при нулевых начальных условиях получим следующее выражение:

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi x}{\beta_n^1} \int_0^t f_n(\tau) sh\left(\beta_n^1\right)(t - \tau)\exp\left(-\left(n\pi\right)^2 (t - \tau)\right) d\tau,$$

где $\beta_n^1 = n\pi\sqrt{(n\pi)^2 - \alpha^2}.$

Но тогда для решения общей неоднородной смешанной задачи с неоднородными начальными условиями (1)-(3) в случае $\pi - \alpha > 0$ получим следующее выражение:

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{(\psi_n - \varphi_n d_n^2)\exp(d_n^1 t) + (-\psi_n + \varphi_n d_n^1)\exp(d_n^2 t)}{2n\pi\sqrt{(n\pi)^2 - \alpha^2}} \right\} \sin n\pi x + w(x,t) \tag{14}$$

3. Обоснование метода Фурье. **Определение.** Функция $u(x,t) \in C(\overline{Q}_T = [0,1]\times[0,T]_)$, которая при $\forall x \in [0,1]$ имеет на отрезке $[0,T]$ непрерывную производную первого порядка по t и при $\forall (x,t) \in (Q_T)$ имеет все те непрерывные производные, которые входят в уравнение (1), удовлетворяет уравнению, начальным и граничным условиям (1)-(3), в обычном классическом смысле называется классическим решением смешанной задачи (1)-(3). Найдем такие достаточные условия, налагаемые на правую часть и на начальные функции задачи (1)-(3), при выполнении которых существует классическое решение первой смешанной задачи (1)-(3). Эти достаточные условия близки к необходимому.

Например, при $\alpha < \pi$ имеет место

Теорема 1. *Пусть начальные функции* $\varphi(x), \psi(x)$ *и правая часть уравнения f(x,t) удовлетворяют следующим требованиям:*

1) Функция $\varphi(x)$ *на отрезке [0,1] непрерывна, имеет кусочно-непрерывную производную первого порядка и удовлетворяет условиям* $\varphi(0) = \varphi(1) = 0.$

2) Функция $\psi(x)$ *на отрезке [0,1] непрерывна, имеет кусочно-непрерывную производную первого порядка и удовлетворяет условиям* $\psi(0) = \psi(1) = 0.$

3) Функция f(x,t) кусочно-непрерывна в замкнутом прямоугольнике $Q_T = [0,1]\times[0,T]$ *и в этом прямоугольнике интегрируема с квадратом.*

Тогда ряд (14) и ряды, полученные из него дважды почленным дифференцированием по x и t, трижды по t и x^2 *при* $t \geq \varepsilon > 0,\ 0 \leq x \leq 1,$ *сходятся абсолютно и равномерно и его сумма u(x,t) определяет классическое решение смешанной задачи (1)-(3). При этом при фиксированном x имеет место следующие предельные соотношения для производных по t решения однородного уравнения:*

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\partial^k u}{\partial t^k}(x,t) = 0, k = 0,12,...$$

а решения неоднородного уравнения может экспоненциально не стремиться к нулю при возрастании t (напр., при *f(t)=1 или в случае резонанса).*

Доказательство. Для доказательства теоремы 1 достаточно показать справедливость следующих утверждений:

1) Абсолютную и равномерную сходимость ряда (14) и ряда $u_t(x,t)$ полученного почленным дифференцированием ряда (14) по t при любом $t \geq 0$ и $0 \leq x \leq 1$.

2) Абсолютную и равномерную сходимость ряда $u_{tt}(x,t),$ полученного почленным дифференцированием ряда (14) дважды по t внутри прямоугольника $Q_T = [0,1]\times[0,T]$ при $t > 0$ и $0 \leq x \leq 1$.

3) Абсолютную и равномерную сходимость ряда $u_{xx}(x,t)$, полученного почленным дифференцированием ряда (14) дважды по *x* внутри прямоугольника $Q_T = [0,1]\times[0,T]$ при $t > 0$ и $0 \le x \le 1$.

4) Абсолютную и равномерную сходимость ряда $u_{txx}(x,t)$, полученного почленным дифференцированием ряда (14) трижды по *t* и *xx* внутри прямоугольника $Q_T = [0,1]\times[0,T]$ при $t > 0$ и $0 \le x \le 1$.

Замечания. 1. В теореме 1 условия, наложенные на функцию $\varphi(x)$ на два порядка производной (обобщенной или классических) ниже, чем в теореме 1 из нашей статьи [1]. Точнее, в теореме 1 из [1] «*функция* $\varphi(x)$ *имеет непрерывную производную второго порядка, кусочно непрерывную производную третьего порядка и удовлетворяет условиям* $\varphi(0) = \varphi(1) = \varphi''(0) = \varphi''(1) = 0$ *»*. У нас в настоящей статье в теореме 1 выполнение условия $\varphi''(0) = \varphi''(1) = 0$ также не требуется. Условия, наложенные на функцию $\psi(x)$ совпадают с [1]. У нас в теореме 1 требуется лишь кусочная-непрерывность функции *f(x,t)* в замкнутом прямоугольнике $Q_T = [0,1]\times[0,T]$ и её интегрируемость с квадратом. При этом удовлетворения никаких граничных условий не требуется. Кроме того, в отличие от работы [1] в теореме 1 настоящей статьи дополнительно изучается поведение решения при больших временах.

2. Условия 1)-3), наложенные на функций *f(x,t), φ(x) и ψ(x)* существенно отличаются от соответствующих условий для уравнений колебания струны. Это обусловлено природой уравнения третьего порядка (1) по сравнению с уравнениями гиперболического типа второго порядка.

3. При выполнении условий теоремы 1 ряд (14) при $t \ge \varepsilon > 0, 0 \le x \le 1,$ можно почленно дифференцировать сколько угодно раз по аргументам *x* и *t*, при этом, полученные продифференцированные ряды в этой области сходятся абсолютно и равномерно.

Имеет место

Теорема 2. *При выполнении условий теоремы 1 классическое решение первой смешанной задачи (1)-(3) единственно.*

Доказательства теоремы 2 аналогично доказательству работы [1].

Имеет место

Теорема 3. *Пусть выполнены все условия теоремы 1 - 2. Дополнительно пусть* $f(x,t)$ *- почти периодическая функция по аргументу* $t \in I = (-\infty : \infty)$ *со значением в пространстве* L_2 и ее норма $\|f(x,t)\|_{L_2(\Omega)} = \left\{\int_\Omega f^2(x,t)dx\right\}^{1/2}$ *интегрируема по любому конечному интервалу действительной оси по t.*

Тогда любое решение $U(x,t)$ *смешанных задач (1)-(3), и (1)-(2), (4), которые имеют ограниченную траекторию в пространстве энергии* E *есть почти периодическая функция от* $t \in I = (-\infty : \infty)$ *со значением в E, или тем более в* L_2.

Замечание 4. Аналогично исследуются другие случаи и вторая смешанная задача для уравнения (1). В силу их идентичности формулировку и доказательство соответствующих результатов не приводим.

Отметим, что часть результатов данной статьи в краткой форме были опубликованы в работе [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Исматов М. Об одной смешанной задаче для уравнения, описывающего распространение звука в вязком газе / М. Исматов // Журнал Д.У. -Минск, 1984. -том 20. -№6. -С.1023-1035.
2. Гельфанд И.М. Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений / И.М. Гельфанд, Г.Е. Шилов. -М.: Физматгиз, 1958. -274 с.
3. Бор Г. Почти- периодические функции / Г. Бор // ГТТИ. - 1934.
4. Bochner S., Neuman J. Almost-periodic functions in groups. Trans. Am. M. Soc. 37(1935). On compact solution of operational differential equations.-Ann. Math., 1935. – 36. -№1.
5. Amerio L. Abstract almost-periodic functions and functional eguations. Bolletiodel Un. Matem. Zanichelli, 1965. -P.19-325.
6. О разрешимости первой смешанной задачи для одного неклассического уравнения. Монография / М. Исмати «Корректная разрешимость некоторых самосопряженных, несамосопряженных и неклассических смешанных задач математической физики». –Душанбе: ИПС «Сохибкор», 2017. -Часть 2. -С.135-141.

ҲАЛШАВАНДАГИИ МАСЪАЛАИ ОМЕХТАИ НАВЪИ ДУЮМ БАРОИ ЯК МАСЪАЛАИ ҒАЙРИКЛАССИКӢ

Дар мақола барои муодилаи умумӣ, ки дар ҳолати хусусӣ паҳншавии садоро дар гази часпак ифода менамояд, мавҷудият ва ягонагии ҳалли классикии масъалаи омехтаи навъи дуюм исбот карда мешавад. Ҳалли классикӣ барои вақтҳои калон ёфта шудааст ва қариб даврӣ будани ҳалли классикӣ муқаррар карда шудааст. Дар ин ҳолат алоҳида муодилаҳои якҷинса ва ғайриякҷинса дида баромада шудаанд. Ҳал бо ёрии усули Фурйе тавассути ба қатор дар шакли ошкор паҳн намудани қиматҳои хос ёфта шудааст. Асосноккунии усули Фурйе барои муодилаҳои якҷинса ва ғайриякҷинса оварда шудааст. Ба ғайр аз ин исбот карда шудааст, ки ҳалли масъалаи додашуда қариб даврӣ мебошад. Айнан барои дигар ҳолатҳо ва масъалаи омехтаи навъи дуюми муодилаи додашуда таҳқиқ карда шудаанд. Барои он ки маънидодкуниҳо ва исботи натиҷаҳои мувофиқи ҳосилшуда монанд мебошанд, дар мақола нишон дода нашудаанд.

Калидвожаҳо: масъалаи омехтаи навъи якум ва дуюм, ҳалшавандагӣ, муодилаи ғайриклассикӣ, қариб даврӣ будани ҳалли классикӣ.

О РАЗРЕШИМОСТИ ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО НЕКЛАССИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

В статье для общего уравнения, описывающего, в частности, распространение звука в вязком газе, доказывается существование и единственность классического решения первой и второй смешанной задачи. Найдено поведение классического решения при больших временах и установлена почти периодичность классического решения. При этом отдельно рассматриваются случаи однородного и неоднородного уравнения. Решение задачи находится методом Фурье разложения в ряд по собственным функциям в явном виде. Дается обоснование метода Фурье для однородного и неоднородного уравнения. Более того доказывается, что решение данной задачи является почти периодической функцией. Аналогично исследуются другие случаи и вторая смешанная задача для данного уравнения. В силу их идентичности формулировка и доказательства соответствующих результатов не приводятся.

Ключевые слова: первая и вторая смешанная задача, разрешимость, неклассическое уравнение, почти периодичность классического решения.

ON THE SOLVABILITY OF SECOND MIXED PROBLEM FOR A NON-CLASSICAL EQUATION

In the present paper for general equations in particular of extension sound in viscous gas established of existence and uniqueness of solutions first mixed problems. Also behavior of solutions for larger times is found.

In the article for the general equation that in particular describes the propagation of sound in a viscous gas, proves the existence and uniqueness of the classical solution of the first and second mixed problems. The behavior of the classical solution at large times is found and the almost periodicity of the classical solution is established. In this case, the cases for homogeneous and inhomogeneous equations are considered separately. The solution of the problem is found by the Fourier method of expanding into a series in eigenfunctions explicitly. The rationales of the Fourier method for homogeneous and inhomogeneous equations are given. Moreover, it is proved that the solution of this problem is an almost periodic function. Other cases and the second mixed problem for this equation are investigated in the same way. By virtue of their identity, the formulation and proof of the corresponding results are not given.

Key words: the first and second mixed problem, solvability is a non-classical equation, almost periodicity of the classical solution.

Сведения об авторе: ***Исматов Набиджон Мухамаджонович*** – Институт предпринимательства и сервиса, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информационных систем в экономике. **Адрес:** 734055, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Борбада, 48/5. Телефон: **918-86-87-20**. E-mail: ismatov.n.m@mail.ru

Information about the author: ***Ismatov Nabijon Muhammadjonovich*** - Institute of Entrepreneurship and Service, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Information Systems in

Economics. **Address:** 734055, Republic of Tajikistan, Dushanbe, 48/5 Borbad Avenue. Phone: **918-86-87-20**. E-mail: **ismatov.n.m@mail.ru**

УДК 517.9

О РЕШЕНИЯХ ОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВАХ СУММИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

Гуломнабиев С.Г.
Политехнический институт Таджикского технического университета имени М. Осими

В данной статье рассматривается однородная система дифференциальных уравнений первого порядка

$$x' = B(t)x, x \in R^n \ (1)$$

в которой $B(t)$ имеет вид

$$B(t) = B_0 a(t) + B_1(t),$$

где $B_0 -$ постоянная матрица, $a(t) -$ определенная и непрерывная на всей оси функция, удовлетворяющая условию

$$\lim_{|t|\to\infty} a(t) = +\infty \ (2)$$

Относительно матрицы–функции $B_1(t)$ предполагается, что она удовлетворяет условию

$$\lim_{|t|\to\infty} \frac{\|B_1(t)\|}{a(t)} = 0 \ (3)$$

Здесь и далее $|x(t)|$ *и* $\|B_1(t)\|$ евклидовы нормы вектора и матрицы, соответственно.

Очевидно, что все многочлены чётной степени удовлетворяют условию (2).

Ниже рассматривается вопрос о наличии или отсутствии нетривиальных решений системы (1) в пространстве $\mathrm{L_p}(-\infty, +\infty), 1 \le p < +\infty$.

Напомним, что через $\mathrm{L_p}(-\infty, +\infty), 1 \le p < +\infty$ обозначим пространство измеримых и интегрируемых с -ой степенью на $(-\infty, +\infty)$ вектор-функций $x(t)$ со значением в R^n. Пространство $\mathrm{L_p}(-\infty, +\infty)$ является полным линейным нормированным пространством с нормой

$$\|x\|_{\mathrm{L_p}} = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^p \, dt \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Поведение нетривиальных решений системы (1) на бесконечности существенно зависит от расположения спектра матрицы B_0 на комплексной плоскости. Обозначим спектр матрицы B_0 через $\sigma(B_0)$.

Предварительно приводим одно утверждение, которое существенно используется при дальнейших рассуждениях.

Лемма 1. Пусть для квадратных матриц B_- *и* B_+ *порядка* n*, выполняются включения*

$$\sigma(B_-) \subset \Pi_- \stackrel{\text{def}}{=} \{\lambda - \textit{комплексное число}: Re\lambda < 0\},$$
$$\sigma(B_+) \subset \Pi_+ \stackrel{\text{def}}{=} \{\lambda - \textit{комплексное число}: Re\lambda > 0\}.$$

Тогда существуют положительные числа M, α *и* β *, такие, что имеют место неравенства*

$$\|e^{B_- t}\| \le Me^{-\alpha t} \ \forall t \ge 0,$$
$$\|e^{B_+ t}\| \le Me^{\beta t} \ \forall t \le 0.$$

Рассмотрим сначала частный случай однородной системы, а именно: систему

$$x' = B_0 a(t)x, x \in R^n \ (4)$$

Предположим, что для матрицы B_0 выполнено следующее условие

$$\sigma(B_0) \cap iR = \emptyset. \ (5)$$

т. е. $Re\lambda_j(B_0) \neq 0$, где $\lambda_j(B_0)$ -собственные числа матрицы B_0, *а* $Re\lambda_j(B_0)$ их реальная часть. В силу условия (3) собственные числа матрицы $\mathrm{B_0}$ можно перенумеровать таким образом, что $Re\lambda_1 \le Re\lambda_2 \le \cdots \le Re\lambda_m < 0 < Re\lambda_{m+1} \le \cdots \le Re\lambda_n$, где каждое из собственных значений

выписано столько раз, какова его алгебраическая кратность. Тогда существует неособенная матрица U, такая, что $B_0 = Udiag(N,P)U^{-1}$, причем собственными числами матрицы N являются числа $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$, а собственными числами матрицы P являются числа $\lambda_{m+1}, \lambda_{m+2}, \dots, \lambda_n$, если $m = n$ или $m = 0$, то полагаем $U = E$, где $E -$ единичная матрица порядка n и тогда $N = B_0$ или $P = B_0$, соответственно. Случай $m = n$ означает, что спектр матрицы целиком расположен в левой полуплоскости, а случай $m = 0$ означает, что спектр матрицы целиком расположен в правой полуплоскости комплексной плоскости.

Произведя замену искомой функции $y(t) = U^{-1}x(t)$, перейдем к эквивалентной системе

$$y'(t) = a(t)U^{-1}B_0Uy(t),$$

которая распадается на две независимые системы

$$y'_1 = a(t)Ny_1, (6)$$
$$y'_2 = a(t)Py_2, (7)$$

где y_1 *и* y_2, m *и* $n - m$ –мерные вектор-функции, образованные первыми *m* и последними $n - m$ координатами вектор-функции $y(t)$. С помощью операторной экспоненты общее решение можно записать в следующей форме:

$$y_1(t) = e^{N\int_0^t a(\tau)d\tau}y_1(0), (8)$$
$$y_2(t) = e^{P\int_0^t a(\tau)d\tau}y_2(0), (9)$$

Имеет место следующая

Лемма 2. Пусть матрица B_0 *удовлетворяет условию (5), а функция* $a(t)$ *условию (2). Тогда однородная система (4) не имеет ненулевых решений, принадлежащих пространству* $L_p(-\infty, +\infty)$.

Доказательство. Из (8) и (9), очевидно, следуют равенства

$$\lim_{t\to-\infty}|y_1(t)| = +\infty, \lim_{t\to+\infty}|y_2(t)| = +\infty,$$

при $y_1(0) \neq 0$ и $y_2(0) \neq 0$. Поэтому системы (6) и (7) и, следовательно, система (4) не могут иметь нетривиальных решений, принадлежащих пространству $L_p(-\infty, +\infty)$.

Справедлива

Теорема. Пусть $a(t)$ *удовлетворяет условию (2),* $B_1(t)$ *удовлетворяет условию (3) и для* B_0 *выполнено одно из следующих условий:*

а) $\sigma(B_0) \subset \Pi_-$ *б)* $\sigma(B_0) \subset \Pi_+$.

Тогда система (1) не имеет ненулевых решений, принадлежащих пространству $L_p(-\infty, +\infty)$.

Доказательство. Не ограничивая общности, можем считать, что $a(t) > 0$, $\forall t \in (-\infty, +\infty)$. В противном случае, очевидно, можно рассматривать систему

$$x' = (a(t) - a_0)B_0x + B_2(t)x,$$

где

$$B_2(t) = B_1(t) + a_0B_0$$

также удовлетворяет условию (3).

Произведем в системе сначала замену независимой переменной по формуле $t = \varphi(s)$, где $\varphi(s)$ выбрана из условия

$$\int_0^{\varphi(s)} a(\tau)d\tau = s.$$

Из последнего равенства в силу условия $a(t) > 0, \forall t \in (-\infty, +\infty)$ следует, что $\varphi(s)$ *есть* монотонная функция, удовлетворяющая условиям:

$$\varphi(0) = 0, \varphi(s) \to +\infty, \textit{при } s \to +\infty, \varphi(s) \to -\infty, \textit{при } s \to -\infty. (10)$$

Введя затем новую вектор-функцию $y(s) = x\big(\varphi(s)\big)$, получим

$$y'(s) = B_0y(s) + \frac{B_1\big(\varphi(s)\big)}{a\big(\varphi(s)\big)}y(s).$$

Последняя система эквивалентна интегральному уравнению

$$y(s) = e^{B_0(s-s_0)}y(s_0) + \int_{s_0}^{s} e^{B_0(s-\tau)}\frac{B_1(\varphi(\tau))}{a(\varphi(\tau))}\,y(\tau)d\tau.$$

Из последнего имеем при $s > s_0$

$$|y(s)| \le \left\|e^{B_0(s-s_0)}\right\||y(s_0)| + \int_{s_0}^{s}\left\|e^{B_0(s-\tau)}\right\|\frac{\left\|B_1(\varphi(\tau))\right\|}{a(\varphi(\tau))}\,|y(\tau)|d\tau \quad (11)$$

и при $s < s_0$

$$|y(s)| \le \left\|e^{B_0(s-s_0)}\right\||y(s_0)| + \int_{s}^{s_0}\left\|e^{B_0(s-\tau)}\right\|\frac{\left\|B_1(\varphi(\tau))\right\|}{a(\varphi(\tau))}\,|y(\tau)|d\tau. \quad (12)$$

Предположим теперь, что выполнено условие а) теоремы. Из неравенства (11) в силу леммы 1 имеем

$$|y(s)| \le M\left(e^{-\alpha(s-s_0)}|y(s_0)| + \int_{s_0}^{s} e^{-\alpha(s-\tau)}\frac{\left\|B_1(\varphi(\tau))\right\|}{a(\varphi(\tau))}\,|y(\tau)|d\tau\right).$$

Преобразуя последнее неравенство к виду

$$e^{\alpha s}|y(s)| \le M\left(e^{\alpha s_0}|y(s_0)| + \int_{s_0}^{s} e^{\alpha\tau}\frac{\left\|B_1(\varphi(\tau))\right\|}{a(\varphi(\tau))}\,|y(\tau)|d\tau\right),$$

и применяя неравенство Гронуолла –Беллмана, будем иметь

$$e^{\alpha s}|y(s)| \le Me^{\alpha s_0}|y(s_0)|e^{M\int_{s_0}^{s}\frac{\left\|B_1(\varphi(\tau))\right\|}{a(\varphi(\tau))}d\tau}$$

или

$$|y(s)| \le Me^{-\alpha(s-s_0)}|y(s_0)|e^{M\int_{s_0}^{s}\frac{\left\|B_1(\varphi(\tau))\right\|}{a(\varphi(\tau))}d\tau}. \quad (13)$$

Учитывая условия (3) теоремы, из обобщенного правила Лопиталя, с учётом (10) легко вывести следующее равенство:

$$\lim_{s-s_0\to\infty}\frac{M}{s-s_0}\int_{s_0}^{s}\frac{\left\|B_1(\varphi(\tau))\right\|}{a(\varphi(\tau))}d\tau = 0.$$

Следовательно, при достаточно больших значениях $s - s_0$ получим неравенство

$$M\int_{s_0}^{s}\frac{\left\|B_1(\varphi(\tau))\right\|}{a(\varphi(\tau))}d\tau \le \frac{\alpha}{2}(s-s_0)$$

Из (13) в силу последнего неравенства следует, что

$$|y(s)| \le M|y(s_0)|e^{-\frac{\alpha}{2}(s-s_0)}$$

Пусть теперь $y(s)$ решение уравнения (1), принадлежащее пространству $L_p(-\infty,+\infty)$. Тогда существует последовательность $\{s_k\}$, такая, что $s_k \to -\infty$, $lim_{k\to\infty}\,y(s_k) = 0$. Фиксируя в последнем неравенстве значения s и переходя к пределу вдоль последовательности $\{s_k\}$, получим $y(s) = 0$, откуда в силу теоремы единственности следует, что $y(s) \equiv 0$.

Пусть теперь выполнено условие б) теоремы. Из (12) в силу леммы 1 получим

$$|y(s)| \le M\left(e^{\beta(s-s_0)}|y(s_0)| + \int_{s}^{s_0} e^{\beta(s-\tau)}\frac{\left\|B_1(\varphi(\tau))\right\|}{a(\varphi(\tau))}\,|y(\tau)|d\tau\right)$$

или

$$e^{-\beta s}|y(s)| \le M\left(e^{-\beta s_0}|y(s_0)| + \int_{s}^{s_0} e^{-\beta\tau}\frac{\left\|B_1(\varphi(\tau))\right\|}{a(\varphi(\tau))}\,|y(\tau)|d\tau\right).$$

Используя лемму Гронуолла – Беллмана, получим

$$e^{-\beta s}|y(s)| \le Me^{-\beta s_0}|y(s_0)|e^{M\int_s^{s_0}\frac{\|B_1(\varphi(\tau))\|}{a(\varphi(\tau))}d\tau},$$

откуда следует неравенство

$$|y(s)| \le Me^{-\beta(s_0-s)}|y(s_0)|e^{M\int_s^{s_0}\frac{\|B_1(\varphi(\tau))\|}{a(\varphi(\tau))}d\tau}. (14)$$

Из условий (3) теоремы, как и прежде, с учетом (10) в силу обобщенного правила Лопиталя, следует равенства

$$\lim_{s_0-s\to+\infty}\frac{M}{s_0-s}\int_s^{s_0}\frac{\|B_1(\varphi(\tau))\|}{a(\varphi(\tau))}d\tau = 0.$$

Следовательно, при достаточно больших значениях $s_0 - s$ имеем

$$M\int_s^{s_0}\frac{\|B_1(\varphi(\tau))\|}{a(\varphi(\tau))}d\tau \le \frac{\beta}{2}(s_0-s).$$

Из (14) с учетом последнего неравенства получим

$$|y(s)| \le M|y(s_0)|e^{-\frac{\beta}{2}(s_0-s)}.$$

Теперь предположим, что $y(s)$ решение уравнения (1) принадлежащее пространству $L_p(-\infty,+\infty)$. Тогда существует последовательность $\{s_k\}$, такая что $s_k \to \infty$, $lim_{k\to\infty} y(s_k) = 0$. Фиксируя в последнем неравенстве значение s и переходя к пределу вдоль последовательности $\{s_k\}$, получим $y(s) = 0$, откуда в силу теоремы единственности следует, что $y(s) \equiv 0$. Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. -М.: Наука, 1967.
2. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости / Б.П. Демидович. -М.: Наука, 1967. –472 с.
3. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. -М.: Наука, 1976. -544 с.
4. Лабиб Рашид. О существовании ограниченных решений систем линейных дифференциальных уравнений с неограниченными коэффициентами / Лабиб Рашид // Доклады АН ТаджССР. - 1989. -Т.32. -№1. -С.425-427.
5. Массера Х.Л. Линейные дифференциальные уравнения и функциональные пространства / Х.Л. Массера, Х.Х. Шеффер. -М.: Мир, 1970. – 458 с.
6. Мухамадиев Э.М. Об обратимости дифференциальных операторов в пространстве непрерывных и ограниченных на оси функций / Э.М. Мухамадиев // Доклады АН СССР. - 1971. -Т.196. -№1. -С.47-49.
7. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / И.Г. Петровский. -М.: Наука, 1970.
8. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л.С. Понтрягин. -М.: Наука, 1974.

ОИД БА ҲАЛҲОИ СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ХАТТИИ ЯКҶИНСА ДАР ФАЗОҲОИ ФУНКСИЯҲОИ СУММИРОНИДАШАВАНДА

Дар мақола системаи муодилаҳои дифференсиалии хаттии якҷинса дида баромада шудааст. Масъалаи мавҷуд набудани ҳалли ғайринулии системаи якҷинса дар фазоҳои функсияҳои суммиронидашаванда тадқиқ шудааст. Шартҳое оварда шудаанд, ки ҳангоми иҷро шудани онҳо система ҳалҳои ғайринулӣ, ки ба фазои функсияҳои суммиронидашаванда мутааллиқанд, надорад.

Бо гузориши тағйирёбандаи новобаста, системаи матлуб ба система «бо коэффитсиентҳои қариб доимӣ» оварда мешавад. Дар аввал ҳолати хусусии система дида баромада мешавад, ки вобаста ба ҷойгиршавии спектри матритсаи коэффитсиентҳо ба ду системаи новобаста ҷудо мешавад.

Барои системаи умумӣ рафтори ҳалҳо дар беохирӣ бо ҷойгиршавии спектри матритсаи доимии додашуда муайян мешавад. Шарти асосӣ, ки матрисаи доимии додашуда бояд онро қаноат кунад, ин бо тири мавҳум буриш надоштани спектри он мебошад.

Натиҷаҳои ҳосилшуда ҳангоми тадқиқи масъалаи ҳалшавандагии системаи муодилаҳои ғайриякҷинса дар фазоҳои функсияҳои суммиронидашаванда истифода мешаванд.

Калидвожаҳо: системаи муодилаҳои дифференсиалӣ, системаи якҷинса, фазои функсияҳои суммиронидашаванда, муодилаи интегралӣ, леммаи Гронуолл, спектри матритса, қиматҳои хос, матритсаи доимӣ.

О РЕШЕНИЯХ ОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВАХ СУММИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

В статье рассматривается линейная однородная система дифференциальных уравнений первого порядка. Исследуется вопрос об отсутствии нетривиальных решений систем в пространстве суммируемых функций. Приведены условия, при выполнении которых, система не имеет ненулевых решений, принадлежащих пространству суммируемых функций.

Путём замены независимой переменной, искомая система сводится к системе с «почти постоянными коэффициентами». Сначала рассматривается частный случай системы, которая в зависимости от расположения спектра матрицы-коэффициентов распадается на две независимые системы.

Для общей системы поведение решений на бесконечности определяется расположением спектра заданной постоянной матрицы. Существенным условием для постоянной матрицы является то, что её спектр не должен пересекаться с мнимой осью.

Полученные результаты используются при исследовании вопроса о разрешимости линейных неоднородных систем дифференциальных уравнений в пространстве суммируемых функций.

Ключевые слова: система дифференциальных уравнений, однородная система, пространство суммируемых функций, интегральное уравнение, лемма Гронуолла, спектр матрицы, собственные числа, постоянная матрица.

ON SOLVING A HOMOGENEOUS SYSTEM OF LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS IN SPACES OF SUMMARIZING FUNCTIONS

The article deals with a linear homogeneous system of first order differential equations. It is investigated the question of the absence of nontrivial solutions of systems in the space of summable functions. The conditions under which the system has no nontrivial solutions belonging to the space of summable functions are given.

By replacing the independent variable, the reviewed system is reduced to a system with "almost constant coefficients." Firstly, it is consider the private case of the system. In this case the current system depending on the location of the spectrum of the matrix - the coefficients are divided into two independent systems.

For a general system, the behavior of solutions at infinity is determined by the location of the spectrum of a given constant matrix. The essential condition for the constant matrix is that that spectrum should not intersect with the imaginary axis.

The obtained results are used during the research of problem of the solvability of linear inhomogeneous systems of differential equations in the space of summable functions.

Key words: system of differential equations, homogeneous system, space of summable functions, integral equation, Gronwall lemma, matrix spectrum, eigenvalues.

Сведения об авторе: ***Гуломнабиев Сардор Гуломайдарович*** - Политехнический институт Таджикского технического университета имени М. Осими, кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой высшей математики и информатики. **Адрес**: 735700, Республика Таджикистан, г. Худжанд, улица Ленина, 226. E-mail: **sardor1967@list.ru.** Телефон: **938-47-90-40**

Information about author: ***Gulomnabiev Sardor Gulomnadarovich*** - Polytechnic Institute of the Tajik Technical University named after M. Osimi, candidate of physical and mathematical sciences, head of the department of higher mathematics and computer science. **Address:** 735700, Republic of Tajikistan, Khujand, Lenin street, 226. E-mail: **sardor1967@list.ru.** Phone: **938-47-90-40**

УДК 517.927.4

ОБ АПРИОРНОЙ ОЦЕНКЕ И СУЩЕСТВОВАНИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Кобилзода М. М., Наимов А. Н.
Научно-исследовательского института Таджикского национального университета,
Вологодский государственный университет

1. Введение. В статье исследован вопрос об априорной оценке и существовании периодических решений для систем обыкновенных дифференциальных уравнений следующего вида

$$x'(t) = F(t, x(t), y(t)), \qquad y'(t) = G(t, x(t), y(t)), \qquad x, y, t \in R. \quad (1)$$

Здесь $R = (-\infty, +\infty)$ – вещественная ось, функции $F(t, x, y)$ и $G(t, x, y)$ предполагаются заданными, непрерывными по совокупности переменных $(t, x, y) \in R^3$ и ω-периодичными по t.

Вопрос о существования периодических решений для систем обыкновенных дифференциальных уравнений исследован во многих работах. Отметим лишь работы [1, 2], где

рассмотрены системы линейных уравнений с ограниченными коэффициентами, и работы [3, 4,с.100], где рассмотрены системы нелинейных уравнений. В этих работах для исследования существования периодических решений применяются методы априорной оценки и методы вычисления вращения векторных полей.

В настоящей работе найдены новые условия на функции $F(t,x,y)$ и $G(t,x,y)$ в виде односторонних оценок, которые обеспечивают априорную оценку не только периодических, но и всех ограниченных решений системы уравнений (1). При этом, в отличие от вышеуказанных работ, система уравнений (1) может быть линейной или нелинейной, и в нелинейном случае не ставятся никакие ограничения на порядок роста функций $F(t,x,y)$ и $G(t,x,y)$ при $|x|+|y|\longrightarrow\infty$. В условиях априорной оценки доказано существование ω–периодических решений системы уравнений (1), применяя методы вычисления вращения векторных полей [4,с.85]. Рассмотрены два примера систем уравнений вида (1), правые части которых удовлетворяют условиям априорной оценки и для которых существуют ω–периодические решения.

На основе полученных результатов для систем уравнений вида (1) можно исследовать существование ограниченных, рекуррентных и почти периодических решений.

2. Основные результаты. Периодическим (ограниченным) решением системы уравнений (1) называем пару $(x(t),y(t))$ функций $x(t)$ и $y(t)$, определенных и непрерывно дифференцируемых на $R=(-\infty,+\infty)$, ω–периодичных (ограниченных) и удовлетворяющих уравнениям системы (1).

Априорную оценку и существование ω–периодических решений системы уравнений (1) исследуем предполагая, что функции $F(t,x,y)$ и $G(t,x,y)$ непрерывны по совокупности переменных и удовлетворяют условиям

$$xF(t,x,y)\geq\alpha_1x^2-\beta_1y^2-\gamma_1,\qquad yG(t,x,y)\leq-\alpha_2y^2+\beta_2x^2+\gamma_2 \tag{2}$$

при всех $x,y,t\in R$ и некоторых фиксированных вещественных чисел $\alpha_1>0$, $\alpha_2>0$, $\beta_1\geq0$, $\beta_2\geq0$, $\gamma_1\geq0$, $\gamma_2\geq0$. В условиях (2), в общем, нет ограничений на порядок роста функций $F(t,x,y)$ и $G(t,x,y)$ при $|x|+|y|\longrightarrow\infty$ и $|t|\longrightarrow\infty$.

Введем банахово пространство E непрерывных и ограниченных на $R=(-\infty,+\infty)$ функций $w(t)$ с нормой

$$\|w\|=sup_{t\in R}|w(t)|.$$

Следующие две теоремы составляют основной результат настоящей работы.

Теорема 1. *Пусть выполнены условия (2) и условие*

$$max\left(\frac{\beta_1}{\alpha_1},\frac{\beta_2}{\alpha_2}\right)<1. \tag{3}$$

Тогда для любого ограниченного на $R=(-\infty,+\infty)$ решения системы уравнений (1) верна оценка

$$\|x\|^2+\|y\|^2\leq M, \tag{4}$$

где

$$M=\left(1-max\left(\frac{\beta_1}{\alpha_1},\frac{\beta_2}{\alpha_2}\right)\right)^{-1}\left(\frac{\gamma_1}{\alpha_1}+\frac{\gamma_2}{\alpha_2}\right).$$

Оценку (4) называем априорной. Заметим, что оценка (4) не зависит от ограниченного решения системы уравнений (1), а зависит лишь от вещественных чисел, присутствующих в условиях (2).

Теорема 2. *Если выполнены условия (2), (3) и функции $F(t,x,y)$ и $G(t,x,y)$ ω–периодичны по t, то существует ω–периодическое решение системы уравнений (1).*

3. Априорная оценка ограниченных решений. Приведем доказательство теоремы 1.

Пусть $(x(t),y(t))$ – ограниченное решение системы уравнений (1). Обе стороны первого уравнения системы (1) умножим на $2x(t)$, а второго уравнения на $2y(t)$:

$$(x^2(t))'=2x(t)F(t,x(t),y(t)),\qquad (y^2(t))'=2y(t)G(t,x(t),y(t)).$$

Полученные равенства перепишем в следующем виде:

$$(x^2(t))'-2\alpha_1x^2(t)=f(t),\qquad (y^2(t))'+2\alpha_2y^2(t)=g(t), \tag{5}$$

где

$$f(t)=2\big(x(t)F(t,x(t),y(t))-\alpha_1x^2(t)\big),$$

$$g(t) = 2\big(y(t)G(t,x(t),y(t)) + \alpha_2 y^2(t)\big).$$

Решим уравнения (5) относительно неизвестных $x^2(t)$ и $y^2(t)$:

$$x^2(t) = e^{2\alpha_1 t}\left(x^2(0) + \int_0^t e^{-2\alpha_1 s} f(s)ds\right),$$
$$y^2(t) = e^{-2\alpha_2 t}\left(y^2(0) + \int_0^t e^{2\alpha_2 s} g(s)ds\right).$$

Отсюда, в силу ограниченности функций $x^2(t)$ и $y^2(t)$, выводим:

$$\lim_{t\to+\infty}\left(x^2(0) + \int_0^t e^{-2\alpha_1 s} f(s)ds\right) = \lim_{t\to+\infty} x^2(t)e^{-2\alpha_1 t} = 0,$$
$$\lim_{t\to-\infty}\left(y^2(0) + \int_0^t e^{2\alpha_2 s} g(s)ds\right) = \lim_{t\to-\infty} y^2(t)e^{2\alpha_2 t} = 0.$$

Следовательно, несобственные интегралы

$$\int_0^{+\infty} e^{-2\alpha_1 s} f(s)ds, \quad \int_{-\infty}^0 e^{2\alpha_2 s} g(s)ds$$

сходятся и имеют место равенства

$$x^2(0) = -\int_0^{+\infty} e^{-2\alpha_1 s} f(s)ds, \qquad y^2(0) = \int_{-\infty}^0 e^{2\alpha_2 s} g(s)ds.$$

Подставляя эти значения в формулы общего решения, получим:

$$x^2(t) = -\int_t^{+\infty} e^{-2\alpha_1(s-t)} f(s)ds, \quad y^2(t) = \int_{-\infty}^t e^{-2\alpha_2(t-s)} g(s)ds. \qquad (6)$$

Функции $f(t)$ и $g(t)$ в силу условия (2) удовлетворяют неравенствам

$$f(t) \geq -2(\beta_1 y^2(t) + \gamma_1), \quad g(t) \leq 2(\beta_2 x^2(t) + \gamma_2).$$

Учитывая это, из (6) выводим:

$$x^2(t) \leq 2\int_t^{+\infty}(\beta_1 y^2(t) + \gamma_1)e^{-2\alpha_1(s-t)}\,ds \leq 2(\beta_1\|y\|^2 + \gamma_1)\int_t^{+\infty} e^{-2\alpha_1(s-t)}\,ds,$$
$$y^2(t) \leq 2\int_{-\infty}^t(\beta_2 x^2(t) + \gamma_2)e^{-2\alpha_2(t-s)}\,ds \leq 2(\beta_2\|x\|^2 + \gamma_2)\int_{-\infty}^t e^{-2\alpha_2(t-s)}\,ds,$$
$$x^2(t) \leq \frac{\beta_1\|y\|^2+\gamma_1}{\alpha_1}, \qquad y^2(t) \leq \frac{\beta_2\|x\|^2+\gamma_2}{\alpha_2}. \qquad (7)$$

Так как неравенства (7) имеют место для любого $t \in (-\infty, +\infty)$, то из них следуют неравенства

$$\|x\|^2 \leq \frac{\beta_1\|y\|^2+\gamma_1}{\alpha_1}, \qquad \|y\|^2 \leq \frac{\beta_2\|x\|^2+\gamma_2}{\alpha_2},$$
$$\|x\|^2 + \|y\|^2 \leq \left(1 - max\left(\frac{\beta_1}{\alpha_1}, \frac{\beta_2}{\alpha_2}\right)\right)^{-1}\left(\frac{\gamma_1}{\alpha_1}, \frac{\gamma_2}{\alpha_2}\right).$$

Теорема 1 доказана.

4. Существование периодического решения. Теперь докажем теорему 2. Пусть функции $F(t,x,y)$ и $G(t,x,y)$ ω–периодичны по t. Рассмотрим в банаховом пространстве $E^2 = C([0,\omega]) \times C([0,\omega])$ с нормой

$$\|(x,y)\|^2 := \max_{0\leq t\leq\omega}|x(t)|^2 + \max_{0\leq t\leq\omega}|y(t)|^2$$

семейство вполне непрерывных векторных полей

$$\Phi_\lambda(x,y) = \begin{pmatrix} x(t) - x(\omega) - \int_0^t F_\lambda(s,x(s),y(s))ds \\ y(t) - y(\omega) - \int_0^t G_\lambda(s,x(s),y(s))ds \end{pmatrix}, \quad \lambda \in [0,1],$$

где

$$F_\lambda(t,x,y) = (1-\lambda)F(t,x,y) + \lambda\alpha_1 x,$$
$$G_\lambda(t,x,y) = (1-\lambda)G(t,x,y) - \lambda\alpha_2 y.$$

Проверим справедливость двух лемм.

Лемма 1. *Пара $(x,y) \in E^2$ является ω–периодическим решением системы уравнений*

$$x'(t) = F_\lambda(t,x(t),y(t)), \quad y'(t) = G_\lambda(t,x(t),y(t)), \qquad (8)$$

лишь в том случае, когда $\Phi_\lambda(x,y) = 0$.

Действительно, пусть $\Phi_\lambda(x,y) = 0$. Тогда имеем:

$$x(t) = x(\omega) + \int_0^t F_\lambda\big(s,x(s),y(s)\big)ds,\ y(t) = y(\omega) + \int_0^t G_\lambda\big(s,x(s),y(s)\big)ds.$$

Дифференцируя эти равенства, получим систему уравнений (8), при этом $x(0) = x(\omega)$, $y(0) = y(\omega)$.

Теперь, наоборот, предположим, что пара $(x,y) \in E^2$ является ω–периодическим решением системы уравнений (8). Интегрируя равенства (8) от 0 до t, и вместо $x(0)$ и $y(0)$ подставляя $x(\omega)$ и $y(\omega)$, получим:

$$x(t) = x(\omega) + \int_0^t F_\lambda\big(s, x(s), y(s)\big)ds,\ y(t) = y(\omega) + \int_0^t G_\lambda\big(s, x(s), y(s)\big)ds.$$

Следовательно, $\Phi_\lambda(x, y) = 0$.

Лемма 2. *При каждом* $\lambda \in [0,1]$ *функции* $F_\lambda(t, x, y)$ *и* $G_\lambda(t, x, y)$ *удовлетворяют условиям (2).*

Действительно, при каждом $\lambda \in [0,1]$ имеем:

$$xF_\lambda(t, x, y) = (1-\lambda)xF(t, x, y) + \lambda\alpha_1 x^2 \geq (1-\lambda)(\alpha_1 x^2 - \beta_1 y^2 - \gamma_1) + \lambda\alpha_1 x^2 =$$
$$= \alpha_1 x^2 - (1-\lambda)(\beta_1 y^2 + \gamma_1) \geq \alpha_1 x^2 - \beta_1 y^2 - \gamma_1,$$
$$yG_\lambda(t, x, y) \leq (1-\lambda)(-\alpha_2 y^2 + \beta_2 x^2 + \gamma_2) - \lambda\alpha_2 y^2 =$$
$$= -\alpha_2 y^2 + (1-\lambda)(\beta_2 x^2 + \gamma_2) \leq -\alpha_2 y^2 + \beta_2 x^2 + \gamma_2.$$

Из лемм 1 и 2, в силу теоремы 1, вытекает, что

$$\Phi_\lambda(x, y) \neq 0 \text{ } \textit{при любых } \lambda \in [0,1] \textit{ и } (x, y) \in E^2,\ \|(x, y)\| > \sqrt{M}. \qquad (9)$$

Следовательно, при любом $\lambda \in [0,1]$ определено вращение $\gamma_\infty(\Phi_\lambda)$ векторного поля Φ_λ на бесконечности [5, с.127] и

$$\gamma_\infty(\Phi_0) = \gamma_\infty(\Phi_1). \qquad (10)$$

Вычислим вращение $\gamma_\infty(\Phi_1)$ векторного поля Φ_1. Для этого рассмотрим семейство векторных полей

$$\Psi_\lambda(x, y) = \begin{pmatrix} x(t) - x(\omega) - \lambda\alpha_1 \int_0^t x(s)ds - (1-\lambda)\alpha_1 \int_0^\omega x(s)ds \\ y(t) - y(\omega) + \lambda\alpha_2 \int_0^t y(s)ds + (1-\lambda)\alpha_2 \int_0^\omega y(s)ds \end{pmatrix}, \qquad \lambda \in [0,1].$$

Очевидно, $\Psi_1 = \Phi_1$. Проверим, что

$$\Psi_\lambda(x, y) \neq 0 \text{ при любых } \lambda \in [0,1] \text{ и } (x, y) \in E^2 \backslash \{0,0\}. \qquad (11)$$

Действительно, если при некоторых $\lambda \in [0,1]$ и $(x, y) \in E^2 \backslash \{0,0\}$ имеет место равенство $\Psi_\lambda(x, y) = 0$, то имеем:

$$x'(t) = -\lambda\alpha_1 x(t), \quad y'(t) = \lambda\alpha_2 x(t), \qquad t \in [0, \omega],$$
$$\int_0^\omega x(s)ds = 0, \qquad \int_0^\omega y(s)ds = 0, \qquad x(0) = x(\omega),\ y(0) = y(\omega).$$

Эти равенства в совокупности противоречат тому, что $(x, y) \in E^2 \backslash \{0,0\}$.

Из (11) следует, что при любом $\lambda \in [0,1]$ определено вращение $\gamma_\infty(\Psi_\lambda)$ векторного поля $\Psi_\lambda(x, y)$ и с учетом $\Psi_1 = \Phi_1$ имеет место равенство

$$\gamma_\infty(\Phi_1) = \gamma_\infty(\Psi_0). \qquad (12)$$

Векторное поле Ψ_0 состоит из разности единичного и конечномерного оператора. Поэтому, согласно свойству векторных полей [5,с.118], для вычисления вращения $\gamma_\infty(\Psi_0)$ достаточно рассмотреть проекцию векторного поля Ψ_0 на конечномерное пространство $R \times R$:

$$\gamma_\infty(\Psi_0) = \gamma_\infty(\widetilde{\Psi}_0), \qquad (13)$$

где

$$\widetilde{\Psi}_0(z_1, z_2) = \Psi_0(z_1, z_2), \qquad (z_1, z_2) \in R \times R,$$
$$\widetilde{\Psi}_0(z_1, z_2) = \begin{pmatrix} \omega\alpha_1 z_1 \\ -\omega\alpha_2 z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega\alpha_1 & 0 \\ 0 & -\omega\alpha_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}.$$

Для линейного отображения $\widetilde{\Psi}_0 : R \times R \longmapsto R \times R$ его вращение, как известно, равно знаку определителя матрицы отображения [5,с.24]:

$$\gamma_\infty\big(\widetilde{\Psi}_0\big) = signdet \begin{pmatrix} \omega\alpha_1 & 0 \\ 0 & -\omega\alpha_2 \end{pmatrix} = -1. \qquad (14)$$

Из равенств (10) и (12) - (14) следует, что вращение $\gamma_\infty(\Phi_0)$ векторного поля Φ_0 на бесконечности равно -1. Согласно принципу ненулевого вращения [4,с.98], существует хотя бы один ноль векторного поля Φ_0. А ноль векторного поля Φ_0, согласно лемме 1, является ω–периодическим решением системы уравнений (1).

Теорема 2 доказана.

5. Два примера. Рассмотрим два примера, где можно применять теоремы 1 и 2. В качестве первого примера рассмотрим систему уравнений

$$\begin{cases} x' = |x|^p x + f(t, x, y), \\ y' = -|y|^q y + g(t, x, y). \end{cases} \qquad (15)$$

Здесь $p \geq 0$, $q \geq 0$, функции $f(t, x, y)$ и $g(t, x, y)$ непрерывны по совокупности переменных, ω-периодичны по t и удовлетворяют условиям:

$$|f(t,x,y)| \le f_1(|x|+|y|)+f_2, \quad |g(t,x,y)| \le g_1(|x|+|y|)+g_2, \quad (16)$$

где f_1, f_2, g_1, g_2 – неотрицательные числа, на них наложим некоторые условия.

Обозначим:

$$F(t,x,y)=|x|^p x+f(t,x,y), \qquad G(t,x,y)=-|y|^q y+g(t,x,y).$$

Проверим, что функции $F(t,x,y)$ и $G(t,x,y)$ удовлетворяют условиям (2).

Для функции $F(t,x,y)$, согласно (16), имеем:

$$xF(t,x,y)=|x|^p x^2+xf(t,x,y) \ge |x|^p x^2-|x|(f_1(|x|+|y|)+f_2) \ge$$
$$\ge (|x|^p-f_1)x^2-f_1|x||y|-f_2|x|.$$

Покажем, что существуют положительные числа α_1, β_1 и γ_1 такие, что при всех $x,y,t \in R$ выполняется неравенство

$$(|x|^p-f_1)x^2-f_1|x||y|-f_2|x| \ge \alpha_1 x^2-\beta_1 y^2-\gamma_1.$$

Действительно, левую часть оценим снизу следующим образом:

$$(|x|^p-f_1)x^2-f_1|x||y|-f_2|x| \ge (|x|^p-f_1)x^2-\tfrac{f_1}{2}(x^2+y^2)-f_2|x|.$$

Подберем α_1, β_1 и γ_1 так, чтобы выполнялось неравенство

$$(|x|^p-f_1)x^2-\tfrac{f_1}{2}(x^2+y^2)-f_2|x| \ge \alpha_1 x^2-\beta_1 y^2-\gamma_1,$$
$$\left(|x|^p-\frac{3}{2}f_1-\alpha_1\right)x^2+\left(\beta_1-\frac{f_1}{2}\right)y^2-f_2|x| \ge -\gamma_1$$

Рассмотрим два случая: $p=0$ и $p>0$. В первом случае неравенство принимает вид

$$\left(1-\tfrac{3}{2}f_1-\alpha_1\right)x^2+\left(\beta_1-\tfrac{f_1}{2}\right)y^2-f_2|x| \ge -\gamma_1.$$

Полагая $0 \le f_1 < \frac{2}{3}$, положительные числа α_1, β_1, γ_1 можно взять

$$\beta_1=\tfrac{f_1}{2},\ \alpha_1<1-\tfrac{3}{2}f_1,\ -\gamma_1=\min_{\lambda\ge 0}\left(\left(1-\tfrac{3}{2}f_1-\alpha_1\right)\lambda^2-f_2\lambda\right).$$

Во втором случае, когда $p>0$, полагая $\beta_1=\frac{f_1}{2}$ и $\alpha_1=\frac{f_1}{2}$, имеем:

$$(|x|^p-2f_1)x^2-f_2|x| \ge -\gamma_1,$$

где

$$-\gamma_1=\min_{\lambda\ge 0}\left((\lambda^p-2f_1)\lambda^2-f_2\lambda\right).$$

Приходим к выводу: функция $F(t,x,y)=|x|^p x+f(t,x,y)$ удовлетворяет первому из условий (2), если либо $p=0$ и $0 \le f_1 < \frac{2}{3}$, f_2 – произвольное неотрицательное число, либо $p>0$ и f_1, f_2 – произвольные неотрицательные числа.

Аналогичным образом функция $G(t,x,y)=-|y|^q y+g(t,x,y)$ удовлетворяет второму из условий (2), если либо $q=0$ и $0 \le g_1 < \frac{2}{3}$, g_2 – произвольное неотрицательное число, либо $q>0$ и g_1, g_2 – произвольные неотрицательные числа.

Действительно, для функции $G(t,x,y)$ имеем:

$$yG(t,x,y)=-|y|^q y^2+yg(t,x,y) \le -|y|^q y^2+|y|(g_1(|x|+|y|)+g_2) \le$$
$$\le \left(\tfrac{3}{2}g_1-|y|^q\right)y^2+\tfrac{g_1}{2}x^2+g_2|y|,$$
$$\left(\tfrac{3}{2}g_1-|y|^q\right)y^2+\tfrac{g_1}{2}x^2+g_2|y| \le -\alpha_2 y^2+\beta_2 x^2+\gamma_2.$$
$$\left(\tfrac{3}{2}g_1+\alpha_2-|y|^q\right)y^2+\left(\tfrac{g_1}{2}-\beta_2\right)x^2+g_2|y| \le \gamma_2.$$

Если $q=0$, то полагая $0 \le g_1 < \frac{2}{3}$, выберем

$$\beta_2=\tfrac{g_1}{2},\ \alpha_2<1-\tfrac{3}{2}g_1,\ \gamma_2=\max_{\lambda\ge 0}\left(\left(\tfrac{3}{2}g_1+\alpha_2-1\right)\lambda^2+g_2\lambda\right).$$

А если $q>0$, то положим $\alpha_2=\frac{g_1}{2}$, $\beta_2=\frac{g_1}{2}$. Тогда имеет место неравенство

$$(2g_1+\alpha_2-|y|^q)y^2+g_2|y| \le \gamma_2,$$

где

$$\gamma_2=\max_{\lambda\ge 0}\left((2g_1+\alpha_2-\lambda^q)\lambda^2+g_2\lambda\right).$$

Таким образом, из вышеприведенных рассуждений и в силу теорем 1 и 2 вытекает

Следствие 1. *Если функции* $f(t,x,y)$, $g(t,x,y)$ *удовлетворяют условиям (16) и при* $p=0$ *выполнено неравенство* $0 \le f_1 < \frac{2}{3}$, *а при* $q=0$ - *неравенство* $0 \le g_1 < \frac{2}{3}$, *то ограниченные решения системы уравнений (14) допускают априорную оценку и среди них есть хотя бы одно* ω*–периодическое решение*.

В качестве второго примера рассмотрим нелинейное уравнение второго порядка следующего вида

$$x'' - p^2(t,x)x = q(t,x,x'), t, x \in R, \qquad (17)$$

где функции $p(t,\xi)$ и $q(t,\xi,\eta)$ непрерывны по совокупности переменных. В этом уравнении произведем замену

$$x(t) = y(\mu t), \mu > 0.$$

Для $y(t)$ получим уравнение

$$y'' - \mu^{-2}p^2(\mu^{-1}t, y)y = \mu^{-2}q(\mu^{-1}t, y, \mu y').$$

Данное уравнение представим в следующем виде:

$$\left(\frac{d}{dt} + \mu^{-1}p\right)\left(\frac{d}{dt} - \mu^{-1}p\right)y = -\mu^{-1}y\left(\mu^{-1}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial y}y'\right) + \mu^{-2}q(\mu^{-1}t, y, \mu y').$$

Обозначим:

$$z_1 = y, \qquad z_2 = y' - \mu^{-1}p(\mu^{-1}t, y)y,$$

$$g_\mu(t,z_1,z_2) = \mu^{-2}q(\mu^{-1}t, z_1, \mu z_2 + p(\mu^{-1}t, z_1)z_1) -$$
$$-\mu^{-1}z_1\left[\mu^{-1}\frac{\partial p}{\partial t}(\mu^{-1}t, z_1) + \frac{\partial p}{\partial z_1}(\mu^{-1}t, z_1)(z_2 + \mu^{-1}p(\mu^{-1}t, z_1)z_1)\right].$$

Тогда относительно неизвестных $z_1(t)$ и $z_2(t)$ получим систему уравнений

$$\begin{cases} z_1' = \mu^{-1}p(\mu^{-1}t, z_1)z_1 + z_2, \\ z_2' = -\mu^{-1}p(\mu^{-1}t, z_1)z_2 + g_\mu(t, z_1, z_2). \end{cases} \qquad (18)$$

Предположим, что существуют $\mu > 0$, $p_0 > 1$, $0 \le g_0 < \frac{p_0}{2}$, $g_1 \ge 0$ такие, что при всех $t, z_1, z_2 \in R$ выполняются условия

$$\mu^{-1}p(\mu^{-1}t, z_1) \ge p_0, \qquad (19)$$

$$\left|g_\mu(t,z_1,z_2)\right| \le g_0(|z_2| + |z_2|) + g_1. \qquad (20)$$

Проверим, что правые части системы уравнений (18) удовлетворяют условиям (2):

$$(\mu^{-1}p(\mu^{-1}t, z_1)z_1 + z_2)z_1 \ge p_0z_1^2 - \frac{z_1^2}{2} - \frac{z_2^2}{2} = \left(p_0 - \frac{1}{2}\right)z_1^2 - \frac{1}{2}z_2^2,$$

$$\alpha_1 = p_0 - \frac{1}{2}, \qquad \beta_1 = \frac{1}{2}, \qquad \gamma_1 = 0;$$

$$\left(-\mu^{-1}p(\mu^{-1}t, z_1)z_2 + g_\mu(t, z_1, z_2)\right)z_2 \le -p_0z_2^2 + g_0(|z_1| + |z_2|)|z_2| + g_1|z_2| \le$$

$$\le -(p_0 - g_0)z_2^2 + \frac{1}{2}g_0(z_1^2 + z_2^2) + g_1|z_2| = -\left(p_0 - \frac{3}{2}g_0\right)z_2^2 + \frac{1}{2}g_0z_1^2 + g_1|z_2| =$$

$$= -\left(p_0 - \left(\frac{3}{2} + \varepsilon\right)g_0\right)z_2^2 + \frac{1}{2}g_0z_1^2 + g_1|z_2| - \varepsilon g_0z_2^2.$$

Выберем $\varepsilon > 0$ так, чтобы $p_0 > (2+\varepsilon)g_0$. Тогда полагая

$$\alpha_2 = p_0 - \left(\frac{3}{2} + \varepsilon\right)g_0, \qquad \beta_2 = \frac{1}{2}g_0, \qquad \gamma_2 = \max_{\lambda \ge 0}(g_1\lambda - \varepsilon g_0\lambda^2),$$

имеем:

$$\left(-\mu^{-1}p(\mu^{-1}t, z_1)z_2 + g_\mu(t, z_1, z_2)\right)z_2 \le -\alpha_2z_2^2 + \beta_2z_1^2 + \gamma_2.$$

Заметим, что $\beta_1 < \alpha_1$ и $\beta_2 < \alpha_2$, т.е. условие (3) также выполнено. Отсюда, в силу теорем 1 и 2, вытекает

Следствие 2. *Если выполнены условия (19), (20) и условие*

$$\sup_{t\in R, |\xi| < M} p(t,\xi) < \infty, \qquad (21)$$

то имеет место априорная оценка

$$\sup_{t\in R}|x(t)| + \sup_{t\in R}|x'(t)| < M \qquad (22)$$

для любого решения $x(t)$ *уравнения (17), определенного на всей числовой оси и ограниченного со своей производной. А если к тому же, функции* $p(t,\xi)$ и $q(t,\xi,\eta)$ ω*–периодичны по* t, *то существует* ω*–периодическое решение уравнения (17).*

Рассмотрим уравнение

$$x'' - 4(1+e^x)^2 x = 2xe^x x' + q_0(t,x,x'), \qquad (23)$$

где функция $q_0(t,\xi,\eta)$ непрерывна по совокупности переменных и ограничена

$$\sup_{t,\xi,\eta\in R}|q_0(t,\xi,\eta)| < \infty.$$

Полагая $\mu = 1$, $p_0 = 2$, $g_0 = 0$, имеем:

$$g_\mu(t,z_1,z_2) = 2z_1e^{z_1}(z_2 + 2(1+e^{z_1})z_1) + q_0(t,z_1,z_2 + 2(1+e^{z_1})z_1) -$$
$$-2z_1e^{z_1}(z_2 + 2(1+e^{z_1})z_1) = q_0(t,z_1,z_2 + 2(1+e^{z_1})z_1),$$
$$\left|g_\mu(t,z_1,z_2)\right| \le \sup_{t,\xi,\eta\in R}|q_0(t,\xi,\eta)| = g_1.$$

Следовательно, если функция $q_0(t,\xi,\eta)$ периодична по переменной t с периодом ω, то существует ω–периодическое решение уравнения (23).

ЛИТЕРАТУРА

1. Мухамадиев Э. Исследования по теории периодических и ограниченных решений дифференциальных уравнений / Э. Мухамадиев // Матем. заметки. -1981. – Т.30. -№3. -С.713-722.
2. Мухамадиев Э. К теории периодических решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений / Э. Мухамадиев // Докл. АН СССР. - 1970. – Т.194. -№11. -С.510–513.
3. Мухамадиев Э. О периодических и ограниченных решениях систем двух нелинейных уравнений / Э. Мухамадиев // Докл. АН Тадж. ССР. - 1976. –Т.19. -№3. –С.3-6.
4. Красносельский М. А. Оператор сдвига по траекториям дифференциальных уравнений / М. А. Красносельский. –М.: Наука, 1966. -331 с.
5. Красносельский М. А. Геометрические методы нелинейного анализа / М. А. Красносельский, П. П. Забрейко. – М.: Наука, 1975. -512 с.

ДОИР БА БАҲОИ АПРИОРӢ ВА МАВҷУДИЯТИ ҲАЛҲОИ ДАВРИИ ЯК НАМУДИ СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ОДӢ

Дар мақола масъалаи ҷой доштани баҳои априорӣ ва мавҷудияти ҳалҳои даврӣ барои як намуд системаи муодилаҳои дифференсиалии одӣ омӯхта шудааст. Системаи муодилаҳои тадқиқшаванда дар муқоиса бо дигар системаҳои муодилаҳои омӯхташуда бо он фарқ мекунад, ки тарафҳои рости муодилаҳо ҳамчун функсияҳои якчандтағйирёбанда ҳаттӣ ё ғайрихаттӣ шуда метавонанд ва дар ҳолати ғайрихаттӣ будан тартиби афзоиши онҳо метавонад номаҳдуд бошад. Исбот шудааст, ки агар тарафҳои рости муодилаҳо шартҳои муайянро қонеъ кунонанд, он гоҳ баҳои априорӣ барои ҳалҳои маҳдуд ҷой дорад. Дар асоси баҳои априорӣ бо истифода аз методҳои ҳисобкунии чархзании майдонҳои векторӣ мавҷудияти ҳалҳои даврӣ исбот карда шудааст. Мисолҳои мушаххаси системаи муодилаҳои дифференсиалии одии гайрихаттӣ баррасӣ шудаанд, ки барои онҳо шартҳои баҳои априорӣ ва мавҷудияти ҳалҳои даврӣ ичро мешаванд.

Калидвожаҳо: системаи муодилаҳои дифференсиалии одии хаттӣ ва ғайрихаттӣ, ҳалҳои маҳдуд ва даврӣ, баҳои априорӣ, чархзании майдони векторӣ.

ОБ АПРИОРНОЙ ОЦЕНКЕ И СУЩЕСТВОВАНИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В статье исследован вопрос об априорной оценке и существовании периодических решений для одной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Исследуемая система уравнений в отличие от других может быть линейной или нелинейной, и в нелинейном случае не ставятся ограничения на порядок роста правых частей. Найдены новые условия на правые части уравнений в виде односторонних оценок, обеспечивающих априорную оценку всех ограниченных решений. В условиях априорной оценки доказано существование ω–периодических решений, применяя методы вычисления вращения векторных полей. Рассмотрены примеры систем уравнений, удовлетворяющих условиям априорной оценки и существования ω–периодических решений.

Ключевые слова: система линейных и нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, ограниченное решение, периодическое решение, априорная оценка, вращение векторного поля.

ABOUT THE PRIOR ESTIMATION AND EXISTENCE OF PERIODIC SOLUTIONS FOR THE SYSTEM OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS

In this article is investigated a priori estimation and existence of periodic solutions for the system of ordinary differential equations. New conditions on the right-hand sides of the equations in the form of one-sided estimates are founded, which provide a priori estimation of all bounded solutions. At the same time, unlike the above other works, the system under study can be linear or nonlinear, and in the nonlinear case there are no restrictions on the order of growth of the right parts. In the conditions of a priori estimation the existence of ω – periodic solutions is proved using the methods of vector fields rotation calculation. Examples of systems of equations satisfying the conditions of a priori estimation and existence of ω – periodic solutions are considered.

Key words: system of nonlinear ordinary differential equations, bounded solution, periodic solution, priori estimate, rotation of a vector field.

Сведения об авторах: ***Кобилзода Мирзоодили Мирзомалик*** **-** Научно-исследовательского института Таджикского национального университета, аспирант отделение математики. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки 17, Таджикский национальный университет. E-mail: **kobilzoda94@mail.ru**
Наимов Алижон Набиджанович **-** Вологодский государственный университет, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры информатики и информационных технологий. **Адрес:** 160000, Россия, г. Вологда, улица Ленина 15, Вологодский государственный университет. E-mail: **nan67@rambler.ru**

Information about the authors: ***Kobilzoda Mirzoodili Mirzomalik*** **-** Research Institute of the Tajik National University, graduate student of the Department of Mathematics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Ave. 17, Tajik National University. E-mail: **kobilzoda94@mail.ru**
Naimov Alijon Nabidzhanovich - Vologda State University, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Professor of the Department of Informatics and Information Technology. **Address:** 160000, Russia, Vologda, 15 Lenin Street, Vologda State University. E-mail: **nan67@rambler.ru**

УДК 517 956

ВЫРОЖДЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ 2-ГО ПОРЯДКА С СИНГУЛЯРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Орипов Т.С.
Таджикский технический университет им. С.Осими

В некоторых работах [1- 6], были изучены различные типы переопределённых систем уравнений в частных производных первого и второго порядка с регулярными и сингулярными правыми частями. Учитывая условия их совместности, тождественного выполнения и многообразия решений, были найдены определённые формулы. В предлагаемой работе рассматривается переопределённая система уравнений второго порядка вида:

$$\begin{cases} \mathrm{x}^{\mathrm{n}} \cdot \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a_1(x,y,z) \cdot \dfrac{\partial u}{\partial x} + f_1(x,y,z) \cdot \left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)^m, \\ \mathrm{y}^{\mathrm{n}} \cdot \dfrac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = a_2(x,y,z) \cdot \dfrac{\partial u}{\partial x} + f_2(x,y,z) \cdot \left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)^m, \\ \mathrm{z}^{\mathrm{n}} \cdot \dfrac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} = a_3(x,y,z) \cdot \dfrac{\partial u}{\partial x} + f_3(x,y,z) \cdot \left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)^m, \end{cases} \qquad \textbf{(1)}$$

где все функции $a_i(x,y,z)$, и $f_i(x,y,z)$, $j=1,2,3$ заданы в параллелепипеде Π_3: $0 \le |x| \le r_1$, $0 \le |y| \le r_2$, $0 \le |z| \le r_3$, *n целое положительное* число, m - вещественно положительное число. Поскольку в начале координат, а также по прямым линиям $\Gamma_1 = \{M(x,y,z) | x=0\}$, $\Gamma_2 = \{M | y=0\}, \Gamma_3 = \{M | z=0\}$ задачу Коши ставить нельзя, поэтому в системе (1) начальные условия, либо задачи Коши ставим по следующим формулам

$$u = u_0 \text{ при } x = x_0,\ y = y_0,\ z = z_0,\ (x_0, y_0, z_0 \neq 0). \qquad \textbf{(2)}$$

В системе (1), делая замену вида $\dfrac{\partial u}{\partial x} = V$, $V = V(x.y.z)$, преобразуем ее к следующему виду:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial x} = \dfrac{a_1(x,y,z)}{x^n}\cdot V + \dfrac{f_1(x,y,z)}{x^n}\cdot V^k, \\ \dfrac{\partial V}{\partial y} = \dfrac{a_2(x,y,z)}{y^n}\cdot V + \dfrac{f_2(x,y,z)}{y^n}\cdot V^k, \\ \dfrac{\partial V}{\partial z} = \dfrac{a_3(x,y,z)}{z^n}\cdot V + \dfrac{f_3(x,y,z)}{z^n}\cdot V^k. \end{cases} \quad \textbf{(3)}$$

Тогда начальные условия для системы (3) ставятся в виде

$$V = V_0 \text{ при } x = x_0,\ y = y_0,\ z = z_0. \quad \textbf{(4)}$$

Также условия совместности системы (3) записываются формулами

$$\begin{cases} (y^n \cdot a'_{1y} - x^n \cdot a'_{2x})\cdot V + [y^n \cdot b'_{1y} - x^n \cdot b'_{2x} + (k-1)\cdot(a_2 b_1 - a_2 b_1)]\cdot V^k = 0, \\ (z^n \cdot a'_{1z} - x^n \cdot a'_{3x})\cdot V + [z^n \cdot b'_{1z} - x^n \cdot b_{3x} + (k-1)\cdot(a_3 b_1 - a_1 b_3)]\cdot V^k = 0, \\ (z^n \cdot a'_{2z} - y^n \cdot a'_{3y})\cdot V + [z^n \cdot b'_{2z} - y^n \cdot b_{3y} + (k-1)\cdot(a_3 b_2 - a_2 b_3)]\cdot V^k = 0, \end{cases}$$

или $P_j(x,y,z)\cdot V + Q_j(x,y,z)\cdot V^k = 0, \quad (j = 1, 2, 3).$ **(5)**

где $\mathrm{P}_1(x,y,z) = \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{a_1}{x^n}\right) - \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{a_2}{y^n}\right)$, $\mathrm{P}_2(x,y,z) = \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{a_1}{x^n}\right) - \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{a_3}{z^n}\right)$,

$\mathrm{P}_3(x,y,z) = \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{a_2}{y^n}\right) - \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{a_3}{z^n}\right)$, $Q_1(x,y,z) = \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{b_1}{x^n}\right) - \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{b_2}{y^n}\right) + (k-1)\dfrac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{(xy)^n}$,

$Q_2(x,y,z) = \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{b_1}{x^n}\right) - \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{b_3}{z^n}\right) + (k-1)\dfrac{a_1 b_3 - a_3 b_1}{(xz)^n}$, **(6)**

$Q_3(x,y,z) = \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{b_2}{y^n}\right) - \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{b_3}{z^n}\right) + (k-1)\dfrac{a_2 b_3 - a_3 b_2}{(yz)^n}$..

Пусть в системе (1), либо (3) при ограниченных значений производных на линиях вырождения существуют [4]

$$\lim_{x,y,z\to 0}\left(x^n \frac{\partial V}{\partial x}\right) = 0,\ \lim_{x,y,z\to 0}\left(y^n \frac{\partial V}{\partial y}\right) = 0,\ \lim_{x,y,z\to 0}\left(z^n \frac{\partial V}{\partial z}\right) = 0, \quad \text{(M)}$$

то в силу этих условий из системы (3) необходимо имеем $a_k(0,0,0) = a_{0k} \equiv 0,\ b_k(0,0,0) = b_{0k} \equiv 0,\ (k = 1,2,3)$. И тогда находится тривиальное решение исходной системы (3): $V = 0$, или получаем $u(x,y,z) = C = const.$. Это означает, что на линиях вырождения исходная система (1) более чем тривиального, других решений не имеет. Условия совместности (5) можем рассматривать в нескольких случаях.

1. Пусть все соотношения из (5), выполняются, но не тождественно. Тогда решая их алгебраическим способом, находим $V = 0, V = h_j(x,y,z),\ j = 1,2,3$. Если хотя бы одна из этих функций удовлетворяет системе (5), то она будет частным решением этой системы. $V = 0$ считаем тривиальным решением системы (3). В противном случае, системы (3) и (1) не имеют более чем тривиального- известного решения.

2. Пусть в условии совместности (5) системы (3): $P_j(x,y,z) \equiv 0, Q_j(x,y,z) \neq 0$, либо $P_j(x,y,z) \neq 0, Q_j(x,y,z) \equiv 0$. То при этих значениях функций P_j, Q_j - из (6), система (5), также более чем тривиального, другие решения не может иметь.

3. Пусть условие (5) при всех значениях $j = 1, 2, 3$ выполняется тождественно.

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{a_1}{x^n}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{a_2}{y^n}\right)=0,\ \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{a_1}{x^n}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{a_3}{z^n}\right)=0,\ \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{a_2}{y^n}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{a_3}{z^n}\right)=0. \qquad \textbf{(7)}$$

Тогда это означает, что найдётся такая функция $\omega_1(x, y, z)$, для которой выполняются условия

$$\frac{\partial\omega_1}{\partial x}=\frac{a_1(x,y,z)}{x^n},\ \frac{\partial\omega_1}{\partial y}=\frac{a_2(x,y,z)}{y^n},\ \frac{\partial\omega_1}{\partial z}=\frac{a_3(x,y,z)}{z^n}. \qquad \textbf{(8)}$$

По аналогии с предыдущим, если считать частные производные функции $\omega_1(x, y, z)$ также являются ограниченными по всем переменным, и для него требовать выполнения условия (М), то также имеем $\omega_1(x, y, z) = C$.

Допустим, что в системе (1) функция $a_1(x, y, z)$ считается известной функцией. Тогда учитывая условия (7), можем определить взаимосвязь между $a_k(x, y, z)$ ($k = 2, 3$) с функцией $a_1(x, y, z)$ следующими формулами:

$$a_2(x,y,z)=y^n\cdot\left[\alpha_1(y,z)+A'_{1y}(x,y,z)\right],\quad A(x,y,z)=\int_{x_0}^{x}\frac{a_1(t,y,z)}{t^n}dt,$$

$$a_3(x,y,z)=z^n\cdot\left[\alpha_2(y,z)+A'_{1z}(x,y,z)\right].$$

Поскольку выполнение третьего равенства в (7): $\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{a_2}{y^n}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{a_3}{z^n}\right)=0$ следует равенство $\frac{\partial\alpha_1}{\partial z}-\frac{\partial\alpha_2}{\partial y}=0$, то функция $\omega_1(x, y, z)$ определяется в процессе интегрирования системы

$$\frac{\partial\omega_1}{\partial x}=\frac{a_1(x,y,z)}{x^n},\ \frac{\partial\omega_1}{\partial y}=\alpha_1(y,z)+A'_{1y}(x,y,z),\ \frac{\partial\omega_1}{\partial z}=\alpha_2(y,z)+A'_{1z}(x,y,z). \qquad \textbf{(9)}$$

Интегрируя систему (9), находим ее частные решения в виде

$$\omega_1^0(x,y,z)=A(x,y,z)+\omega(y,z),\ \omega(y,z)=\int_{y_0}^{y}\alpha_1(\varsigma,z)d\varsigma+\int_{z_0}^{z}\alpha_2(y_0,\tau)d\tau.$$

В этом случае, в процессе интегрирования первой части системы, особенность по переменной x остаётся, а по переменным y, z- устраняется. Пусть эти условия зависимости коэффициентов системы (3) не выполняются. Тогда в первую очередь, обе части уравнений системы (3) умножаем на V^{-k}, и сделаем замену $V^{1-k}=U$, $e^{(k-1)\omega}\cdot U=W,\quad (W=W(x,y,z))$, тогда предыдущая система преобразуется к виду:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial W}{\partial x} = (1-k)\dfrac{f_1(x,y,z)}{x^n}\cdot e^{(k-1)\omega}, \\ \dfrac{\partial W}{\partial y} = (1-k)\dfrac{f_2(x,y,z)}{y^n}\cdot e^{(k-1)\omega}, \\ \dfrac{\partial W}{\partial z} = (1-k)\dfrac{f_3(x,y,z)}{z^n}\cdot e^{(k-1)\omega}. \end{cases} \quad \textbf{(10)}$$

Тогда условия совместности системы (10) равносильны условиям из (5),(6): $\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{b_1}{x^n}\right)-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{b_2}{y^n}\right)+(k-1)\dfrac{a_1b_2-a_2b_1}{(xy)^n}=0,$ $\dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{b_1}{x^n}\right)-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{b_3}{z^n}\right)+(k-1)\dfrac{a_1b_3-a_3b_1}{(xz)^n}=0,$

$\dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{b_2}{y^n}\right)-\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{b_3}{z^n}\right)+(k-1)\dfrac{a_2b_3-a_3b_2}{(yz)^n}=0,$ то есть $Q_k(x,y,z)=0,\ (k=1,2,3)$.

При выполнении этих условий, интегрируем систему (10) по всем переменным, получаем:

$$W(x,y,z)=C+(1-k)\left[\int_x^1 \frac{f_1(t,y,z)}{t^n}e^{(k-1)\omega}dt+\int_y^1 \frac{f_2(0,\tau,z)}{\tau^n}e^{(k-1)\omega}d\tau+\int_z^1 \frac{f_3(0,0,\varsigma)}{\varsigma^n}e^{(k-1)\omega}d\varsigma\right] \textbf{(11)}$$ или

$W(x,y,z)=C+(1-k)\omega_2(x,y,z)$.

Легко определить, что в этих интегральных представлениях, если $0\le n<1$, то каждые интегралы в (11), как несобственные интегралы сходятся, и решение системы (10) во всей данной области непрерывно, в случаи $n=1$ имеет логарифмическую особенность, а в случае $n>1$ имеет особенности порядка (n-1). В этом интегральном представлении (11), решение системы (10) и функция $\omega_2(x,y,z)$ имеют одни и те же свойства, как и функция W(x,y,z). Имеем в виду, что если в постановке задачи считать, что $k<1$, то при произвольных значениях $n\ge 1$ предыдущие интегралы сходятся, и решение системы (10), выражающееся формулой (11), во всей области будет непрерывным. Учитывая предыдущую замену, переходя к прежним переменным, по формуле:

$$U(x,y,z)=V^{1-k}=e^{(1-k)\omega_2(x,y,z)}\cdot W,\quad V=\frac{\partial u}{\partial x},$$

интегрируем формулы (11) по переменной *x*, считая (y,z) параметрами, получим:

$$u(x,y,z)=\psi(y,z)+\left[\int_x^1 \exp\left\{\omega_1(t,y,z)\left[C+(1-k)[\omega_2(x,y,z)]^{1/(1-k)}\right]\right\}dt\right], \quad \textbf{(12)}$$

либо $u(x,y,z)=\psi(y,z)+\left[\int_x^1 \exp\left\{\omega_1(t,y,z)\left[u_0+(1-k)[\omega_2(x,y,z)]^{1/(1-k)}\right]\right\}dt\right]$. **(13)**

При этом получаем, что многообразие решений исходной системы выражается явной формулой (12), либо (13), определяющиеся через одного произвольного постоянного и одной произвольной функции двух независимых переменных.

Теорема 1. *Пусть в системе уравнений (1) все функции* $a_i(x,y,z)$, *и* $f_i(x,y,z)$, *(*$j=1,2,3$*) заданы в параллелепипеде* $П_3$: $0\le|x|\le r_1,\ 0\le|y|\le r_2,\ 0\le|z|\le r_3$, *а m,* $n\ge 0$, *причём на линиях вырождения поверхностей по координатным плоскостям* $\Gamma_1=\{M(x,y,z)\,|\,x=0\}$, $\Gamma_2=\{M\,|\,y=0\}$, $\Gamma_3=\{M\,|\,z=0\}$, *все частные производные функции* $u=u(x,y,z)$ *ограничены, и существуют пределы указанные в (M) и равны нулю. Тогда существует некоторое частное решение системы, непрерывной в области. Если условие*

совместности (6) выполняется, но не тождественно, либо условия (M) выполняются, то система (1) имеет лишь тривиальное решение. Если в условии (6) хотя бы одна из функций $P_{kj}, Q_{kj}\ (k, j = 1, 2, 3)$ *равна нулю, а другие нет, то система (1) кроме тривиального другие решения не имеет. Для тождественного выполнения условия (4) необходимо и достаточно, чтобы* $P_{kj} \equiv 0, Q_{kj} \equiv 0 (k, j = 1, 2, 3)$. *Тогда система (1) разрешима и имеем многообразие решений задачи Коши для системе (1), (2) определяющиеся через одну произвольную функцию двух независимых переменных, причём имеет единственное решение соответствующее формулам (12 и (13). Если в системе (1) порядка особенности* $0 \le n < 1,$ *то решение системы во всей данной области по всем переменным непрерывно, в случае n=1 по переменной x на поверхности вырождения x=0 имеет логарифмическую особенность, а при n >1 имеет особенности порядка (n-1) по переменной x, а по остальным переменным непрерывно.*

2. По аналогии с системой (1) можно рассматривать систему уравнений вида

$$\begin{cases} \mathrm{x}^{\mathrm{n}} \cdot \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a_1(x,y,z) \cdot \dfrac{\partial u}{\partial x}, \\ \mathrm{y}^{\mathrm{n}} \cdot \dfrac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = a_2(x,y,z) \cdot \dfrac{\partial u}{\partial x} + f_1(x,y,z) \cdot \left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)^m, \\ \mathrm{z}^{\mathrm{n}} \cdot \dfrac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} = a_3(x,y,z) \cdot \dfrac{\partial u}{\partial x} + f_2(x,y,z) \cdot \left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)^m, \end{cases} \qquad \textbf{(14)}$$

$$\begin{cases} \mathrm{x}^{\mathrm{n}} \cdot \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a_1(x,y,z) \cdot \dfrac{\partial u}{\partial x}, \quad \mathrm{y}^{\mathrm{n}} \cdot \dfrac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = a_2(x,y,z) \cdot \dfrac{\partial u}{\partial x}, \\ \dfrac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} = a_3(x,y,z) \cdot \dfrac{\partial u}{\partial x} + f_2(x,y,z) \cdot \left(\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)^m, \end{cases} \qquad \textbf{(15)}$$

где все функции $a_i(x,y,z),$ и $f_i(x,y,z),\ j = 1,2,3$ заданы в параллелепипеде Π_3: $0 \le |x| \le r_1$, $0 \le |y| \le r_2$, $0 \le |z| \le r_3$, а n –целое положительное и m- произвольное вещественное число. Для этих систем по аналогии с предыдущими системами, можно определить взаимосвязь между коэффициентами систем, и явно найти многообразия всех ее решений, либо единственное решение систем с данными начальными условиями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Михайлов Л.Г. Формулы представления решений систем уравнений в полных дифференциалах второго порядка с сингулярными линиями / Л.Г. Михайлов, Т.С. Орипов // Вестник Таджикского национального университета. – Душанбе: Сино, 2005. -№2. -С.83-85.
2. Орипов Т.С. Об одном классе систем уравнений в полных дифференциалах второго порядка с сингулярными коэффициентами / Т.С. Орипов // Труды Таджикского технического университета. -Душанбе, 2013. -№4(14). -С.6-9.
3. Михайлов Л.Г. К теории полных дифференциалов второго порядка с сингулярными точками / Л.Г. Михайлов // ДАН России. - 2006. -т. 406. -№3.
4. Орипов Т.С. О вырождающейся системе линейных уравнений в частных производных второго порядка с сингулярными коэффициентами / Т.С. Орипов // Вестник ТНУ, серия естественных наук. – 2018. -№1. -С.30-33.
5. Орипов Т.С. Об одной вырождающейся системе линейных уравнений в частных производных второго порядка с сингулярными линиями. Дифференциальные и интегральные уравнения с сингулярными коэффициентами и краевые задачи теории функций / Т.С. Орипов // Материалы международной научной конференции, посвящённой 90-летию академика АН РТ, лауреата Государственной премии имени Абуали ибн Сино Михайлова Л.Г. -Душанбе, 26-27 февраля, 2018. -С.122-124.
6. Орипов Т.С. Вырождение систем нелинейных уравнений в частных производных второго порядка с сингулярными коэффицентами / Т.С. Орипов, Р.Р. Сайдуллоева // Материалы научно-практической конференции “Роль математики в эканомике”, посвященной 27-летию независимосты Республики. -Душанбе: Таджикский государственный финансово-экономический университет, 2018. -С.154-160.

СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ҒАЙРИХАТТИИ ТАНАЗЗУЛШАВАНДА ДАР ҲОСИЛАИ ХУСУСИИ ТАРТИБИ ДУ БО КОЭФФИТСИЕНТҲОИ СИНГУЛЯРӢ

Дар мақолаи мазкур системаи се муодилаи ғайрихаттӣ бо се коэффитсиенти сингулярӣ дида баромада шудааст. Шарти ҳамҷоягии системаи додашударо омӯхта, таҳлил намуда, айнияти иҷрошавиашро қабул намуда, ё бо ҳамаи тағйирёбандаҳои додашуда айниятан иҷро намудани онро қабул менамоем. Агар шарти ҳамҷоягӣ айниятан иҷро нашавад, он гоҳ функсияҳоеро меёбем, ки он метавонад ҳалли хусусии система бошад. Агар ин функсия системаро қаноат накунад, он гоҳ система ноҳамҷоя мебошад. Дар мақолаи мазкур масъалае гузошта мешавад, ки ҳалли бисёршаклаи система ёфта шавад. Ин имконият фақат ва фақат дар вақти айниятан иҷроиши шарти ҳамҷоягӣ муодилаҳои система иҷро мегардад. Ин талаботро ба ҳисоб гирифта, бо ёрии ҷойивазкунӣ муодилаҳои системаро табдил дода, системаро ба намуди дифференсиали пурраи тартиби якум табдил медиҳем ва аз рӯйи назарияи системаи хаттии тартиби якум бо тарзҳои маълумбуда ҳалли бисёршаклаи системаи муодилаҳоро меёбем. Ин ҳал аз як доимии ихтиёрӣ ва аз як функсияи ихтиёрии аз ду тағйирёбанда иборатбуда ҳосил мегардад. Ҳамҷоягии ҳолатҳои гуногунро бо шакли содаи алгебравӣ ва айниятан иҷроиши он дида баромада, дар хатҳои махсуси параллелепипеди $П_3$ таназзулшаванда (хос) ҳолати ҳал тадқиқ шудааст. Дар натиҷаи интегрионии системае, ки қимати n чи хеле ки набошад, ҳалли системаи додашудаи бефосиларо пайдо мекунад, дар баъзе ҳолатҳо сингулярӣ ё аз тартиби гуногун иборат мебошад.

Калидвожаҳо: системаи се муодила бо се хатҳои сингулярӣ, фазои сеченака, шартҳои ҳамҷоягӣ, фазои бисёрченака, хатҳои махсус, масъалаҳои намуди Коши.

ВЫРОЖДЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ 2-ГО ПОРЯДКА С СИНГУЛЯРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В настоящей работе рассматривается система трех нелинейных уравнений с тремя сингулярными коэффициентами. Изучая условия совместности исходной системы, анализируется, когда эти условия выполняются тождественно, либо нетождественно по всем переменным. Если условия совместности системы выполняются нетождественно, тогда найдём некоторые функций, где они возможно будут частными решениями системы. Если же эти функции не удовлетворяют системе, тогда система будет несовместной. В настоящей работе ставится цель найти многообразия решений системы (1). Такая возможность выполняется тогда, и только тогда, когда условия совместности исходной системы выполняются тождественно. Учитывая такие требования, сделав замену преобразуем исходную систему уравнений к системе уравнений в полных дифференциалах первого порядка, применяя к ней известную теорию о линейных системах первого порядка, найдём решение последней системы известными методами, и в конце переходим к прежним переменным, тем самым найдём многообразие решений исходной системы. Причём полученное нами решение системы определяется через одну произвольную постоянную, и одну произвольную функцию двух независимых переменных. Рассматривая различные случаи в условии совместности, их простое алгебраическое выполнение, а также тождественное выполнение, исследуется поведение решений на особых линиях вырождения параллелепипеда $П_3$. В результате интегрирования системы получено, в каких случаях и при каких значениях п, решение исходной системы непрерывно, а в других случаях сингулярно, и какого порядка.

Ключевые слова: сингулярная линия, поверхности вырождения в трехмерных пространствах, многообразие решений, особые решения.

ABOUT DEGENERATING SYSTEM OF THE NONLINEAR EQUATIONS IN QUOTIENT DERIVED 2-GO ORDER WITH SINGULAR FACTOR

In this work , we consider a system of three nonlinear equations with three singular coefficients. Studying the compatibility conditions of the original system, it is analyzed that when these conditions are satisfied identically or not identically in all variables. If the compatibility condition of the system is not identically fulfilled, then we will find some functions, where they may be particular solutions of the system. If these functions do not satisfy the systems, then the system will not be shared. In this paper, the goal is to find the varieties of the solution of system (1). This possibility is satisfied if and only if the compatibility conditions of the original system are satisfied identically. Taking into account such a requirement, having made a replacement, we transform the original system of equations to a system of equations in full differentials of the first order, applying the well-known theory of linear systems of the first order to it, find the solution of the last system by known methods, and at the end go to the former variables, system. Moreover, the solution of the system obtained by us is determined through one arbitrary constant, and one arbitrary function of two independent variables. Considering various cases in the condition of compatibility, their simple algebraic execution, as well as identical execution, the behavior of solutions on the singular lines of the parallelepiped P3 degeneration is investigated. As a result of integrating the system, it was found that in what cases and for what values continuously, and in other cases it is singular, and of what order.

Key words: singular line, degeneration surfaces in three-dimensional spaces, variety of solutions, special solutions.

Сведения об авторе: ***Орипов Турдикул Сафарович*** – Таджикский технический университет им. М.С. Осими, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики. **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г Душанбе, улица академиков Раджабовых 10

Information about the author: ***Oripov Turdikul Safarovich*** - Tajik Technical University named after M.S. Osimi, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the department of higher mathematics. **Address:** 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, 10 Academician Radjabov Street

УДК 517.9

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Рустамбекова У.Р.
Таджикский технический университет им. М.С. Осими

Ищем оптимальное решение системы уравнений с запаздыванием аргумента

$$\frac{dX(t)}{dt} = \sum_{k=0}^{N} A_k X(t-\theta_k) + \sum_{s=0}^{M} B_s Z(t-\nu_s), \qquad (1)$$

где $\dim X = m$, $\dim Z = r$, A_k $(k = 1,2,...,N)$ – квадратные матрицы B_s $(s = 1,2,...,M)$ – прямоугольные матрицы.

Управление $Z(t)$ ищется из условия минимума функционала

$$I = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} \left(X^*(t)CX(t) + Z^*(t)LZ(t)\right)dt.$$

Звездочка обозначает транспонирование вектора или матрицы.

Для отыскания необходимых условий оптимальности используем метод множителей Лагранжа

$$H = \int_0^{\infty}\left(\frac{1}{2}X^*(t)CX(t) + \frac{1}{2}Z^*(t)LZ(t) + \psi(t)\sum_{k=0}^{N} A_k X(t-\theta_k) + \psi(t)\sum_{s=0}^{M} B_s Z(t-\nu_s) - \psi(t)\frac{dX(t)}{dt}\right)dt.$$

С помощью формулы интегрирования по частям и замены переменных преобразуем данное выражение к виду:

$$H = -\psi(t)X(t)\Big|_{t=0}^{t=\infty} + \sum_{k=1}^{N}\int_0^{\tau_k}\psi(t)A_k X_0(t-\theta_k)dt + \sum_{s=0}^{M}\int_0^{\nu_s}\psi(t)B_k Z_0(t-\nu_s)dt +$$

$$+\int_0^{\infty}\left(\frac{1}{2}X^*(t)CX(t) + \frac{1}{2}Z^*(t)LZ(t) + \sum_{k=0}^{N}\psi(t+\theta_k)A_k X(t) + \sum_{s=0}^{M}\psi(t+\nu_s)B_s Z(t) + \frac{dX(t)}{dt}X(t)\right)dt \qquad (2)$$

Найдем вариации функционала H. Поскольку при $t \le 0$ векторы $X(t)$, $Z(t)$ не варьируются, то находим виражения:

$$\delta H = \int_0^{\infty} Z^*(t)L\delta Z(t)dt + \sum_{s=0}^{M}\int_0^{\infty}\psi(t+\nu_s)B_s\delta Z(t)dt,$$

$$\delta H_X = \int_0^{\infty}\left(X^*(t)C + \frac{d\psi(t)}{dt}\right)\delta X(t)dt - \psi(\infty)\delta X(\infty) + \sum_{k=0}^{N}\int_0^{\infty}\psi(t+\theta_k)A_k\delta X(t)dt.$$

Если положим в выражения (2) $\psi(t) \equiv 0$ $(t \ge 0,)$ то из уравнений $\delta H_Z = 0$, $\delta H_X = 0$ находим систему уравнений:

$$Z^*(t)L + \sum_{s=0}^{M}\psi(t+\nu_s)B_s = 0,$$

$$\frac{d\psi(t)}{dt} + X^*(t)C + \sum_{k=0}^{N}\psi(t+\theta_k)A_k = 0,$$

которая определяет необходимые условия оптимальности [9,с.27-34].

Полагая, что $C^* = C,\ L^* = L$ и исключая управление

$$Z(t) = -L^{-1}\sum_{s=0}^{M} B_s^* Y(t-\nu_s),\ \ \psi^*(t) = Y(t), \qquad (3)$$

приходим к системе линейных дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом

$$\frac{dX(t)}{dt} = \sum_{k=0}^{N} A_k X(t-\theta_k) - \sum_{k=0}^{M} B_k L^{-1} \sum_{s=0}^{M} B_s^* Y(t-\nu_k+\nu_s),$$

$$\frac{dY(t)}{dt} = -CX(t) - \sum_{k=0}^{N} A_k^* Y(t+\theta_k). \qquad (4)$$

Система дифференциальных уравнений (4) определяет необходимое условие оптимальности. Для отыскания оптимального решения $X(t)$ и оптимального управления $Z(t)$ необходимо решить краевую задачу для системы уравнений (4) с граничными условиями:

$$X(t) = X_0(t)\ \ (t \le 0),\ \ \lim_{t\to+\infty} X(t) \equiv 0,\ \ \lim_{t\to+\infty} Y(t) = 0.$$

Построение центрального интегрального многообразия решений. Будем искать частное решение системы уравнений (4) в обычной форме

$$X(t) = We^{pt},\ \ Y(t) = Ve^{pt}\ \ (W, V = const). \qquad (5)$$

Подставляя выражения (5) в систему (4), приходим к системе линейных алгебраических уравнений для W, V

$$\begin{gathered}\left(Ep - \sum_{k=0}^{N} A_k e^{-p\theta_k}\right)W + \sum_{s,k=0}^{M} B_k L^{-1} B_s^* e^{(\nu_s-\nu_k)p} V = 0 \\ CW + \left(Ep + \sum_{k=0}^{N} A_k^* e^{p\theta_k}\right)V = 0.\end{gathered} \qquad (6)$$

Для того чтобы система алгебраических уравнений (6) имела ненулевое решение, необходимо и достаточно, чтобы определитель $\Delta(p)$ системы (6) был равен нулю. При этом приходим к трансцендентному уравнению для определения характеристических показателей – корней уравнения

$$\Delta(p) = \begin{vmatrix} Ep - \sum_{k=0}^{N} A_k e^{-p\theta_k} & \sum_{k,s}^{M} B_k L^{-1} B_s^* e^{(\nu_s-\nu_k)p} \\ C & Ep + \sum_{k=0}^{N} A_k^* e^{p\theta_k} \end{vmatrix} = 0, \qquad (7)$$

в общем случае уравнения (7) имеет бесконечное число корней. Перестановка строк и столбцов позволяет преобразовать уравнение (7) к виду:

$$\Delta(p) = \begin{vmatrix} -Ep - \sum_{k=0}^{N} A_k e^{p\theta_k} & \sum_{k,s}^{M} B_k L^{-1} B_s^* e^{(\nu_s-\nu_k)p} \\ C & -Ep + \sum_{k=0}^{N} A_k^* e^{-p\theta_k} \end{vmatrix} = 0. \qquad (8)$$

Если уравнение (7) имеет корень $p = p_0$, то из (8) следует, что уравнение (7) имеет также корень $p = -p_0$. Систему уравнений (4) можно рассматривать как каноническую систему дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом.

Если $\tau_k = 0\ (k = 0,1,...,N),\ \ \nu_s = 0\ (s = 0,1,...,M)$, то известен способ построения оптимального управления с помощью отыскания собственных векторов матрицы, определитель которой определяется в виде (7) [10,с.146-148]. Поэтому при достаточно малых значениях $\theta_k \ge 0,\ \nu_s \ge 0\ \ (k = 0,1,...,N; s = 0,1,...,M)$ система дифференциальных уравнений (4) будет иметь $2m$ характеристические показатели в полосе $|\mathrm{Re}\, p| < \sigma$, а все остальные характеристические показатели системы (4) будут лежать в полосе $|\mathrm{Re}\, p| < -\sigma$ и $|\mathrm{Re}\, p| > \sigma$, т.е. имеет место

экспоненциальная дихотомия решения уравнений [11,с.249]. Множество решений системы уравнений (4), характеристические показатели которой лежат в области $|\mathrm{Re}\, p| < \sigma$, будем называть центральным интегральным многообразием.

Укажем способ построения центрального интегрального многообразия системы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом (4). А именно, ищем систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dX(t)}{dt} = A_{11}X(t) + A_{12}Y(t),$$
$$\frac{dY(t)}{dt} = A_{21}X(t) + A_{22}Y(t), \qquad (9)$$

все решения которой являются решениями системы уравнений (4) и определяют центральное интегральное многообразие решений уравнения (4).

Обозначим через $N(t)$

$$N(t) = \begin{pmatrix} N_{11}(t) & N_{12}(t) \\ N_{21}(t) & N_{22}(t) \end{pmatrix}$$

фундаментальную матрицу решений системы (9). При этом $N_{11}(0) = E$, $N_{12}(0) = 0$, $N_{21}(0) = 0$, $N_{22}(0) = E$, где $E-$ единичная матрица. Матрица $N_{k,s}(t)(k,s = 1,2)$ удовлетворяют системе матричных дифференциальных уравнений

$$\frac{dN_{11}(t)}{dt} = A_{11}N_{11}(t) + A_{12}N_{21}(t), \quad \frac{dN_{12}(t)}{dt} = A_{11}N_{12}(t) + A_{12}N_{22}(t),$$
$$\frac{dN_{21}(t)}{dt} = A_{21}N_{11}(t) + A_{22}N_{21}(t), \quad \frac{dN_{22}(t)}{dt} = A_{21}N_{12}(t) + A_{22}N_{22}(t), \qquad (10)$$

и могут быть численно найдены при $t \neq 0$. Матрицы $N_{k,s}(t)(k,s = 1,2)$ зависят от выбора матриц $A_{k,s}(t)(k,s = 1,2)$. Зная матрицы $N_{k,s}(t)(k,s = 1,2)$, находим значения векторов со сдвигом аргумента

$$X(t-\theta) = N_{11}(-\theta)X(t) + N_{12}(-\theta)Y(t),$$
$$Y(t+\theta) = N_{21}(\theta)X(t) + N_{22}(\theta)Y(t).$$

Матрицы $A_{k,s}(k,s = 1,2)$ удовлетворяет матричным

$$A_{11} = \sum_{k=0}^{N} A_k N_{11}(-\theta_k) - \sum_{k,s=0}^{M} B_k L^{-1} B_s^* N_{21}(\nu_s - \nu_k),$$
$$A_{12} = \sum_{k=0}^{N} A_k N_{12}(-\theta_k) - \sum_{k,s=0}^{M} B_k L^{-1} B_s^* N_{22}(\nu_s - \nu_k), \qquad (11)$$
$$A_{21} = -C - \sum_{k=0}^{N} A_k^* N_{21}(\theta_k), \quad A_{21} = -\sum_{k=0}^{N} A_k^* N_{22}(\theta_k).$$
$$A_{11}^{(n+1)} = \sum_{k=0}^{N} A_k N_{11}^{(n)}(\theta) - \sum_{k,s=0}^{N} B_k L_k^{-1} B_s^* N_{21}^{(n)}(\nu_s - \nu_k),$$
$$A_{12}^{(n+1)} = \sum_{k=0}^{N} A_k N_{12}^{(n)}(-\theta) - \sum_{k,s=0}^{N} B_k L_k^{-1} B_s^* N_{22}^{(n)}(\nu_s - \nu_k),$$
$$A_{21}^{(n+1)} = -C - \sum_{k=0}^{N} A_k^* N_{21}^{(n)}(\theta_k), \quad A_{22}^{(n+1)} = -\sum_{k=0}^{N} A_k^* N_{22}^{(n)}(\theta_k) \quad (n = 1,2,...),$$

где $N_{k,s}^{(n)}(t)-$ решения системы уравнений

$$\frac{dN_{k,s}^{(n)}(t)}{dt} = \sum_{j=1}^{2} A_{k,j}^{(n)} N_{js}^{(n)}(t), \quad N_{ks}^{(n)}(0) = \delta_{ks} E,$$

$$A_{11}^{(0)} = \sum_{k=0}^{N} A_k, \quad A_{12}^{(0)} = -\sum_{k,s}^{M} B_k L^{-1} B_s^* = -\sum_{k=0}^{M} B_k L^{-1} \sum_{s=0}^{M} B_s^*,$$

$$A_{21}^{(0)} = -C, \quad A_{22}^{(0)} = -\sum_{k=0}^{N} A_k^*.$$

При достаточно малых значениях, $\theta > 0, \quad \nu > 0,$ изложенный метод последовательных приближений сходится. Введем обозначения:

$$\sum_{k=0}^{N} \|A_k\| = \alpha, \quad \sum_{k=0}^{M} \|B_k\| = \beta, \quad \|C\| = \gamma, \quad \|L^{-1}\| = \delta, \quad \varepsilon = \max\{\theta, \nu\}.$$

Для сходимости последовательностей матриц $A_{ks}^{(n)}$ к матрицам A_{ks} достаточно выполнения неравенства:

$$\alpha + \beta^2 \delta < \varepsilon^{-1} \cdot e^{-1-\varepsilon\gamma}.$$

Численный синтез оптимального управления. Пусть для системы матричных уравнений (10) найдена система уравнений (11), определяющая центральное интегральное многообразие решений. Находим оптимальное уравнение

$$Z(t) = -L^{-1} \sum_{s=0}^{M} B_s^* Y(t + \nu_s) = -L^{-1} \sum_{s=0}^{M} B_s^* \left(N_{21}(\nu_s) X(t) + N_{22}(\nu_s) Y(t)\right),$$

зависящее от векторов $X(t), Y(t)$. Найдем интегральное многообразие решений системы матричных уравнений (9), стремящихся к нулю при $t \to +\infty$. Известно, что это многообразие можно найти в виде

$$Y(t) = KX(t),$$

где для отыскания матрицы K используется матричное уравнение Риккати

$$\frac{dK(t)}{dt} = A_{21} + A_{22} K(t) - K(t)\left(A_{11} + A_{12} K(t)\right)$$

Решение уравнения Риккати

$$A_{21} + A_{22} K - K A_{11} - K A_{12} K = 0$$

находится из предельного соотношения

$$K = \lim_{t \to \infty} K(t), \quad K(0) = 0.$$

При известной матрице K находим оптимальное управление $z(t)$ в виде

$$Z(t) = RX(t), \quad R = -L^{-1} \sum_{s=0}^{M} B_S^* \left(N_{21}(\nu_s) + N_{22}(\nu_s) K\right).$$

Оптимизированная система (4) примет вид

$$\frac{dX(t)}{dt} = \sum_{k=0}^{N} A_k X(t - \theta_k) + \sum_{s=0}^{M} B_s R X(t - \nu_s).$$

Еще раз отметим, что для осуществления синтеза оптимального управления необходимо использование построения центрального интегрального многообразия решений системы (9).

Синтез оптимального управления непрерывным продолжением по параметру. При достаточно малых значениях $\theta = \max_k \theta_k, \quad \nu = \max_\nu \nu_s$ все показатели системы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом (4) можно разделить на три группы, лежащие в областях $\operatorname{Re} p < -\sigma, \ \operatorname{Re} p > \sigma \ |\operatorname{Re} p| < \sigma.$

Предложим следующий способ отыскания собственных векторов трансцендентной матрицы

$$\Delta(\mu, \rho) = \begin{pmatrix} \sum_{k=0}^{N} A_k e^{\theta_k \mu \rho}, & -\sum_{k,s}^{M} B_k L^{-1} B_s^* e^{(\nu_s - \nu_k)\mu\rho} \\ -C & -\sum_{k=0}^{N} A_k^* e^{\theta_k \mu \rho} \end{pmatrix}, \qquad (12)$$

где полагаем вначале μ и ищем собственные числа матрицы

$$\Delta(\mu,\rho)=\begin{pmatrix}\sum_{k=0}^{N}A_k & -\sum_{k,s}^{M}B_kL^{-1}B_s^* \\ -C & -\sum_{k=0}^{N}A_k^*\end{pmatrix}.$$

Пусть найдены m различных собственных чисел $p_n(0)$ $(n=1,2,...,m)$ матрицы $\Lambda(0)$. Изменяя непрерывно параметр μ от 0 до 1, находим метод последовательных приближений характеристических показателей $p_n(\mu)$ из трансцендентного уравнения:

$$\Delta(\mu,\rho)=\begin{vmatrix}Ep-\sum_{k=0}^{N}A_ke^{\theta_k\mu\rho}, & \sum_{k,s}^{M}B_kL^{-1}B_s^*e^{(\nu_s-\nu_k)\mu\rho} \\ C & Ep+\sum_{k=0}^{N}A_k^*e^{\theta_k\mu\rho}\end{vmatrix}=0. \qquad (13)$$

Для этого используем метод Ньютона для решения системы уравнений

$$\left(Ep-\sum_{k=0}^{N}A_ke^{-\theta_k\mu\rho}\right)W(\mu)+\sum_{k,s}^{M}B_kL^{-1}B_s^*e^{(\nu_s-\nu_k)\mu\rho}V(\mu)=0, \qquad (14)$$

$$CW(\mu)+\left(Ep+\sum_{k=0}^{N}A_k^*e^{-\theta_k\mu\rho}\right)V(\mu)=0,$$

$$W^*(\mu)W(\mu)+V^*(\mu)V(\mu)=1.$$

Последнее уравнение в системе (14) добавлено для того, чтобы можно было однозначно найти корни уравнений (13) $p_n(\mu)$ $(n=1,2,...,m)$ векторы $W(\mu), V(\mu)$ $(n=1,2,...,m)$. Если траектории корней $U=p_n(\mu)$ $(n=1,2,...,m)$ на комплексной плоскости U не пересекаются при изменении μ от 0 до 1, то изложенным способом можно вычислить векторы $W_n(1), V_n(1)$ $(n=1,2,...,m)$, такие, что соответствующие корни уравнения (7) $P_n(1)$ $(n=1,2,...,m)$ лежат в левой полуплоскости $\operatorname{Re} z<0$. Введем в рассмотрение квадратные матрицы

$$S_1=(W_1(1),...,W_m(1)),\ \ S_2=(V_1(1),...,V_m(1)),$$

столбцами которых являются векторы $W_n(1), V_n(1)$ $(n=1,2,...,m)$.

Система дифференциальных уравнений (4) имеет частное решение

$$X(t)=S_1Q(t)R,\ \ Y(t)=S_2Q(t)R, \qquad (15)$$

где обозначено

$$Q(t)=\begin{pmatrix}\exp\{p_1(1)t\} & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & \exp\{p_m(1)t\}\end{pmatrix},\ \ R=\begin{pmatrix}r_1\\ .\\ .\\ .\\ r_m\end{pmatrix}$$

и r_n $(n=1,2,...,m)$- произвольные постоянные.

Из системы уравнений (15) находим при $\det S_1=0$ выражения

$$Y(t+\nu_s)=S_2Q(t+\nu_s)Q^{-1}(1)S_1^{-1}X(t),$$

откуда получим выражение для оптимального управления

$$Z(t)=KX(t),\ \ K\equiv-\sum_{s=0}^{M}L^{-1}B_s^*S_2Q(\nu_s)S_1^{-1}. \qquad (16)$$

Оптимизированная система дифференциальных уравнений (1) принимает вид:

$$\frac{dX(t)}{dt}=\sum_{k=0}^{N}A_kX(t-\theta_k)+\sum_{s=0}^{M}B_sKX(t-\nu_s).$$

Использование контурного интеграла для синтеза оптимального управления. Из теории линейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом следует, что системы дифференциальных уравнений (4) всегда имеют частые решения вида:

$$\begin{pmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma} \begin{pmatrix} Ep - \sum_{k=0}^{N} A_k e^{-p\theta_k}, & \sum_{k,s}^{M} B_k L^{-1} B_s^* e^{(\nu_s - \nu_k)p} \\ C & Ep + \sum_{k=0}^{N} A_k^* e^{\theta_k p} \end{pmatrix} e^{pt} dp,$$

где Γ – произвольный контур на комплексной плоскости p, охватывающий полосы подынтегральной матрицы, которые расположены в точках, определяемых корнями уравнения (13).

Введем обозначения

$$\Lambda_{11}(p) = Ep - \sum_{k=0}^{N} A_k e^{-p\theta_k}, \ \Lambda_{12}(p) = \sum_{k,s}^{M} B_k L^{-1} B_s^* e^{(\nu_s - \nu_k)p},$$

$$\Lambda_{21}(p) = C, \ \Lambda_{22}(p) = Ep + \sum_{k=0}^{N} A_k^* e^{p\theta_k},$$

и положим

$$\begin{pmatrix} \Lambda_{11}(p) & \Lambda_{12}(p) \\ \Lambda_{21}(p) & \Lambda_{22}(p) \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \Lambda_{11}(p) & \Lambda_{12}(p) \\ \Lambda_{21}(p) & \Lambda_{22}(p) \end{pmatrix}. \qquad (17)$$

Из матричного уравнения (17) находим

$$F_{11}(p) = \left(\Lambda_{11}(p) - \Lambda_{12}(p)\Lambda_{22}^{-1}(p)\Lambda_{21}(p)\right)^{-1},$$

$$F_{21}(p) = -\Lambda_{22}^{-1}(p)\Lambda_{21}(p)\left(\Lambda_{11}(p) - \Lambda_{12}(p)\Lambda_{22}^{-1}(p)\Lambda_{21}(p)\right)^{-1}.$$

Найдем матричные решения системы уравнений (4)

$$X_0(t) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma} F_{11}(p) e^{pt} dp, \qquad (18)$$

$$Y_0(t) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma} F_{21}(p) e^{pt} dp,$$

где контур Γ заведомо охватывает все m плюсов матриц $F_{11}(p)$, $F_{21}(p)$, лежащие в левой полуплоскости $\operatorname{Re} p < 0$ и достаточно близкие к мнимой оси $\operatorname{Re} p < 0$.

Была разработана программа на компьютере для вычисления интегралов (18) по прямоугольнику с вершинами в точках $(\pm i\omega)$, $(-\sigma, \pm i\omega)$ $(\sigma > 0)$. Интегрирование велось по формуле Симсона и только по части контура, расположенной в верхней полуплоскости $\operatorname{Im} p \geq 0$. Значения матриц $F_{11}(p)$, $F_{21}(p)$, в точках контура Γ запоминались и вычислялись значения матриц $X_0(0), Y_0(\nu_s)$ $(s = 0,1,..., M)$. Матрицы, входящие в формулу, (16) определялись по формулам:

$$S_2 Q(t + \nu_s) Q^{-1}(t) S_1^{-1} = Y_0(\nu_s) X_0^{-1}(0),$$

а затем определялось оптимальное управление

$$u(t) = KX(t), \ K = -\sum_{s=0}^{M} L^{-1} B_s^* Y_0(\nu_s) X_0^{-1}(0).$$

При решении примера использовался контур [11,с.126-128] с вершинами в точках $(\pm i)$, $(-2, \pm i)$ с шагом интегрирования $|\Delta p_k| = 0{,}05$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н.Н. О некоторых статических методах в математической физике / Н.Н. Боголюбов. –Львов: Изд-во АН УССР, 1945. -50 с.
2. Боголюбов Н.Н. Метод ускоренной сходимости в нелинейной механике / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский, А.М. Самойленко. -Киев: Наука думка, 1969. – 257 с.

2а. Митропольский Ю.А. Интегральные многообразия в нелинейной механике / Ю.А. Митропольский, О.Б. Лыкова. -М.: Наука, 1973. -511 с.
3. Валеев К.Г. Численный синтез оптимального управления для линейных стационарных систем / К.Г. Валеев, Ю.А. Митропольский, Г.С. Финин. -Киев, 1980. -76 с. (Препринт /Ин-т математики Ан УССР; 80.4).
4. Кунцевич В.М. Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова / В.М. Кунцевич, М.М. Лычак. -М.: Наука, 1977. –400 с.
5. Валеев К.Г. Построение функций Ляпунова / К.Г. Валеев, Г.С. Финин. -Киев: Наука думка, 1981. – 412 с.
6. Валеев К.Г. Построения интегральных многообразий / К.Г. Валеев, С.З. Курбаншоев. -Душанбе: Дониш, 2006. -511 с.
7. Мышкис А.Д. Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом / А.Д. Мышкис. -М.: Наука, 1972. -349 с.
8. Фодчук В.И. О существовании и свойствах интегрального многообразия для системы нелинейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом и с переменными коэффициентами / В.И. Фодчук // Сб. «Приближенные методы решения дифференциальных уравнений. –Киев: Изд-во АН УССР, 1963. -С.129-140.
9. Курбаншоев С.З. Применение теории интегральных многообразий для синтеза оптимального управления систем дифференциальных уравнений с запаздыванием / С.З. Курбаншоев, М.М. Садриддинов, К. Шакарбеков // Известия АН Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. -Душанбе: Дониш, 2011. -№1(142). -С.27-34..
10. Валеев К.Г. Расщепление спектра матриц / К.Г. Валеев. -Киев: Вища шк., 1986. -272 с.
11. Далецкий Ю.Л. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве / Ю.Л. Далецкий, М.Г. Крейн. -М.: Наука, 1979. -534 с.

СИНТЕЗИ ИДОРАКУНИИ ОПТИМАЛИИ СИСТЕМАИ ДЕРМОНӢ

Бисёршаклии интегралӣ маҷмӯи ҳалли системаи муодилаи дифференсиалӣ, ё муодилаи дифференсиалии фарқиро ҳангоми тадқиқи устувории ҳаракат, ҳангоми тақсими ҳалҳо [1,с.45; 2,с.20-25; 2а,гл.VII,с.20-25]ва паст намудани тартиби ин системаи муодилаҳо дар масъалаи таҳлил ва синтези идоракунии оптималӣ истифода менамоянд [3,с.20-25; 4,с.120-125]. Корҳои бунёдӣ оид ба назарияи бисёршаклии интегралӣ ба Н.Н. Боголюбов ва Ю.А. Метрополский тааллуқ доранд.

Синтези регулятори оптималӣ масъалаи асосии идоракунии автоматӣ мебошад. Дар кор сохтани регуляторҳои оптималӣ нишон дода шудаст, ки метавонад ба ёфтани бисёршаклии интегралии махсуси ҳалли баъзе системаҳои динамикии ёрирасон оварда расонад. Ин ҳалли бисёршаклии интегрaй-оптималӣ номгузорӣ шудааст [5,с.358-360; 6,с.491-498].

Методҳои ададии сохтани бисёршаклии интегралии оптималӣ барои синтези идоракунии оптималӣ барои системаи муодилаҳо бо аргументи дермоӣ истифода бурда мешаванд [8,с130-135].

Дар кор масъалаи идоракунии оптималии системаи муодилаҳои дифференсиалӣ ва дермонӣ тадќиќ карда шудааст. Масъалаи ёфтани идоракунии оптималӣ дар системаи хаттии дермонӣ функсионали квадратӣ дида баромада шудааст. Мафҳуми марказии бисёршаклии интегралии системаҳои дида баромада шуда дохил карда шудааст. Методҳои асосӣ барои синтези идоракунии оптималӣ дар асоси интегралҳои контурӣ пешниҳод карда шудааст.

Калидвожаҳо: бисёршаклии интегралӣ, устувории ҳаракат, тақсими ҳалҳо, синтези идоракунӣ, муодилаи дермонӣ, интегралҳои контурӣ, зарбшавандаҳои Лагранж.

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Интегральные многообразия, объединяющие множество решений систем дифференциальных, разностных или дифференциально-разностных уравнений, используются при исследовании устойчивости движения, при расщеплении решений [1,с.45; 2,с.20-25; 2а,гл.VII,с.20-25] и понижении порядка названных систем уравнений, в задачах анализа и синтеза оптимального управления [3,с.20-25; 4,с.120-125]. Основополагающие работы по теории интегральных многообразий принадлежат Н.Н. Боголюбову и Ю.А. Метропольскому и их ученикам.

Синтез оптимальных регуляторов является основной задачей теории автоматического управления. В работе показано, что построение оптимальных регуляторов может быть сведено к отысканию специальных интегральных многообразий решений некоторой вспомогательной динамической системы. Эти интегральные многообразия решений были названы оптимальными [5,с.358-360; 6,с.491-498].

Методы численного построения оптимальных интегральных многообразий используются для синтеза оптимального управления для систем уравнений с запаздыванием аргумента [8,с130-135].

В работе исследуется задача оптимального управления систем дифференциального уравнения с запаздыванием. Рассматривается задача нахождения оптимального управления в линейной системе с запаздыванием с квадратичным функционалом. Введено понятие центрального интегрального многообразия рассмотренной системы. Предложены численные методы синтеза оптимального управления, основанные на использовании контурных интегралов.

Ключевые слова: интегральное многообразие, устойчивость движения, расщепление решений, экспоненциальная дихотомия, синтез управления, оптимальное управление, центральное многообразие, уравнение с запаздыванием, контурные интегралы, множители Лагранжа.

SYNTHESIS OF OPTIMAL CONTROL SYSTEMS WITH DELAY

Integral manifolds, uniting a set of solutions of systems of differential, difference or differential-difference equations, are used in the study of motion stability, in the splitting of solutions, and lowering the order of these systems of equations, in the problems of analysis and synthesis of optimal control. Fundamental works on the theory of integral manifolds belong to N.N. Bogolyubov and Y.A. Metropolsky and their pupils.

Synthesis of optimal controllers is the main task of the theory of automatic control. It is shown that the construction of optimal regulators can be reduced to finding special integral varieties of solutions of some auxiliary dynamic system. These integral varieties of solutions have been called optimal.

Methods of numerical construction of optimal integral manifolds are used to synthesize optimal control for systems of equations with argument delay.

The problem of optimal control of differential equation and delay systems is investigated. The problem of finding optimal control in a linear system with delay with a quadratic functional is considered. The concept of the Central integral variety of the considered system is introduced. Numerical methods for the synthesis of optimal control based on the use of contour integrals are proposed.

Key words: integral manifold, stability of motion, splitting of solutions, exponential dichotomy, control synthesis, optimal control, central manifold, delay equation, contour integrals, Lagrange multipliers.

Сведения об авторе: ***Рустамбекова Умеда Рустамбековна*** – Таджикский технический университет им. М.С. Осими, ассистент кафедры высшей математики. **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г. Душанбе, улица академиков Раджабовых 10. Телефон**: 931-95-27-75**

Information about author: ***Rustambekova Umeda*** - Tajik technical University named after M.S. Osimi, assistant of the Department of higher mathematics. **Address:** 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, academicians Rajabovs street 10. Phone: **931-95-27-75**

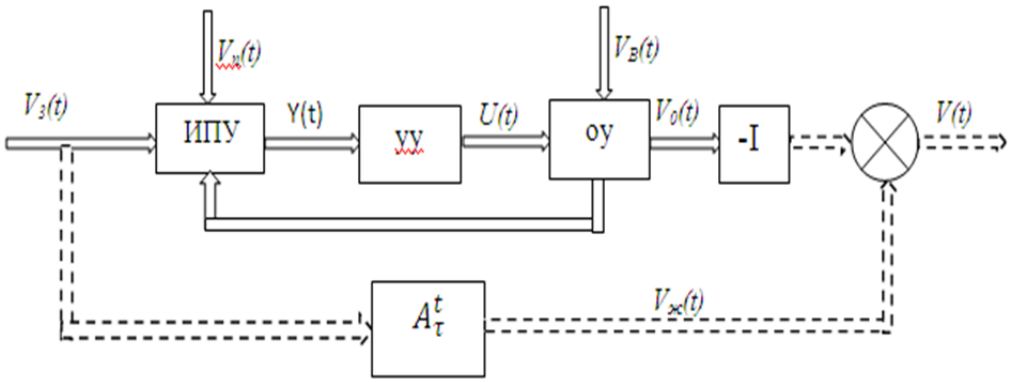
УДК 519.8

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И КРИТЕРИЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССА ШАРОШЕЧНОГО БУРЕНИЯ

Сайдаминов И.А., Гадозода М., Асроров С. А.
Таджикский технический университет им. М.С. Осими

Задачу синтеза линейного оптимального управления процесса шарошечного бурения можно сформулировать в следующем виде (рис. 1).

Рис.1. Схема системы управления
Fig.1. Control system diagram



Объект управления (ОУ процесс шарошечного бурения) с переменными параметрами и непрерывным временем, на который действуют управляющий процесс (управляющие контролируемые и неконтролируемые возмущения) $u(t)$ и возмущающий процесс (вектор выходных или управляемых (неуправляемых) и наблюдаемых (ненаблюдаемых) координат)$v(t)$описывается системой дифференциальных уравнений.

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(t)x_j + \sum_{k=1}^{r} b_{ik}(t)u_k(t), \quad x_i(t_0) = x_{i0}, i = 1,...,n, \qquad (1)$$

и алгебраических выражений

$$v_i(t) = \sum_{j=1}^{l} e_{ij}(t) x_j(t) + \sum_{k=1}^{r} d_{ik}(t) u_k(t), \quad i = 1,...,l, \qquad (2)$$

или в матричных обозначениях дифференциальным уравнением

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + B(t)u(t), x(t_0) = x_0 \qquad (3)$$

и выражением

$$v(t) = E(t)x(t) + D(t)u(t). \qquad (4)$$

где $u(t)=(u_1(t) \dots u_r(t))$ – вектор управляющих воздействий; $v(t)=(v_1(t) \dots v_l(t))$ – вектор выходных или управляемых (неуправляемых) и наблюдаемых (ненаблюдаемых) координат; $x(t)=(x_1(t) \dots x_n(t))$ – вектор фазовых координат или вектор состояния объекта; $A(t)$ – динамическая матрица объекта; $B(t)$- матрица управляющих воздействий; $E(t)$ и $D(t)$ – матрицы выходных координат.

На объект, помимо векторного случайного управляющего воздействия *U(t)*, действует еще векторное случайное возмущающее воздействие $V_в(t)$.

Задача управления состоит в том, чтобы его выходной процесс V_0(t) возможно точнее воспроизводил желаемый процесс *V*ж(t), являющийся требуемым линейным преобразованием A_τ^t задающего векторного случайного воздействия (процесса) $V3(\tau), t_0 \le \tau \le t$

В измерительно-преобразующих устройствах ИПУ, которые также могут быть линейными динамическими объектами, происходят измерения поступающего на объект управления задающего воздействия V3(t) и используемых для управления координат объекта, их надлежащее линейное преобразование и формирование процесса Y(t), который, естественно, является наблюдаемым.

В управляющем устройстве УУ под воздействием реализуемого на его входе процесса Y(t) вырабатывается управляющее воздействие U(t).

Объект управления, измерительно-преобразующие устройства и управляющее устройство представляют собой замкнутую систему управления. Задача синтеза управляющего устройства оптимального с точки зрения минимума среднеквадратического значения ошибки V(t)=Vж(t)-V_0(t) и является задачей корреляционной теории линейного оптимального управления [1; 2; 3; 4].

С технической точки зрения, управляющее воздействие $u_1(t),...,u_r(t)$– это величины отклонения органов управления объекта, которые и влияют на управляемые (выходные) координаты $v_1(t),...,v_l(t)$ объекта. в целенаправленном изменении которых и состоит задача управления.

Будем предполагать, что координаты векторов $u(t)$ и $v(t)$ вещественны и рассматриваются относительно одних и тех же базисов в соответствующих векторных пространствах, что позволяет полностью отождествить указанные векторы с соответствующими матрицами-столбцами их координат относительно фиксированных базисов.

В процессе управления координаты вектора состояния могут оказаться недоступными для непосредственного наблюдения. Наблюдаемой может оказаться лишь часть фазовых координат или некоторые линейные функции от них. С этой целью введем вектор наблюдаемых координат (вектор обратных связей) $y(t) = (y_1(t), \cdots, y_n(t))$.

Случайный процесс *V(t)*-является управляемым процессом, *U(t)* –наблюдаемым процессом замкнутой системы управления в приведенной задаче синтеза.

Управляющий процесс $U(t)=(U_1(t) \dots U_r(t))$ получен в управляющем устройстве как некоторое физически осуществимое линейное преобразование наблюдаемого процесса $Y(t)$.

В частности, таким преобразованием в случае непрерывного времени может быть интегральное преобразование вида

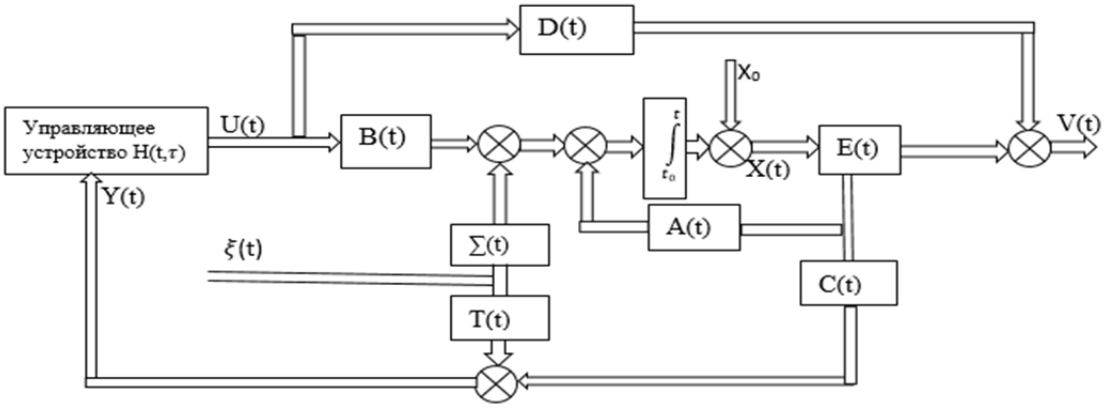
$$U(t) = \int_{t_0}^{t} H(t,\tau) Y(\tau) ds, \qquad (5)$$

и в случае дискретного времени

$$U(t) = \sum_{\tau=t_0}^{t} H(t,\tau)Y(\tau), (6)$$

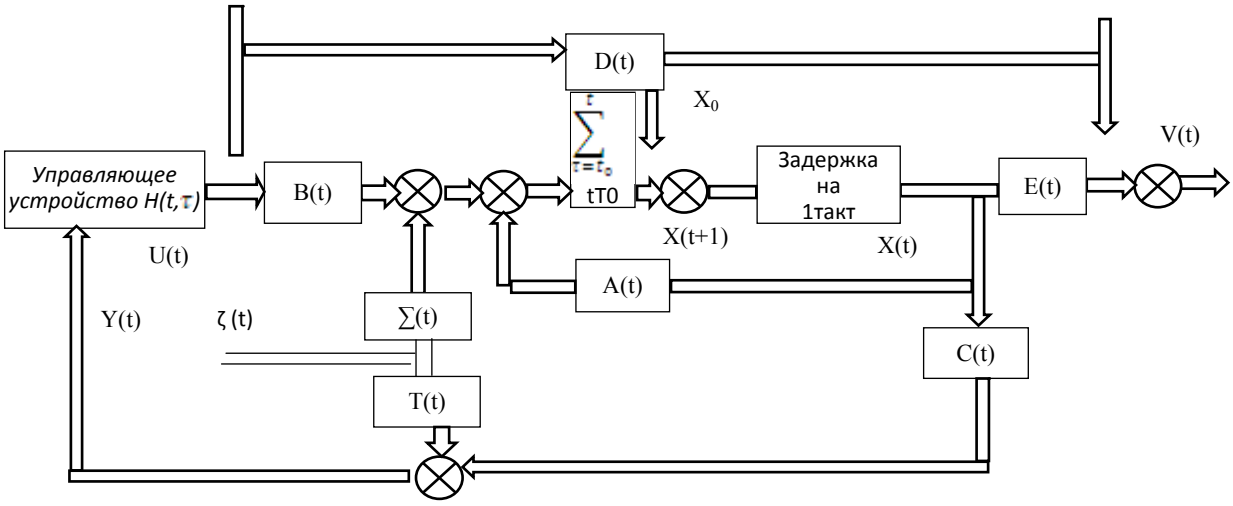
Функции $H(t,\tau)$ в выражениях (5).(6) являются матричными весовыми функциями управляющего устройства для случая непрерывного, и соответственно, дискретного времени. Выражение (5) для случая непрерывного времени не охватывает все возможные виды линейных преобразований; тем не менее, имея в виду возможность использования обобщенных функций, удобно применять в качестве общего вида линейного преобразования. Во всех случаях оператор линейного преобразования, осуществляемого управляющим устройством, обозначая через H, а соответствующие ему правила преобразования наблюдаемого процесса в управляющие воздействия алгоритмом управляющего устройства (алгоритмом управления). Рисунки 2 и 3 иллюстрируют математическое описание приведенной системы управления процесса шарошечного бурения для случаев непрерывного и дискретного времени.

Рис..2. Схема приведенной системы управления при непрерывном времени
Fig .2. Diagram of the reduced control system with continuous time



Далее эту задачу будем рассматривать для случая, когда процессы $V_в(t)$,$V_з(t)$, $V_п(t)$ имеют формирующие фильтры, а операции линейного преобразования, а также динамика измерительно-преобразующих устройств описываются уравнениями динамических объектов. В этом случае, объединив все дифференциальные (разностные) уравнения в одно векторное уравнение и соответствующим образом изменив обозначения и выражения для управляемых выходных и наблюдаемых процессов, можно перейти от исходных к приведенной задаче синтеза [5].

Рис. 3. Схема приведенной системы управления при непрерывном дискретном времени
Fig. 3. Diagram of the reduced control system with continuous discrete time



При синтезе систем управления динамическими объектами выясняем, можно ли за малый фиксированный интервала времени Δt от t до $\theta = t + \Delta t$ изменить вектор управляемых координат объекта на любой заданный вектор, если на управляющие воздействия не наложено никаких ограничений.

Рассмотрим это понятие вначале по отношению к n-мерному вектору фазовых координат $x(t)$, т.е. предположим, что $v(t) = x(t)$.

На основании (5) и учитывая, что $x(t) = e^{A(t-\tau)}x(t)$, имеем,

$$\tilde{x}(\theta) = x(\theta) - e^{A(\theta-t)}x(t) = \int_t^\theta e^{A(\theta-\tau)}Bu(\tau)d\tau\,. (7)$$

При изменении $\Delta x = x(\theta) - x(t)$ вектора фазовых координат за время $\Delta t = \theta - t$ можно считать

$$\tilde{x}(\theta) = \Delta x - \left[e^{A(\theta-t)} - I\right]x(t)\ (8)$$

При существовании управляющих воздействий $u(\tau), t \le \tau \le \theta,$

$$\tilde{x}(\theta) = \int_t^\theta e^{A(\theta-t)}\,Bu(\tau)d\tau\ (9)$$

При этом критерий оптимизации управления

$$Y = \frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\left(1 - \frac{a_i}{a_{ima[}}\right)} \int \cdots \int_{D_{ко}} \cdots \int \frac{H_{wj}}{H_{wjmax}} \left(\frac{a_1}{a_{1\max}} \cdots \frac{a_i}{a_{i\max}} \cdots \frac{a_к}{a_{кmax}} \right) \times d\frac{a_1}{a_{1\max}} \cdots d\frac{a_i}{a_{i\max}} \cdots d\frac{a_к}{a_{кmax}}, \quad (10)$$

где $D_{ко}$ – пространственная область определения относительной энергоемкости работы j-того механизма конкретного вида карьерного оборудования; *к*–число относительных параметров (координат) пространственной области– $D_{ко}$ определения относительной энергоемкости j-того механизма конкретного вида карьерного оборудования; a_i/a_{imax}–*i*-я координата (относительный параметр) изменения относительной энергоемкости *j*-го механизма карьерного оборудования.

Тогда выбор оптимального режима бурения заключается [6] в необходимости выбора совместно с ограничениями значения управляющих воздействий, приводящих к экстремуму (максимуму или минимуму) некоторой переменной, принятой за критерий оптимизации (эффективности), т.е. обеспечить

$$Y_i = \varphi(U_1, U_2 \ldots, U_n) \to \max(min) (11)$$

при ограничениях $U_{в1} \ge U_1 \ge U_{н2}$

$$U_{в2} \ge U_2 \ge U_{н2}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ (12)$$
$$U_{вп} \ge U_п \ge U_{нп}$$

где Y_i – многомерная функция.

Ограничения (2) можно записать в виде принадлежности множеству и области допустимых значений:

$$u_i \epsilon U_i\ i = 1,2, \ldots, n \qquad (13)$$

Задача выбора ограничений является одной из самых важных, часто определяющих успех оптимизации. Важное значение имеют также частные экстремумы вдоль ограничений.

Часто один критерий не обеспечивает оптимальности по другим критериям, поэтому ставится задача многокритериальной оптимизации

$$I = \varphi_1(Y) = \varphi_1(y_1, y_2, \ldots, y_m) \to \max(min) \qquad (14)$$

При ограничениях (2) или (3) и на компоненты функции *Y*

$$y_i \epsilon Y_i\ i = 1,2, \ldots, m \qquad (15)$$

Значения, $U_{1д}$, $U_{2д}$, ..., $U_{nд}$ управляющих воздействий, доставляющие экстремум (1) и (4), называются оптимальными. При наличии не контролируемых случайных возмущений важно не только обеспечить попадание в оптимум, т.е., определить $U_{1д}$, $U_{2д}$,...,$U_{nд}$, но и отслеживать все их изменения при случайном дрейфе экстремума критерия оптимизации.

Если величины U_i соответствуют экстремальным значениям критерия оптимизация из группы v_i для каждого комплекса параметров, то уравнения (14) описывают оптимальное управление процессом бурения. Результаты анализа и выбора количественных и качественных параметров управления процессом бурения приведены в таблице.

Об эффективности бурения можно судить по количественным выходным наблюдаемым параметрам, а объективную оценку технико-экономических показателей дадут качественные выходные ненаблюдаемые параметры. Тогда состояние объекта управления–можно представить в виде связей между количественными (входными и выходными) и качественными (выходными, наблюдаемыми и ненаблюдаемыми) параметрами. Анализ показывает, что выходные параметры обладают свойством дуализма, так как они характеризуют объект управления как количественно по величине, так и качественно по состоянию.

Таблица

<table>
<tr><td colspan="3">КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">КАЧЕСТВЕННЫЕ</td></tr>
<tr><td>$P_{ос}, \omega_{врд}, Q_e,$</td><td>$K_{ст}, P_б, B_{ст}$</td><td>$P_{ср}$</td><td>$V_д, M_{вр}, H_д$</td><td>$V_д, M_{вр}, H_д$</td><td>$П_{см}, E_б, N_п, N_{вр}$</td><td>$C_б$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">управляющие</td><td rowspan="2">контролируемые</td><td rowspan="2">неконтролируемые</td><td colspan="2" rowspan="2">наблюдаемые</td><td>Оперативно вычисляемые</td><td>Оперативно невычисляемые</td></tr>
<tr><td colspan="2">ненаблюдаемые</td></tr>
<tr><td colspan="3">ВХОДНЫЕ</td><td colspan="4">ВЫХОДНЫЕ</td></tr>
</table>

Таким образом, моделирование процесса шарошечного бурения приводит нас к следующим выводам:

- при любом заданном векторе из n-мерного векторного пространства R_n, объект управления будет управляемый по отношению к фазовым координатам, что является обязательно управляемым и по отношению к выходным координатам. Объект может быть управляемым по выходным координатам и при отсутствии каких-либо требований к его управляемости по фазовым координатам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев Н.И. Корреляционная теория статистических оптимальных систем / Н.И. Андреев. –М: Наука, 1960.
2. Питерсон И.Л. Статистический анализ и оптимизация систем автоматического управления / И.Л. Питерсон. –М: Советское радио, 1964.
3. Солодовников В.В. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления / В.В. Солодовников. –М: Физматгиз, 1960.
4. Фелбдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем / А.А. Фелбдбаум. –М: Наука, 1966.
5. Виноградов В.Н. Синтез оптимальных систем одного класса с учетом ограничения управляющего воздействия / В.Н. Виноградов // Автоматика и телемеханика. – 1965. -№3.
6. Симкин М.И. Некоторые вопросы измерения и контроля параметров режима шарошечного бурения. В кн. Совершенствование открытых разработок недр Казахстана / М.И. Симкин, А.И. Глатоленков. -Алма-Ата: АН Казахстан, 1970. -С.83-88.

АМСИЛАИ РИЁЗӢ ВА МЕЪЁРИИ ТАЪСИРНОКИИ ҶАРАЁНИ ПАРМАКУНИИ ШАРОШКАВӢ

Дар мақола амсилаи риёзӣ ва меъёрҳои самаранокии раванди пармакунии шарошкавӣ (шарашечное бурение) бо параметрҳои тағйирёбанда ва муҳлати мунтазам оварда шудааст, ки ба онҳо раванди идоракунанда (идоракунӣ ва назоратшаванда) ва раванди таназзулдиҳанда вектори координатаи баромад, ё ин ки координатаи идорашаванда (идоранашаванда) ва мушоҳидашаванда (мушоҳиданашаванда) таъсир мерасонад.

Амсилаи риёзии раванди пармакунӣ нишон медиҳад, ки барои дилхоҳ вектори аз фазои n-ченакаи векторӣ додашуда объекти идоракунӣ нисбати координатаҳои фазавӣ идорашаванда мешавад, ки нисбати координатаҳои ниҳоӣ ҳатман идорашаванда мебошанд. Объект аз рӯйи координатаҳои ниҳоӣ ва набудани ягон хел талаботҳо ба идорашавии он аз рӯйи координатаҳои фазавӣ идорашаванда буда метавонад.

Амсила нишон медиҳад, ки параметрҳои ниҳоӣ хусусиятҳои дугонагӣ доранд, чунки онҳо объекти идоракуниро бо миқдори бузургӣ ва сифати ҳолат тавсиф медиҳанд, яъне намуд ва тавсифоти алоқаҳои иҷрои вазифавии функционалӣ байни параметрҳои миқдории раванди пармакуниро муайян месозад.

Калидвожаҳо: пармакунӣ, моделҳои математикӣ, меъёрҳои таъсирнокӣ, раванди идоракунанда, раванди таназзулдиҳанда, объекти идоракунӣ, таҷҳизотҳои ченкунию табдилдиҳанда, таҷҳизотҳои идоракунӣ, системаи идоракунӣ.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И КРИТЕРИЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССА ШАРОШЕЧНОГО БУРЕНИЯ

В статье представлены математическая модель и критерий эффективности процесса шарошечного бурения с переменными параметрами и непрерывным временем, на который действуют управляющий (управляющие контролируемые и неконтролируемые) процесс и возмущающий (вектор выходных или управляемых (неуправляемых) и наблюдаемых (ненаблюдаемых) координат процесс.

Математическая модель процесса шарошечного бурения показывает, что при любом заданном векторе из n-мерного векторного пространства объект управления будет управляемый по отношению к фазовым координатам, что является обязательно управляемым и по отношению к выходным координатам. Объект может быть управляемым по выходным координатам и при отсутствии каких-либо требований к его управляемости по фазовым координатам.

Модель также показывает, что выходные параметры обладают двойным свойством, так как они характеризуют объект управления как количественно по величине, так и качественно по состоянию, т.е. определяет вид и характер функциональных связей между количественными параметрами процесса бурения.

Ключевые слова: бурение, математическая модель, критерии эффективности, управляющий процесс, возмущающий процесс, объект управления, измерительно-преобразующие устройства, управляющее устройство, система управления.

MATHEMATICAL MODEL AND CRITERION OF THE EFFICIENCY OF THE BALL DRILLING PROCESS

The article presents a mathematical model and criterion for the efficiency of a roller cone drilling process with variable parameters and continuous time, which are controlled by a controlling (controlling, controlled and uncontrolled) process and a disturbing (output vector or controlled (uncontrolled) and observed (unobserved) coordinates) process.

The mathematical model of the roller cone drilling process shows that for any given vector from the n-dimensional vector space, the control object will be controlled with respect to the phase coordinates, which is necessarily controlled with respect to the output coordinates. The object can be controlled by the output coordinates and in the absence of any requirements for its controllability by phase coordinates.

The model also shows that the output parameters have a dual property, since they characterize the control object both quantitatively by value and qualitatively by state, i.e. determines the type and nature of functional relationships between the quantitative parameters of the drilling process.

Key words: drilling, mathematical model, performance criterion, control process, disturbing process, control object, measuring and transforming devices, control device, control system.

Сведения об авторах: ***Сайдаминов Исохон Абдулфайзович*** **-** Таджикский технический университет имени М.С. Осими, доктор технических наук, профессор кафедры «Детали машин и строительно-дорожные машины». **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г Душанбе, улица академиков Раджабовых, 10. Телефон: **917-11-21-24.** E-mail: **saydaminov@mail.ru**

Гадозода Мирзомурод **-** Таджикский технический университет имени М.С. Осими, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики. **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г Душанбе, улица академиков Раджабовых, 10. Телефон: **907-80-73-88.** E-mail: **Gadozoda51@mail.ru**

Асроров Собир Аюбович **-** Таджикский технический университет имени М.С. Осими, ассистент кафедры высшей математики. **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г Душанбе, улица академиков Раджабовых, 10. Телефон: **919-89-82-52; 918-32-18-20.** E-mail: **asrorov_83@mail.ru**

Information about the authors: ***Saydaminov Isokhon Abdulfayzovich*** - Tajik Technical University named after M.S. Osimi, doctor of technical sciences, professor of the department “Machine parts and road-building machines”. **Address:** 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Academician Radjabov Street, 10. Phone: **917-11-21-24**. E-mail: **saydaminov@mail.ru**

Gadozoda Mirzomurod - Tajik Technical University named after M.S. Osimi, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the department of higher mathematics. **Address:** 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Academician Radjabov Street, 10. Phone: **907-80-73-88**. E-mail: **Gadozoda51@mail.ru**

Asrorov Sobir Ayubovich - Tajik Technical University named after M.S. Osimi, assistant professor of higher mathematics. **Address:** 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Academician Radjabov Street, 10. Phone: **919-89-82-52; 918-32-18-20.** E-mail: **asrorov_83@mail.ru**

УДК 517.55

ТЕОРИЯ РАЗРЕШИМОСТИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ СО СДВИГОМ В СИНГУЛЯРНОМ СЛУЧАЕ

Усмонов Н., Саидов Б. Б., Шадманов М.У.
Таджикский государственный финансово-экономический университет

Краевая задача со сдвигом, когда её коэффициентами являются непрерывные функции, была исследована в работах [1], [2], [3]. Нами будет проведено исследование краевой задачи со сдвигом, когда её коэффициенты имеют полюсы целого порядка.

Рассмотрим на единичной окружности Γ краевую задачу, вида

$$a_1(t)\overline{\Phi^+(t)}+b_1(t)\Phi^+[\alpha(t)]=\frac{c_1(t)}{\prod_{n=1}^{N}(t-\xi_n)^{S_n}}\overline{\Phi^-(t)}+\frac{d_1(t)}{\prod_{n=1}^{N}(t-\xi_n)^{S_n}}\Phi^-[\alpha(t)]=f(t) \quad , (1)$$

об отыскании функций $\Phi^+(z)$ и $\Phi^-(z)$, аналитических, соответственно, в областях D^+ и D^-, представимых интегралами Коши с угловыми предельными значениями из класса L_2. Здесь $a_1(t), b_1(t), c_1(t), d_1(t), \alpha'(t)\in H_\mu(\Gamma)$, $f(t)\in L_2(\Gamma)$, $\alpha(t)$ прямой или обратный сдвиг, удовлетворяющий условию Карлемана. $((K_2))(\alpha[\alpha(t)])=t)$. А также здесь $\xi_n(n=1,2,\cdots,\mu)$ некоторые точки контура, S_n - целые положительные числа.

Полагая в (1) $\overline{\Phi^-(z)}=\prod_{n=1}^{N}(z-\xi_n)^{S_n}z^{-S}\,\overline{\Phi_1^-(z)}$,

$$\Phi^-[\alpha(z)]=\prod_{n=1}^{N}(z-\xi_n)^{S_n}z^{-S}\,\Phi_1^-[\alpha(t)]$$

будем иметь

$$a_1(t)\overline{\Phi^+(t)}+b_1(t)\Phi^+[\alpha(t)]=t^{-S}c_1(t)\overline{\Phi_1^-(t)}+t^{-S}d_1(t)\Phi_1^-[\alpha(t)]+f(t),$$

или

$$a_1(t)\overline{\Phi^+(t)}+b_1(t)\Phi^+[\alpha(t)]=c_2(t)\overline{\Phi_1^-(t)}+d_2(t)\Phi_1^-[\alpha(t)]+f(t), \quad (2)$$

где $c_2(t)=t^{-S}c_1(t)$, $d_2(t)=t^{-S}d_2(t)$.

Используя тождества

$$\theta(t)\overline{\theta(t)}-V(t)\overline{V[\alpha(t)]}=\theta_1(t)\theta_2(t), \quad (3)$$

$$\theta_1(t)=\overline{\theta_1[\alpha(t)]},\ \theta_2(t)=\overline{\theta_2[\alpha(t)]}, \quad (4)$$

где

$$\theta(t)=a_1(t)\overline{c_1[\alpha(t)]}-\overline{b_1[\alpha(t)]}d_1(t),$$

$$\theta_1(t)=a_1(t)\overline{a_1[\alpha(t)]},$$

$$\theta_2(t)=c_1(t)\overline{c_1[\alpha(t)]}-d_1(t)\overline{b_1[\alpha(t)]},$$

и условия Карлемана (K_2), исключим $\overline{\Phi^+[\alpha(t)]}$ из системы двух равенств, полученных из (2), соответственно, переходом комплексно-сопряженным значением и заменой t на $\alpha(t)$.

В результате, краевое условие (2) преобразуется в виде

$$\overline{\theta_1(t)}\Phi^+(t)=-\theta[\alpha(t)]\Phi^-(t)=\overline{V(t)\Phi^-[\alpha(t)]}+f_1(t),$$

где $f_1(t)=a_1[\alpha(t)]\overline{f(t)}=\overline{b_1(t)}f[\alpha(t)]$.

В случае прямого сдвига имеет место следующая теорема о разрешимости краевой задачи (1)

Теорема 1. *Пусть выполнено условие нетеровости*

$$\theta(t)\neq 0, \quad (6)$$

а также

$$\theta_1(t) \neq 0, \tag{7}$$

$$\left| \frac{V(t)\chi^-[\alpha(t)]}{\theta[\alpha(t)]\chi^-(t)} \sqrt{|\alpha'(t)|} \right| < 1, \tag{8}$$

где

$$\chi(z) = \exp \int_L \ln \left\{ -\frac{\tau^{æ} \theta[\alpha(\tau)]}{\theta_1(\tau)} \right\} \frac{d\tau}{\tau - z}.$$

Тогда, для чисел l и p линейно-независимых решений и условий разрешимости краевой задачи (1) справедливы равенства

$$l = \max(0, 2æ), \quad p = \max(0, -2æ), \quad æ = \frac{1}{2\pi} \{\arg \theta(t)\}_\Gamma.$$

Доказательство. Прежде всего, заметим, что в силу неравенства (8) функция $\chi(z)$, имеет смысл. Заменяя в левой части неравенства (8) t на $\alpha(t)$ и переходя к комлексно - сопряженным значениям, будем иметь

$$\left| \frac{V[\alpha(t)]\chi^-(t)}{\theta(t)\chi^-[\alpha(t)]} \cdot \frac{1}{\sqrt{|\alpha'(t)|}} \right| < 1. \tag{9}$$

Перемножая неравенства (8) и (9), получим

$$\left| V[\alpha(t)]\overline{V(t)} \right| < \left| \theta[\alpha(t)]\overline{\theta(t)} \right|.$$

Далее, используя тождество (3), имеем

$$0 < \left| \theta(t)\overline{\theta[\alpha(t)]} \right| - \left| V(t)\overline{V[\alpha(t)]} \right| \leq \left| \theta(t)\overline{\theta[\alpha(t)]} - V(t)\overline{V[\alpha(t)]} \right| = \left| \theta_1(t) - \theta_2(t) \right|,$$

так, что $|\theta_2(t)| > 0$. Учитывая, что $\alpha(t)$ - прямой сдвиг, из тождества (4) находим

$$\frac{1}{2\pi} \{\arg \theta_1(t)\}_\Gamma = 0, \quad \frac{1}{2\pi} \{\arg \theta_2(t)\}_\Gamma = 0.$$

Последовательно рассмотрим случай

1. Пусть $æ = 0$. Так, как $\frac{1}{2\pi} \{\arg \theta_1(t)\}_\Gamma = 0$, $\frac{1}{2\pi} \left\{ \arg \frac{\theta[\alpha(t)]}{\overline{\theta[\alpha(t)]}} \right\}_\Gamma = 0$

1. Пусть $æ = 0$. Так, как

$$\frac{1}{2\pi} \{arg\, \theta_1(t)\}_\Gamma = 0, \qquad \frac{1}{2\pi} \left\{ arg\, \frac{\theta[\alpha(t)]}{\theta_1(t)} \right\}_\Gamma = 0,$$

Следовательно,

$$-\frac{\theta[\alpha(t)]}{a_1(t)} = \frac{\chi^+(t)}{\chi^-(t)}, \tag{10}$$

где

$$\chi^{\pm}(t) = \exp \left\{ \pm \frac{1}{2} \ln \left[-\frac{\theta[\alpha(t)]}{\overline{\theta_1(t)}} \right] + \frac{1}{2\pi} \int_L \ln \left[-\frac{\theta[\alpha(\tau)]}{\overline{\theta_1(\tau)}} \right] \frac{d\tau}{\tau - t} \right\}$$

-граничные значения канонических функций $\chi^+(z)$ и $\chi^-(z)$, аналитических, соответственно, при $|z| < 1$ и $|z| > 1$ и нигде не обращающихся в нуль. Подставляя (10) в краевое условие (1), получим

$$\frac{\Phi^+(t)}{\chi^+(t)} = \frac{\Phi^-(t)}{\chi^-(t)} - \frac{\overline{V(t)\chi^-[\alpha(t)]}}{\theta[\alpha(t)]\chi^-(t)}$$

$$\frac{\overline{\Phi^-[\alpha(t)]}}{\chi^+[\alpha(t)]} = -\frac{f_1(t)}{\theta[\alpha(t)]\chi^-(t)}.$$

Вводя новые искомые функции

$$\psi^+(z) = \frac{\Phi^+(z)}{\chi^+(z)}, \quad \psi^-(z) = \frac{\Phi^-(z)}{\chi^-(z)},$$

получим

$$\psi^+(t) = \psi^-(t) + \mu(t)\overline{\psi^-[\alpha(t)]} + F(t), \qquad (11)$$

где

$$\mu = -\frac{V(t)\chi^-[\alpha(t)]}{\theta[\alpha(t)]\chi^-(t)}, \quad F(t) = -\frac{f_1(t)}{\theta[\alpha(t)]\chi^-(t)}.$$

Очевидно, $\mu(t) \in H_\mu(\Gamma)$, $F(t) \in L_2(\Gamma)$. Искомую кусочно-аналитическую с линией скачка Γ, функцию $\psi(z)$ представим в виде интеграла типа Коши

$$\psi(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{\psi(\tau)}{\tau - z}d\tau,$$

где неизвестная плотность $\psi(t) \in L_2(\Gamma)$. По формулам Сохоцкого

$$\psi^{\pm}(t) = \frac{1}{2}\left(\pm J\psi + S\psi\right) \qquad (12)$$

Поставляя (1) в краевое условие (11), приходим к интегральному уравнению

$$\psi(t) = \frac{1}{2}\mu t\left[-\overline{\psi[\alpha(t)]} + \overline{\frac{1}{\pi i}\int_L \frac{\psi(\tau)}{\tau - \alpha(t)}d\tau}\right] + F(t). \qquad (13)$$

Используя операторы $W_\psi = \psi[\alpha(t)]$, $C_\psi = \overline{\psi(t)}$, уравнение (13) можно переписать в виде

$$\psi(t) = \frac{1}{2}\mu(t)\left(-CW_\psi + CWs\psi\right) + F(t) \qquad (14)$$

Так как $\| W \| L_{2(\Gamma)} \le \max_\Gamma \sqrt{|\alpha'(t)|}$. Кроме того, известно, что $\| S \|_{L_2(\Gamma)} = 1$ и $\| C \|_{L_2(\Gamma)} = 1$. Применяя принцип сжатых отображений, получим, что уравнение (13) разрешимо, и имеет единственное решение для всякой функции $F(t) \in L_2(\Gamma)$, если выполнено условие

$$\max_\Gamma |\mu(t)| \max_\Gamma \sqrt{|\alpha'(t)|} < 1,$$

или, в силу непрерывности на Γ функций $\mu(t)$, $\alpha'(t)$, если выполнено заданное условие (8). В случае $æ = 0$, теорема доказана.

2. Пусть $æ = \frac{1}{2\pi}\{arg\,\theta(t)\}_\Gamma > 0$. Из обеих частей краевого условия (5), предварительно поделенного на $\overline{\theta_1(t)}$, вычтем многочлен $P_{æ-1}(t)$ степени не выше $æ - 1$, и умножим обе части, полученного в результате равенства на, $t^{-æ}$. Многочлен $P_{æ-1}(t)$ подбирается таким образом, чтобы функция $z^{-æ}[\Phi^+(z) - P_{æ-1}(z)]$ была аналитической в точке $z = 0$. Будем иметь

$$t^{-æ}[\Phi^+(t) - P_{æ-1}(t)] = -\frac{t^{-æ\theta[\alpha(t)]}}{\theta_1(t)}\Phi^-(t) + t^{-æ}\frac{\overline{V(t)\Phi^-[\alpha(t)]}}{\theta_1(t)} + t^{-æ}\left[\frac{f_1(t)}{\theta_1(t)} - P_{æ-1}(t)\right]. \qquad (15)$$

Поскольку условие (9) выполнено и

$$\frac{1}{2\pi}\left\{arg\frac{\theta[\alpha(t)]}{\theta_1(t)}\right\}_\Gamma = 0,$$

тогда для краевой задачи (9), поставленной для аналитических функции,

$$\Phi^+(z) = z^{-æ}[\Phi^+(z) - P_{æ-1}(z)], \quad \Phi^-(z) = \Phi^-(z),$$

Соответственно, внутри и вне единичной окружности, справедлив предыдущий результат для случая $æ = 0$. Полагая, что в краевом условии (15) $f_1(t) = 0$, а многочлен $P_{æ-1}(t)$ принимается последовательно равным $1, i, t, it, ...t^{æ-1}, et^{æ-1}$, находим краевые условия для получения методом последовательных приближений $2æ$ линейно-независимых решений однородной задачи (15). Затем по формулам

$$\Phi^+(z) = z^{æ}\Phi^+(z) + P_{æ-1}(z), \quad \Phi^-(z) = \Phi^-(z)$$

получим искомые решения краевой задачи (15).

Таким образом, если $æ > 0$, то $l = 2æ$, $p = 0$.

3. Пусть

$$æ = \frac{1}{2\pi}\{arg\theta(t)\}_Г < 0.$$

Тогда запишем краевое условие

$$t^{-æ}\Phi^+(t) = -\frac{t^{-æ}\theta[\alpha(t)]}{\theta_1(t)}\Phi^-(t) + \frac{\overline{V(t)\Phi^-[\alpha(t)]} + f_1(t)}{\overline{\theta_1(t)}}t^{-æ} \qquad (16)$$

для нахождения аналитических функций $\Phi^+(z) = z^{-æ}\Phi^+(z)$, $\Phi^-(z) = \Phi^-(z)$, соответственно, в областях $|z|<1$ и $|z|>1$.

Здесь

$$\frac{1}{2\pi}\left\{arg\frac{t^{-ae}\theta[\alpha(t)]}{\overline{\theta_1(t)}}\right\}_Г = 0,$$

условие (8) выполняется.

На основании результата, полученного в случае $æ = 0$, существует единственное решение краевой задачи (16). Пусть $R^{\pm}$ - операторы, разрешающие задачу (16). Тогда предельные значения решения исходной задачи запишутся формулами

$$\Phi^+(t) = t^{æ}R^+[t^{-æ}F(t)], \quad \Phi^-(t) = R^-[t^{-æ}F(t)]. \qquad (17)$$

Функция $\Phi^+(z)$, как видно из (17), имеет плюс порядка $-æ$ в точке $z = 0$. Следовательно, должны выполняться условия разрешимости

$$Re\int_L t^{-k}R^+[t^{-æ}F(t)]dt = 0,$$

$$Jm\int_L t^{-k}R^+[t^{-æ}F(t)]dt = 0, \quad k = 0,1,...,æ-1.$$

Итак, при $æ < 0$ имеем: $l = 0$, $p = -2æ$. Теорема доказана.

Пусть теперь $\alpha(t)$ - обратный сдвиг Карлемана. Имеют место следующие две теоремы о разрешимости задачи (2).

Теорема 2. *Пусть выполнено условие нетеровости*

$\theta_1(t)\theta_2(t) \neq 0,$

а также неравенства (8) и

$$\theta(t) \neq 0. \qquad (18)$$

Тогда краевая задача (2) имеет следующую картину разрешимости:

$$l = \max(0, æ), \quad p = \max(0, -æ), \quad æ = \frac{1}{2\pi}\left\{arg\frac{\theta_1(t)}{\theta_2(t)}\right\}_Г.$$

Доказательство. Используя неравенство (8), тождество (3) запишем в виде

$$\theta(t)\overline{\theta[\alpha(t)]}\left|1-\frac{V(t)\overline{V[\alpha(t)]}}{\theta(t)\overline{\theta[\alpha(t)]}}\right|=\theta_1(t)\theta_2(t). \qquad (19)$$

Как показано при доказательстве предыдущей теоремы, из условия (8) следует неравенство

$$|V(t)\overline{V[\alpha(t)]}|<|\theta(t)\overline{\theta[\alpha(t)]}|.$$

Поэтому

$$\left\{arg\left[1-\frac{V(t)\overline{V[\alpha(t)]}}{\theta(t)\overline{\theta[\alpha(t)]}}\right]\right\}_\Gamma=0{,}4,$$

учитывая, что сдвиг $\alpha(t)$ изменяет ориентацию на Γ, мы получим из (19) равенство

$$\frac{1}{\pi}\{arg\,\theta(t)\}_\Gamma=\frac{1}{2\pi}\{arg\,\theta_1(t)\}_\Gamma+\frac{1}{2\pi}\{arg\,\theta_2(t)\}_\Gamma.$$

Следовательно,

$$\frac{1}{\pi}\left\{arg\left[-\frac{\theta[\alpha(t)]}{\overline{\theta_1(t)}}\right]\right\}_\Gamma=-\frac{1}{\pi}\{arg\,\theta(t)\}_\Gamma+\frac{1}{\pi}\{arg\,\theta_1(t)\}_\Gamma=$$

$$=-\frac{1}{2\pi}\{arg\,\theta_1(t)\}_\Gamma-\frac{1}{2\pi}\{arg\,\theta_2(t)\}_\Gamma+\frac{1}{\pi}\{arg\,\theta_1(t)\}_\Gamma=\frac{1}{2\pi}\left\{arg\,\frac{\theta_1(t)}{\theta_2(t)}\right\}_\Gamma.$$

Дальнейшие рассуждения аналогичны соответствующим рассуждениям из теоремы 1: решается задача Римана с коэффициентом $-\frac{\theta[\alpha(t)]}{\overline{\theta_1(t)}}$, а затем применяется принцип сжатых отображений.

Теорема 3. *Пусть выполнены условия нетеровости* $\theta_1(t)\theta_2(t)\neq 0,$ *а также неравенство*

$$V(t)\neq 0, \qquad (20)$$

$$\left|\frac{\theta[\alpha(t)]}{\overline{V(t)}}\frac{\chi^-(t)}{\chi^-[\alpha(t)]}\sqrt{|\alpha'(t)|}\right|+\frac{1}{2}\|\widetilde{S}-S\|_{L_2}<1, \qquad (21)$$

где

$$\chi^-(z)=\exp\frac{1}{2\pi i}\int_L\frac{\gamma(\tau)}{\tau-z}d\tau,$$

$\gamma(t)$ -решение интегрального уравнения Фредгольма

$$\gamma+\frac{1}{2}(S-\widetilde{S})\gamma=\ln\left\{t^{-\frac{æ}{2}}\frac{\overline{V(t)}}{\overline{\theta_1(t)}}\right\}, \qquad (22)$$

$$(\widetilde{S}\varphi)=(CWscW_\varphi)\equiv\frac{1}{\pi}\int_L\frac{\overline{\alpha'(\tau)\tau'^2(\sigma)}}{\overline{\alpha(\tau)}-\overline{\alpha(t)}}\varphi(\tau)d\tau.$$

Тогда картина разрешимости краевой задачи (5.2) дается формулами

$$l=\max(0,æ),\quad p=\max(0,-æ),\quad æ=\frac{1}{2\pi}\left\{arg\,\frac{\theta_1(t)}{\theta_2(t)}\right\}_\Gamma.$$

Доказательство. Прежде всего дадим необходимое обоснование условиям теоремы. Оператор $s-\widetilde{s}=s-cWScW$ есть интегральный оператор со слабой особенностью, и, следовательно, уравнение (22) действительно Фредгольмово.

Условие (21) будет иметь смысл, если $\| \overline{\overline{S}} - S \|_{L_2} < 2 - \varepsilon, \quad \varepsilon > 0.$ Этому условию удовлетворяет, например, сдвиг $d(t) = \frac{1}{t}$ на Γ. Для указанного $\alpha(t)$ имеем $\| \widetilde{S} - S \|_{L_2} = 0.$ Наконец, из тождества (4) легко получим, что æ - четное число. Применяя неравенства (18) из тождества

$$\theta(t)\overline{\theta[\alpha(t)]} - V(t)\overline{V[\alpha(t)]} = \theta_1(t) \cdot \theta_2(t),$$

получим

$$V(t)\overline{V\alpha(t)}\left\{-1 + \frac{\theta(t)\overline{\theta[\alpha(t)]}}{V(t)\overline{V[\alpha(t)]}}\right\} = \theta_1(t) \cdot \theta_2(t) \tag{23}$$

Учитывая, что $\| \widetilde{S} - S \|_{L_2} \geq 0,$ из неравенства (21), получим

$$\left| \frac{\theta[\alpha(t)]}{V(t)} \frac{\chi^-(t)}{\overline{\chi^-[\alpha(t)]}} \sqrt{|\alpha'(t)|} \right| < 1, \tag{24}$$

из неравенства (24), следует, что

$$|\theta(t)\overline{\theta[\alpha(t)]}| < |V(t)V[\alpha(t)]|.$$

Поэтому

$$\left\{ arg\left[-1 + \frac{\theta(t)\overline{\theta[\alpha(t)]}}{V(t)\overline{V[\alpha(t)]}} \right] \right\}_{\Gamma} = 0. \tag{25}$$

Так как $\alpha(t)$ - обратный сдвиг и выполнено условие (25), тогда из равенства (23), находим

$$\frac{1}{\pi}\{argV(t)\}_{\Gamma} = \frac{1}{2\pi}\{arg\theta_1(t)\}_{\Gamma} + \frac{1}{2\pi}\{arg\theta_2(t)\}_{\Gamma}.$$

Имеем

$$\frac{1}{\pi}\left\{ arg\frac{\overline{V(t)}}{\overline{\theta_1(t)}} \right\}_{\Gamma} = -\frac{1}{\pi}\{argV(t)\}_{\Gamma} + \frac{1}{\pi}\{arg\theta_1(t)\}_{\Gamma} = \frac{1}{2\pi}\left\{ arg\frac{\theta_1(t)}{\theta_2(t)} \right\} = æ.$$

Краевое условие (5) перепишем следующим образом:

$$\Phi^+(t) = \frac{\overline{V(t)}}{\overline{\theta_1(t)}}\overline{\Phi^-[\alpha(t)]} - \frac{\theta[\alpha(t)]}{\overline{\theta_1(t)}}\Phi^-[\alpha(t)] + \frac{h_1(t)}{\overline{\theta_1(t)}}. \tag{26}$$

В рассматриваемом случае необходимо произвести факторизацию коэффициента $G_1(t) = \frac{\overline{V(t)}}{\overline{\theta_1(t)}}$. Здесь удобно выписать эту факторизацию непосредственно, не обращаясь к соответствующей задаче Газемана. Сначала выводим интегральное представление для кусочно-аналитической функции $\{\psi^{'}(z), \psi^- z\}$:

$$\begin{aligned} \psi^+(z) &= \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{\psi(t)}{\tau - t} d\tau, \quad z \in D^+, \\ \psi^-(z) &= \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{\overline{\psi[\alpha(t)]}}{\tau - t} d\tau, \quad z \in D^-, \end{aligned} \tag{27}$$

где плотность $\psi(t) \in L_2(\Gamma)$ однозначно определяется заданной кусочно аналитической функцией. Затем решается задача типа задачи Газемана по скачку, и на основании последнего решения, получается интересующий нас результат.

Именно, справедливо представление

$$\frac{\overline{V(t)}}{\overline{\theta_1(t)}} = \frac{\chi^+(t)}{\overline{\chi^-[\alpha(t)]}}, \qquad (28)$$

где

$$\chi^{\pm}(t) = \exp\left\{\pm\frac{1}{2}\gamma(t) + \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{\gamma(\tau)}{\tau - t}d\tau\right\},$$

$\gamma(t)$ - решение интегрального уравнения Фредгольма.

$$\gamma(t) + \frac{1}{2\pi i}\int_L \left[\frac{1}{\tau - t} - \frac{\overline{\alpha'(\tau)\tau'^2(\sigma)}}{\overline{\alpha(\tau)}\overline{\alpha(t)}}\right]\gamma(\tau)d\tau = \ln\left\{t^{-\frac{æ}{2}}\frac{\overline{V(t)}}{\overline{\theta_1(t)}}\right\}$$

Подставляя факторизацию (27) к краевому условию (26), получим

$$\psi^+(t) = \overline{\psi^-(\alpha(t))} + \mu_1(t)\psi^-(t) + F_1(t), \qquad (29)$$

где

$$\mu_1(t) = -\frac{\theta[\alpha(t)]\chi^-(t)}{\overline{V(t)\chi^-[\alpha(t)]}},$$

$$F_1(t) = \frac{f_1(t)}{\overline{V(t)\chi^-[\alpha(t)]}}.$$

Решение краевой задачи (29) будем искать в виде (27).

По формуле Сохоцкого, имеем

$$\psi^+(t) = \frac{1}{2}(J\psi + S\psi), \psi^-(t) = \frac{1}{2}(-CW\psi + CVW\psi). \qquad (30)$$

Из второй формулы (5.30), получаем

$$\overline{\psi^-[\alpha r]} = \frac{1}{2}(-J\psi + S\psi) \qquad (31)$$

Подставляя предельные значения (30) в краевое условие (29), получаем интегральное уравнение

$$\psi(t) = \frac{1}{2}(\overline{S} - S)\psi + \frac{\mu_1(t)}{2}(-CW\psi + SC\psi + F_1(t)). \qquad (32)$$

Согласно принципу сжатых отображений уравнения (32), имеет единственное решение при любой функции $F_1(t) \in L_2(\Gamma)$, если выполнено условие

$$\frac{1}{2}\| \widetilde{S} - S \|_{L_2} + \max_{\Gamma} | \mu_1(t)\sqrt{| \alpha'(t) |} | < 1.$$

что равносильно условию (21). Исследование случаев $æ > 0$ и $æ < 0$ приводится так же, как теорема 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Литвинчук Г.С. Об одной задаче, обобщающей краевую задачу Карлемана / Г.С. Литвинчук // Доклады Академии наук СССР. – 1961. –Т.139. –С.290-293.
2. Литвинчук Г.С. К теории обощенной краевой задачи Карлемана / Г.С. Литвинчук, А.П. Нечаев // Доклады Академии наук СССР. – 1969. –Т.189. -№1. –С.38-41.
3. Литвинчук Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом: учебник / Г.С. Литвинчук. -М.: Наука, 1977. - 448 с.
4. Усманов Н.У. Внешняя граничная задача Карлемана в сингулярном случае / Н. Усманов, М.У. Шадманов // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. - 2013. -№1/3(85). -С.60-67.

НАЗАРИЯИ ҲАЛШАВАНДАГИИ МАСЪАЛАИ КАНОРӢ БО ҶАҲИШ ДАР ҲОЛАТИ СИНГУЛЯРӢ

Дар мақолаи мазкур назарияи ҳалшавандагии масъалаи канорӣ бо ҷаҳиш дар ҳолати сингулярӣ тадқиқ карда шудааст.

Ба ғайр аз ин, теоремае, ки дар он шумораи ҳаллҳои хаттӣ – новобастаи масъалаи якҷинса ва шумораи шартҳои ҳалшавандагии масъалаи ғайриякҷинса нишон дода шудааст, исбот карда шудааст. Ҳангоми иҷрои шарти Нетер шумораи ҳаллҳои масъалаи якҷинса L ва шумораи шартҳои ҳалшавандагии масъалаи ғайриякҷинса p ёфта шуда, таъсири коэффитсиентҳои сингулярӣ ба характери ҳалшавандагии масъала омӯхта шудааст.

Шумораи ҳалҳои масъала дар синфи фуксияҳои дар контур маҳдудбуда аз мавҷудияти нулҳои коэффитсиенти масъала тағйир наёфта, балки тартиби суммаи ҳамаи қутбҳоро кам мекунад. Инчунин, маълум карда шудааст, ки шумораи ҳалҳои масъала дар синфи функсияҳои дар контур маҳдудбуда аз мавҷудияти қутбҳои шакли ҳамроҳшуда – аналитикидошта тағйир наёфта, балки тартиби суммаи ҳамаи нулҳои шакли ҳамроҳшуда – аналитикидоштаро кам мекунад. Шартҳои ҳалшавандагии масъалаи ғайриякҷинса ёфта шудаанд.

Калидвожаҳо: функсияи аналитикӣ, ҷаҳиш, нул, қутб, дифференсиронидашаванда, нетер, бисёраъзогии интерполятсионӣ, интеграли намуди Коши, функсияи каноникӣ, шарти канорӣ.

ТЕОРИЯ РАЗРЕШИМОСТИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ СО СДВИГОМ В СИНГУЛЯРНОМ СЛУЧАЕ

В рассматриваемой статье исследована теория разрешимости краевых задач сопряжения со сдвигом в сингулярном случае. Кроме этого, доказана теорема, в которой показаны число линейно – независимых решений однородной задачи и число условий разрешимости неоднородной задачи сопряжения. При выполнении условия нетеровости найдены L- число решений однородной задачи и p- число условий разрешимости неоднородной задачи. Изучено влияние сингулярности коэффициентов на характер разрешимости задач. Число решений задачи в классе функций, ограниченных на контуре, не изменяется от наличия нулей у коэффициента задачи и уменьшается на суммарный порядок всех полюсов. Также выяснено, что число решений задачи в классе функций, ограниченных на контуре, не изменяется от наличия полюсов сопряженно – аналитической структуры у коэффициента и уменьшается на суммарный порядок всех нулей сопряженно – аналитической структуры. Найдены условия разрешимости неоднородной задачи.

Ключевые слова: аналитическая функция, сдвиг, нуль, полюс, дифференцируемый, нетеровость, интерполяционный многочлен, интеграл типа Коши, каноническая функция, краевое условие.

HEORY OF SOLVABILITY OF BOUNDARY PROBLEMS WITH SHIFT IN SINGULAR CASE

In this paper, the theory of solvability of boundary problems of conjugation with a shift in the singular case is investigated. In addition, a theorem is proved, which shows the number of linearly independent solutions of a homogeneous problem and the number of solvability conditions for the inhomogeneous conjugation problem. If the condition of non-tree is satisfied, the number of solutions of the homogeneous problem and the number of solvability conditions for the non-homogeneous problem are found. The influence of the singularity of the coefficients on the solvability of problems is studied. The number of problem solutions in the class of functions bounded on the contour does not change from the presence of zeros of the coefficient of the problem and decreases by the total order of all poles. It was also found that the number of solutions of the problem in the class of functions bounded on the contour does not change from the presence of poles of the conjugately-analytical structure of the coefficient and decreases by the total order of all zeros of the conjugate-analytical structure. The solvability conditions for the inhomogeneous problem are found.

Key words: analytic function, shift, zero, pole, differentiable, non-tree, interpolation polynomial, Cauchy type integral, canonical function, boundary condition.

Сведения об авторах: ***Усмонов Нурулло*** - Таджикский государственный финансово - экономический университет, доктор физико–математических наук, профессор кафедры высшей математики. **Адрес:** 734067, Республика Таджикистан, г. Душанбе, улица Нахимова, 64/14. E-mail: **feit-2012 @mail.ru.** Телефон: **981-05-18-14**

Саидов Бахтиёр Бобокалонович **-** Таджикский государственный финансово - экономический университет, кандидат физико-математических наук, зав. кафедрой высшей математики. **Адрес:** 734067, Республика Таджикистан, г. Душанбе, улица Нахимова, 64/14. Телефон: **935-07-54-05**

Шадманов Мирали Уракбайевич - Таджикский государственный финансово - экономический университет, старший преподаватель кафедры высшей математики. **Адрес:** 734067, Республика Таджикистан, г. Душанбе, улица Нахимова, 64/14. Телефон: **777-07-18-65**

Information about the authors: ***Usmonov Nurullo*** - Tajik State Financial and Economic University, Doctor of Physics and Mathematics, Professor of the Department of Higher Mathematics. **Address:** 734067, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Nakhimov street, 64/14. E-mail: **feit-2012 @ mail.ru.** Phone: **981-05-18-14**

Saidov Bakhtiyor Bobokalonovich **-** Tajik State University of Finance and Economics, candidate of physical and mathematical sciences, head. Department of Higher Mathematics. **Address:** 734067, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Nakhimov street, 64/14. Phone: **935-07-54-05**

Shadmanov Mirali Urakbayevich **-** Tajik State University of Finance and Economics, Senior Lecturer, Department of Higher Mathematics. **Address:** 734067, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Nakhimov street, 64/14. Phone**: 777-07-18-65**

УДК 517. 9

О ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ РИККАТИ

Якубов Н.С.
Таджикский технический университет им. М.С. Осими

2.1. **Использование проектора постоянной матрицы** [4]. Обычно [5],[6] решение матричного уравнения Риккати

$$KA + A^*K + Q - KBL^{-1}B^*K = 0, \tag{1}$$

$$KA + A^*K + Q - KMM = 0; \quad M \equiv BL^{-1}B^* \tag{2}$$

ищется с помощью численного интегрирования матричного дифференциального уравнения Риккати

$$\frac{dK(t)}{dt} = K(t)A + A^*K(t) + Q - K(t)MK(t). \tag{3}$$

Если найдется установившееся решение $K = \lim\limits_{t\to+\infty} K(t)$, то это решение будет удовлетворять системе уравнений (2).

Непосредственное интегрирование системы уравнений (3) не всегда позволяет найти установившееся решение и приводит иногда к большим вычислительным трудностям, связанным с выбором начального значения $K(0)$ и жесткостью системы дифференциальных уравнений (3). Все это заставляет искать другие пути решения уравнения Риккати [1,2,7,9].

Нелинейное уравнение (3) можно свести к системе линейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dX(t)}{dt} = A^*X(t) + QY(t); \quad \frac{dY(t)}{dt} = MX(t) - AY(t); \qquad K(t) = X(t)Y^{-1}(t), \tag{4}$$

где $X(t), Y(t) -$ квадратные $m \times m -$ матрицы. Дальше предполагаем, что спектр блочной матрицы

$$S = \begin{pmatrix} A^* & Q \\ M & -A \end{pmatrix}$$

не лежит на мнимой оси. Для этого достаточно, чтобы матрицы M, Q были определенно положительными.

Действительно, пусть выполнено равенство

$$\begin{vmatrix} Eiw - A^* & -Q \\ -M & Eiw + A \end{vmatrix} = 0.$$

В этом случае однородная система уравнений

$$(Eiw - A^*)U - QV = 0; \quad -MU + (Eiw + A)V = 0$$

имеет ненулевое решение. Исключая вектор V, приходим к равенству

$$[(A + Eiw)Q^{-1}(A^* - Eiw) + M]U = 0; \quad U \neq 0.$$

Умножив равенство слева на U^*, приходим к равенству

$$[(A^* - Eiw)U]^*Q^{-1}[(A^* - Eiw)U] + U^*MU = 0, \tag{5}$$

которое невозможно при $U \neq 0$ в силу определенной положительности матриц Q^{-1}, M.

Пусть матрицы Q, L определенно положительные. Если матрица A не имеет собственных чисел с нулевой вещественной частью, то равенство (5) не может быть выполнено при $U \neq 0$. Если матрица A имеет собственные числа с нулевой вещественной частью, которым соответствуют левые собственные векторы $U_k^*B \neq 0$ $(k = 1,2,....,v)$, то выполнение неравенств

$U_k^* B \neq 0 (k = 1,2,...,v)$ достаточно, чтобы равенство (5) было невозможно. При этом собственные числа матрицы S не лежат на мнимой оси.

Пусть $\lambda -$ собственное число матрицы S, т.е. удовлетворяет уравнению

$$\begin{vmatrix} E\lambda - A^* & -Q \\ -M & E\lambda + A \end{vmatrix} = 0 .$$

Транспонирование определителя и изменение знака последних строк и столбцов приводит к уравнению

$$\begin{vmatrix} E(-\lambda^*) - A^* & -Q \\ -M & E(-\lambda^*) + A \end{vmatrix} = 0.$$

Следовательно, число $-\lambda^*$ тоже будет собственным числом матрицы. Если собственные числа матрицы S не лежат на мнимой оси, то слева и справа от мнимой оси лежит одинаковое число собственных чисел, расположенных симметрично относительно мнимой оси. Вычислим проектор P_2 матрицы S, соответствующий m собственным числам, лежащим в правой полуплоскости $\mathrm{Re} z > 0$,

$$P_2 = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma_2} (Ez - S)^{-1} dz.$$

Как указано в замечании, контурный интеграл можно преобразовать и представить в виде выражения

$$P_2 = 0{,}5E - \frac{1}{2\pi} \int_{-i\infty}^{i\infty} (Eiw - S)^{-1} dw = 0{,}5E +$$

$$+ \frac{1}{\pi} S_\sigma \int_0^{\frac{\pi}{2}} (E\cos^2\varphi + S_\sigma^2 \sin^2\varphi)^{-1} d\varphi, \qquad (6)$$

удобного для непосредственного вычисления.

Для повышения точности счета нормирует матрицу S с элементами $s_{ki} (k, j = 1,2,3,....,2m)$ по формулам

$$S_\sigma = \sigma^{-1} S; \;\; \sigma = \|S\| (2m)^{-\frac{1}{2}}; \;\; \|S\|^2 = \sum_{k,j=1}^{2m} s_{kj}^2 .$$

Самой трудоемкой операцией является вычисление матричного интеграла в формуле (6). Для отыскания обратной матрицы использовался итеративный метод Ньютона. Полагая

$$G_q = E\cos^2 qh + S_\sigma^2 \sin qh; \; h = \frac{\pi}{2N} \;\; (q = 0,1,2,....,N),$$

находим $H_q = G_q^{-1}$ с помощью метода последовательных приближений при $q = 1,2,...,N$

$$H_q = \lim_{k\to\infty} H_{q,k}; \; H_{q,k+1} = H_{q,k}(2E - G_q H_{q,k}) \;\; (k = 1,2,...); \qquad H_{q,1} = H_{q-1} .$$

Матричный интеграл в формуле (6) вычислялся при найденных значениях $H_q \; (q = 0,1,2,...,N)$ по формуле Симпсон с заданной точностью. Проверка осуществлялась с помощью деления шага интегрирования h пополам.

Отметим, что ранг матрицы P_2 порядка $2m \times 2m$ равен m. Для отыскания линейно независимых столбцов матрицы P_2 использовался следующий алгоритм ортогонализации.

1. Вводятся $2m$ новых вектора $U_j, V_j \; (j = 1,2,....,2m)$, проекции которых $u_{kj}, v_{kj} (k = 1,2,...,m)$ выражаются через элементы p_{kj} матрицы P_2 по формулам

$$u_{kj} = p_{kj}; \; v_{kj} = p_{k+m,j} \;\; (k = 1,2,3,...,m; \; j = 1,2,3,...2m) .$$

2. Среди векторов V_j выбираем наибольший по норме V_j^0. В качестве нормы используется следующее выражение:

$$\|V_j\|^2 = \sum_{k=1}^{m} v_{kj}^2 .$$

3. Делим $j-$й столбец матрицы P_2 на $\|V_j^0\|$, переставляем его на первое место и закрепляем. Обозначаем полученные векторы через $U_1^{(1)}, V_1^{(1)}$

4. Производим линейное преобразование оставшихся столбцов матрицы P_2 так, чтобы все векторы $V_s^{(1)}\,(s \neq 1)$ стали ортогональными к вектору $V_1^{(1)}$, т.е. полагаем $U_s^{(1)} = U_s - U_1^{(1)}(V_s V_1^{(1)}); V_s^{(1)} = V_s - V_1^{(1)}(V_s V_1^{(1)})\ (s = 2,3,....2m)$. Здесь используется скалярное произведение вида

$$(V_s V_i) = \sum_{k=1}^{m} v_{ks} v_{ki} .$$

5. Алгоритм повторяется m раз с оставшимися незакрепленными столбцами матрицы P_2. В результате матрица P_2 преобразуется в матрицу

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix},$$

где $R_{21}-$ ортогональная матрица порядка $m \times m$. Первые m столбцов матрицы R порождают линейное подпространство матрицы S, соответствующее собственным числам с положительной вещественной частью.

Если бы интеграл в формуле (6) был вычислен точно, и ортогонализация проведена точно, то матрицы R_{12}, R_{22} были бы нулевыми. Число $\delta = \|R_{12}\| + \|R_{22}\|$ служит для контроля правильности вычислений.

Расщепляющая замена переменных

$$X(t) = R_{11}Z(t) + T_{12}W(t); \quad Y(t) = R_{21}Z(t) + T_{22}W(t)$$

преобразует систему матричных уравнений (4) в систему матричных уравнений

$$\frac{dZ(t)}{dt} = A_1 Z(t); \ \frac{dW(t)}{dt} = A_2 W(t),$$

где собственные числа матрицы A_1 имеют положительные вещественные части, а собственные числа матрицы A_2- отрицательные вещественные части.

Для матрицы $K(t)$ находим аналитическое представление

$$K(t) = (R_{11}\exp\{A_1 t\}C_1 + T_{12}\exp\{A_2 t\}C_2)\times$$
$$\times(R_{21}\exp\{A_1 t\}C_1 + T_{22}\exp\{A_2 t\}C_2)^{-1},$$

где $C_1, C_2 -$ неособенные постоянные $m \times m-$ матрицы. Предполагая, что $Det\, R_{21} \neq 0$, находим стационарное решение уравнения Риккати (2),

$$K = \lim_{t\to\infty} K(t) = R_{11}R_{21}^{-1} = R_{11}R_{21}^{*}.$$

Ортогонализация матрицы R_{21} позволяет упростить ее обращение. Из результатов работы [5] вытекает, что матрица R_{21} будет неособенной.

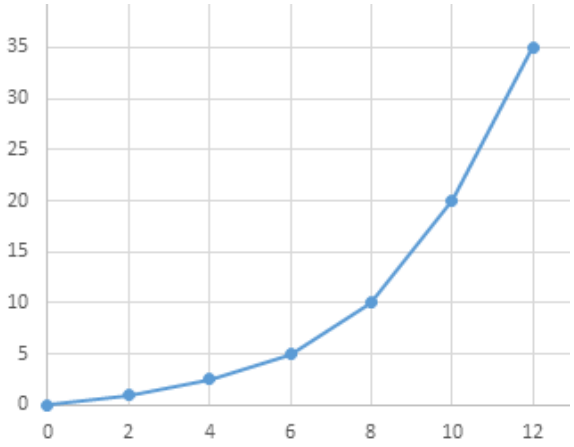


Рисунок 1

Пример 1. Для проверки эффективности алгоритма решалось уравнение Риккати (2) для систем разных порядков, где ненулевые элементы $m \times m-$матрицы A имели вид

$a_{ss}=1; a_{s,s+1}=0{,}2;\ a_{s+1,s}=0{,}3 (s=1,2,....)$, а $m\times m-$матриц B,Q,L брались единичными. На рис 1. представлены затраты порядков матриц m.

Вычисления производились на компьютере.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алиев Ф.А. О решении алгебраических уравнений Риккати / Ф.А. Алиев, В.Б. Ларин //Мат. Физика. – 1975. - вып. 17. -С.3-9.
2. Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления / Ф.А. Алиев, В.Б. Ларин, К.И. Науменко [и др.]. –Киев: Наукова думка, 1978. -327 с.
3. Валеев К.Г. Расщепление спектра матриц / К.Г. Валеев. –Киев: Высшая школа, 1986. -272 с.
4. Валеев К.Г. Построение функций Ляпунова / К.Г. Валеев, Г.С. Финин. –Киев: Наукова думка, 1981, -432с.
5. Репин Ю.М. Решение задач об аналитическом конструировании регуляторов на электронных моделирующих устройствах / Ю.М. Репин, В.Е. Третьяков // Автоматика и телемеханика. – 1963. -24. -№6. -С.738-743.
6. Спиди К. Теория управления / К. Спиди, Р. Браун, Дж. Гудвин. –М.: Мир, 1973. -248 с.
7. Квакернаак Х. Линейные оптимальные системы управления / Х. Квакернаак, Р. Сиван. –М.: Мир, 1977. -650 с.
8. Якубов Н.С. Асимптотическая устойчивость решений системы нелинейных дифференциальных уравнений / Н.С. Якубов // Вестник ТНУ. –Душанбе, 2016. -№1/1(192). -С.78-83.
9. Hitz R.L., Anderson B.D. O. Inerative methods of computing the limiting solution of the matrix Riccati differential aquation. –Proc. Inst. Eng. – 1972. -119. -P.1402-1406.

ЁФТАНИ ҲАЛЛИ ҚИМАТИ АДАДИ МУОДИЛАИ МАТРИСАВИИ РИККАТИ

Дар мақола ҳалли муодилаи (1), ки мушкилоти принсипиалӣ дорад, дида баромада шудааст. Усулҳои гуногуни ҳалли ин муодила мавҷданд. Дар ин ҷо танҳо усулҳоеро дида мебароем, ки аз ҷониби муаллифон пешкаш, татбиқ ва натиҷаашон қобили қабул аст.

Усули овардашуда барои ҳалли муодилаҳои алгебравии Риккати оиди системаи тартиби олӣ самаранок ва қулай мебошад.

Ин ҷо таҳлили муқоисавии усулҳои ададии ҳалли муодилаи Риккатиро нишон медиҳем. Усули истифодаи интеграл аз рӯйи контур барои сохтани матрисаи проекторҳо мушкил ва барои системаи тартиби олӣ саҳеҳияти он камтар мегардад. Дар мисоли 1 таъсири усули сохтани проекторҳо ба таври назаррас пешниҳод шудааст. Аммо дар раванди ортогонализатсиякунонӣ хатогиҳои зиёди ҳисобӣ пайдо мешаванд, ки методи аниқи итеративии инвариантҳои зерфазои матритсаи тартиби олӣ зарур мешаванд.

Норасоии муҳимми методи интерактивии ҳалли муодилаи Риккати бо зарурияти донистани идоракунии тақрибии ибтидоӣ бо наздикшавии оптималӣ алоқаманд аст.

Истифодаи методи итеративӣ дар якҷоягӣ бо дигар методҳои тақрибии ҳалли муодилаи Риккати мувофиқи мақсад мебошад. Идеяи бефосила давомдиҳии ҳалли муодилаи Риккати аз рӯйи параметр имконият медиҳад, ки ҳалли оптималиро барои маҷмӯи хеле наздики параметрҳои дар функсионал ва системаи оптималӣ дохил буда, ҳангоми интихоби минимизатсияи функсионал истифода баранд.

Калидвожаҳо: муодилаи Риккати, идоракуни оптималӣ, системаҳои муодилҳои дифференсиалӣ, муодилаҳои ғайрихаттӣ, интегралҳои матритсавӣ, методи итеративии Нютон, матритсаи ортогоналишуда, матритсаи тартиби олӣ.

О ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ РИККАТИ

В статье рассматривается решение уравнения (1), вызывающее принципиальные затруднения. Существует много различных способов решения этого уравнения. Изложим лишь те, которые были предложены и реализованы авторами и показали приемлемые результаты.

Изложенный способ оказался эффективным и удобным при решении алгебраического уравнения Риккати для систем высокого порядка.

Проведем сравнительный анализ численных способов решения уравнения Риккати. Способ использования контурного интеграла для построения проекторов матрицы оказался трудоемким и чувствительным к ошибкам округления для систем большого порядка. Значительно эффективнее способ построения проекторов, предложенный в примере 1. Однако в процессе ортогонализации образуются большие вычислительные погрешности, что требует разработки итерационных методов уточнения инвариантных подпространств матриц высокого порядка.

Существенный недостаток итеративного метода решения уравнения Риккати связан с необходимостью знать начальное приближение управления, достаточно близкое к оптимальному. Итеративный метод целесообразен в сочетании с другими приближенными методами решения уравнения Риккати.

Идея непрерывного продолжения решения уравнения Риккати по параметру позволила эффективно находить оптимальные управления для множества достаточно близких друг к другу значений параметров, входящих в функционал и оптимизируемую систему, которую можно использовать при выборе минимизируемого функционала.

Ключевые слова: уравнения Риккати, оптимальные управления, системы дифференциальных уравнений, нелинейное уравнение, матричный интеграл, итеративный метод Ньютона, ортогонализация матрицы, матрица высокого порядка.

ON THE NUMERICAL SOLUTION OF THE MATRIX RICCATI EQUATION

The article deals with the solution of equation (1), causing fundamental difficulties. There are many different ways to solve this equation. We present only those that have been proposed and implemented by the authors and have shown acceptable results.

The described method proved to be effective and convenient in solving the algebraic Riccati equation for high-order systems.

We carry out a comparative analysis of numerical methods for solving the Riccati equation. Way to use a contour integral to construct the projection matrix turned out to be labor-intensive and sensitive to round-off errors for large order. Much more efficient way to build projectors, proposed in example 1. However, in the process of orthogonalization, large computational errors are formed, which requires the development of iterative methods for refinement of invariant subspaces of high-order matrices.

A significant drawback of the iterative method for solving the Riccati equation is associated with the need to know the initial control approximation, which is close enough to the optimal one. The iterative method is advisable in combination with other approximate methods for solving the Riccati equation.

The idea of continuous continuation of the solution of the Riccati equation by the parameter allowed us to effectively find optimal controls for a set of sufficiently close to each other values of the parameters included in the functional and the optimized system, which can be used when choosing the minimized functional.

Key words: Riccati equations, optimal controls, systems of differential equations, nonlinear equation, matrix integral, Newton's iterative method, matrix orthogonalization, high order matrix.

Сведения об авторе: ***Якубов Нурахмад Сайдахмадович*** - Таджикский технический университет им. М.С. Осими, старший преподаватель кафедры высшей математики. **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г Душанбе, улица академиков Раджабовых 10. Телефон: **988-70-70-70**. E-mail: **nur_85@inbox.ru**

Information about the author: ***Yakubov Nurakhmad Saydahmadovich*** - Tajik Technical University named after M.S. Osimi, Senior Lecturer, Department of Higher Mathematics. **Address:** 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Academician Radjabov Street 10. Phone: **988-70-70-70.** E-mail: **nur_85@inbox.ru**

Ф И З И К А

УДК:53+54(575.3)

О ВЛИЯНИИ НАНОГРАФЕНОКСИДОВ НА СТРУКТУРУ И СВОЙСТВА КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПОЛИМЕРОВ

Туйчиев Ш., Рашидов Д., Табаров С., Акназарова Ш., Туйчиев Л., Дустов А., Содиков Ф.
Научно-исследовательский институт Таджикского национального университета

Для получения полимерных композитов с хорошими эксплуатационными свойствами предлагают использовать наноуглеродные наполнители – фуллерены, нанотрубки, нанографены и др. [1,с.110; 2,с.130]. Однако сведения о влиянии нанографенов на структуру и свойства полимерных нанокомпозитов в литературе отсутствуют.

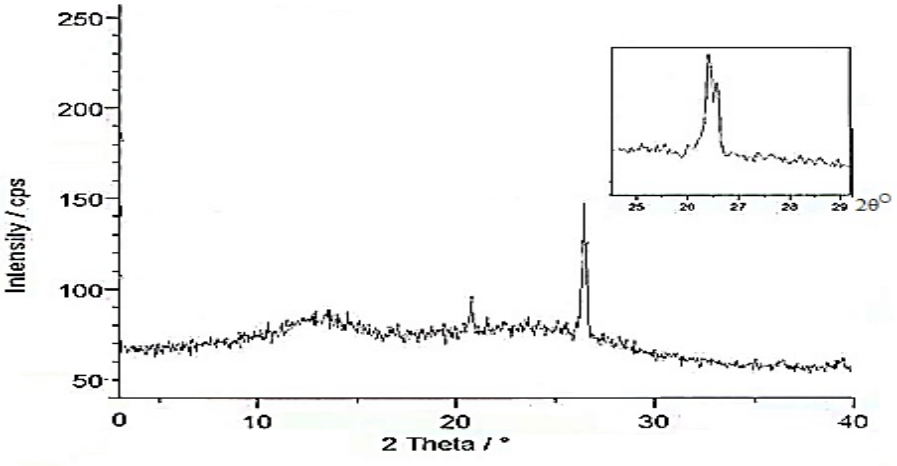
Цель работы заключается в исследовании влияния нанографенов на структуру и свойства кристаллических полимерных нанокомпозитов.

В качестве объектов исследования использовали кристаллический полимер ПЭНП с молекулярной массой $M=6\cdot10^4$, растворители бромбензол (БрБ) и толуол марки «ХЧ», наполнителями служили нанографены, которые были получены как облучением гамма-лучами многослойных углеродных нанотрубок, доза облучения составляла $D=10^4$ Мрад (образец 1) [2,с.127], так и методом самораспространяющего высокотемпературного синтеза (СВС) [3,с.175] из лигнина (образец 2). При облучении в воздушной среде, возникающие фрагменты нанотрубок, по-видимому, являются окисленными и представляют собой графеноксиды (ГО). Для образцов из природных полимеров при СВС синтезе также получаются графеновые, а вернее, графеноксидные частицы разных геометрических размеров и форм, с разными степенями дефектности (поры и др.) [4,с.1559; 5,с.100; 6,с.185].

Композиты получали следующим образом: вначале готовили маточные растворы ПЭНП и суспензии наноуглеродных частиц (НУЧ) в средах БрБ и толуоле при 80-90°С. Далее, при этой же температуре производили отливку раствора в стеклянную кювету и выдерживали его до полного испарения растворителя, и формовали пленки толщиной 15-30 мкм, концентрацию наночастиц меняли в пределах С=0.1–5%.

Структуру образцов изучали на дифрактометрах ДРОН-2 и КРМ-1 с использованием медного излучения, фильтрованного никелем. Состояние поверхности образцов и распределение наночастиц наполнителей иссле-довали на микроскопе МИН-8; термограммы композитов получали на установке DSC 204F1 фирмы Netzsch при скорости нагрева и охлаждения 10 град/ мин. Механические испытания образцов проводили на стандартной разрывной машине РМ-1 при скорости движения нижнего зажима в 12мм/ мин. Состояние образцов во всех исследованиях было неориентированное.

Рис.1. Большеугловая рентгенограмма лигнина после процесса СВС
Fig.1. Wide angle X-ray diffraction of lignin after the HTS process



На рис.1 приведена большеугловая рентгенограмма (БР) лигнина после процесса СВС. На БР лигнина наблюдаются два широких аморфных гало от аморфизированной целлюлозы в диапазоне углов $2\theta=10^0$-25^0 с максимумами на углах $2\theta=13^0$ и 23^0, и на их фоне наблюдаются также кристаллические рефлексы на углах $2\theta=21^0$, дублет $2\theta=26{,}5^0$ и $26{,}6^0$ (см. врезку).

В условиях СВС лигнин разрушается [6,с.198], по-видимому, происходит агломерация и некоторое упорядочение циклов, что благоприпятствует образованию двумерных кристаллических лент разных форм, размеров и дефектности. Появление дублета кристаллического рефлексов на угле $2\theta=26{,}5^0$ и $26{,}6^0$ свидетельствует об образовании графеноксидов (ГО).

Исходные пленки ПЭНП были прозрачными. Визуальные и оптические наблюдения показали, что при малых концентрациях С=0.1-1.0% в композитах не обнаруживаются следы наночастиц и их агрегатов, а при С≥1-3% на пленках композитов доминирует серый цвет, происходит образование точечных агломератов или кластеров, распределенные равномерно по всему объему и поверхности.

Исходный ПЭНП и композитные пленки на его основе характеризуются сферолитной структурой размером [2,с.75]. Как показали структурные исследования, на БР исходных и композитных образцов наблюдаются основные характеристические рефлексы ПЭНП 110 и 200, следы наночастиц – нанографеноксидов и их кластеров отсутствуют. С увеличением содержания наночастиц интенсивность рефлексов, их положения и радиальные полуширины не изменяются. Следовательно, наночастицы не входят в кристаллическую решетку матрицы и не взаимодействуют с цепными молекулами.

На малоугловых рентгенограммах (МР) исходных образцов из ПЭНП наблюдается слабое дискретное рассеяние с тангенциальной периодичностью ~30нм (рис. 2а,б, кривые 1).

Рис.2а. Малоугловые рентгенограммы композитов ПЭНП+ГО (Г-1) при разных концентрациях нано-частиц. ПЭНП. исх, С=0; 2 – 0,5; 3 – 1; 4 – 3% ГО.

Fig.2a. Low-angle radiographs of LDPE + GO (G-1) composites at different concentrations of nanoparticles. LDPE. ref, C = 0; 2 - 0.5; 3 - 1; 4 - 3% GO.

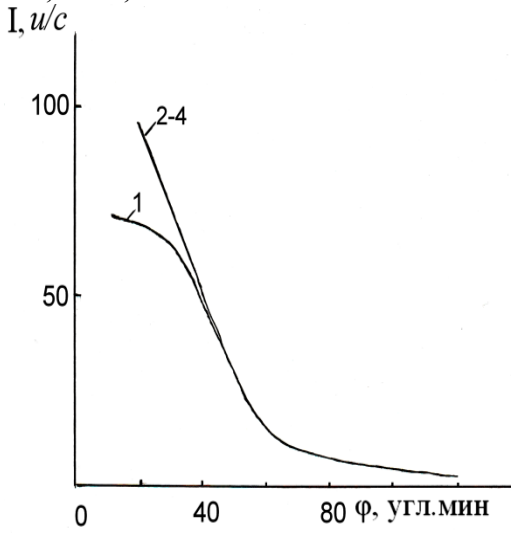
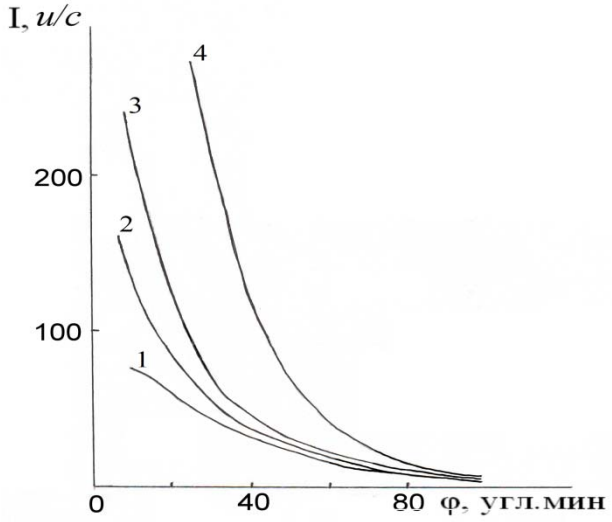


Рис. 2б. Малоугловые рентгнограммы композита ПЭНП+ГО (обл.МУНТ, $D=10^4$Мрад.) при разных концентрациях наночастиц. 1-ПЭНП, исх. С=0; 2 – 1; 3 – 3; 4 – 5% ГО.

Fig. 2b. Low-angle X-ray diffraction patterns of the composite LDPE + GO (region of MWNT, D = 104 Mrad.) At different concentrations of nanoparticles. 1-LDPE, ref. C = 0; 2-1; 3 - 3; 4 - 5% GO.



С ростом концентрации наночастиц происходит увеличение интенсивности малоуглового диффузного рассеяния, которое поглощает дискретное рассеяние. Это свидетельствует о появлении микронеоднородностей типа пор в композитах и повышении их концентрации, а также рассеяния от самих наночастиц [2,с.57]. Тенденция изменения интенсивности

диффузного малоуглового рассеяния, несмотря на однотипность, несколько отличается друг от друга. Сравнение кривых 1 на рис.2а,б позволяет предположить, что зарождение микронеоднородностей и их распределение с ростом концентрации наночастиц происходит по-разному. По аналогии с исследованиями наноуглеродсодержащих композитов [2,с.75], по-видимому, частицы нанографеноксидов в основном располагаются как в межлучевых (в меньшей степени), так и межсферолитных (в большей степени) аморфных областях сферолитов. Из данных рис. 2а,б в интервале углов рассеяния φ-2θ=10-120 угл.минут с использованием метода Гинье [2,с.47] были произведены оценки размеров наночастиц, которые приведены в таблице 1. Из таблицы 1 видно, что практически размеры наночастиц R_i одинаковы и составляют 1-3нм. Размеры меньшие чем R_i=1нм также обнаруживаются, но, по-видимому, они относятся к довольно малым фрагментам разрушенных графеноксидов.

Таблица 1. Размеры частиц графеноксидов в нанокомпозитах
Table 1. Particle sizes of graphenoxides in nanocomposites

№п/п	Композит	$R_{i,нм}$, радиус инерции
1	ПЭНП, исх.	2-2,5;
2	ПЭНП+0,5% ГО (Г-1)	2-2,5;
3	ПЭНП+1% ГО (Г-1)	2-2,5;
4	ПЭНП+3% ГО (Г-1)	2-2,5;
5	ПЭНП+1% ГО, обл.МУНТ, D=10^4Мрад	2-2,5;
6	ПЭНП+3% ГО, обл.МУНТ, D=10^4Мрад	2-2,5;
7	ПЭНП+5% ГО, обл.МУНТ, D=10^4Мрад	2-2,5;
8	Лигнин СВС, (Г-1)	1-3,5;
9	МУНТ, обл., D=10^4Мрад	1,5-3,5;

Внедрение наночастиц в композиты способствует изменению их физического состояния и переходу из высокоэластического состояния в стеклообразное. Об этом свидетельствуют результаты механических испытаний исходных и композитных образцов 1 и 2 (таблицы 2 и 3).

Таблица 2. Тепловые и механические свойства образца 1 (ПЭНП+ГО, обл. МУНТ)
Table 2. Thermal and mechanical properties of sample 1 (LDPE + GO, munts region)

	$\sigma_р$, МПа	$\varepsilon_р$, %	$T_{пл}$, ^{0}C	$T_к$, ^{0}C
ПЭНП (исх)	14	440	107	95
ПЭНП+1%ГО	12	180	107	95
ПЭНП+3%ГО	9	110	107	95
ПЭНП+5%ГО	8	70	107	95

Из таблиц 2 и 3 видно, что с увеличением концентрации наночастиц наблюдается вначале падение, а затем сохранение разрывной прочности $\sigma_р$ при резком снижении величины разрывной деформации $\varepsilon_р$.

Таблица 3. Тепловые и механические свойства образца 2 (ПЭНП+ГО, Г-1)
Table 3. Thermal and mechanical properties of sample 2 (LDPE + GO, G-1)

	$\sigma_р$, МПа	$\varepsilon_р$, %	$T_{пл}$, ^{0}C	$T_к$, ^{0}C
ПЭНП (исх)	20	550	107	95
ПЭНП+0.5%ГО	13	310	107	95
ПЭНП+1%ГО	10	200	107	95
ПЭНП+3%ГО	10	110	107	95

Если для других наноуглеродсодержащих образцов ПЭНП при концентрациях наполнителей С≥3% происходит уменьшение $\sigma_р$ и резкое падение $\varepsilon_р$ [2,с.25], то в композитах (образцы 1 и 2) это снижение выражено относительно слабо, то есть наблюдается достаточно большое сохранение ресурса механических свойств.

Термографические исследования композитных образцов 1 и 2 (см. таблицы 2 и 3) оказались аналогичными с другими наноуглеродсодержащими композитами ПЭНП [2,с.67]. На термограммах при нагреве вовтором цикле теплового воздействия наблюдается единственный острый пик при температуре 107°, а при охлаждении появляется пик кристаллизации при 95°; увеличение концентрации наночастиц не сопровождается изменениями в температурах плавления и кристаллизации, то есть структура композита становится относительно стабильной. Однако изменения механических характеристик композитов σ_p и ε_p, их немонотонное поведение с ростом концентрации наночастиц свидетельствуют об изменении физического состояния аморфных областей композитов, переходе их из высоко-эластического состояния в стеклообразное.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губин С.П. Графен и материалы на его основе / С.П. Губин, С.В. Ткачев // Радио-электроника, наносистемы, информационные технологии. – 2010. -Т.2. -№1-1. -С.99-137.
2. Туйчиев Ш. Структура и свойства полимерных нанокомпозитов / Ш. Туйчиев, Д. Рашидов. –Душанбе: Эр-Граф, 2018. -212 с.
3. Мержанов А.Г. Твердопламенное горение / А.Г. Мержанов. -М.: Черноголовка, 2000. -239 с.
4. Synthesis of grapheme-based nanosheets via chemical reduction of exfoliated graphite oxide /[S. Stankovich, D.A. Dikin, R.D. Piner et al.] // Carbon. – 2007. -№5(7). -P.1558-1565.
5. Studies of physicochemical properties of graphite oxide and thermally exfoliated/ reduced grapheme oxide / S.E. Drewniak, T.P. Pustelny, R. Muzylka [et al.] // Polish Journal of Chemical Technology. – 2015. -№14(4). -P.109-114.
6. Структура и физико-химические свойства целлюлоз и нанокомпозитов на их основе / под.ред. Л.А. Алешиной, В.А. Гуртова, Н.В. Мелех. -Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2014. – 240 с.

ДАР БОРАИ ТАЪСИРИ НАНОГРАФЕНОКСИДҲО БА СОХТОР ВА ХОСИЯТҲОИ ПОЛИМЕРҲОИ КРИСТАЛЛӢ

Барои дарёфти полимерҳои композитии дорои хосиятҳои беҳтарин, истифода бурдани нанокарбонҳо, ба мисли фуллеренҳо, нографитҳо, нографенҳо ва дигарҳо пешниҳод мешаванд. Ба сифати намунаҳои таҳқиқот полимери кристаллии ПЭЗП бо массаи молекулии $M = 6 \times 10^4$, ҳалкунандаҳои бромбензол ва толуол, пуркунандаҳои мисли нанонайчаҳои нурборишшуда ва лигнини дучори синтези баландҳароратӣ (СБҲ) гашта истифода шуданд. Ҳангоми нурбориши нанонайчаҳо дар ҳаво ва раванди СБҲ-и лигнин нанозарраҳо пайдо мешаванд, ки бо худ графеноксидҳоро (ГО) тасвир менамоянд. Бо афзоиши консентратсияи нанозарраҳо дар ПЭЗП дар аввал камшавӣ, сониян бақои бузургии мустаҳкамии каниш σ_p дар мавриди якбора пастшавии деформатсия ε_p мушоҳида мешавад. Агар барои моддаҳои нанокарбондори дигари ПЭЗП дар консентратсияҳои пуркунандаҳо C≥3% камшавии σ_p ва пастшавии дар ε_p ҷой дошта бошад, вале дар композитҳои омӯхташуда ин тағйиротҳо нисбатан заифанд, яъне бақои кофии хосиятҳои механикӣ мушоҳида мешавад. Ин рафтори хосиятҳои механикии нанокомпозитҳо дар бораи тағйирёбии ҳолати физикии соҳаҳои аморфии полимер, яъне гузариши онҳо аз ҳолати баландчандирӣ ба шишагунӣ шаҳодат медиҳанд. Таҳқиқоти термографии композитҳо нишон доданд, ки афзоиши консентратсияи нанозарраҳо бе тағйири ҳароратҳои гудозиш ва кристаллшавӣ мегузарад, яъне сохтори композит нисбатан устувор мегардад.

Калидвожаҳо: полимер, нографеноксид, композит, сохтор, хосиятҳо.

О ВЛИЯНИИ НАНОГРАФЕНОКСИДОВ НА СТРУКТУРУ И СВОЙСТВА КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПОЛИМЕРОВ

Для получения полимерных композитов с хорошими эксплуатационными свойствами предлагают использовать наноуглеродные наполнители – фуллерены, нанотрубки нанографены и др.. В качестве объектов исследования использовали кристаллический полимер ПЭНП с молекулярной массой $M=6\cdot10^4$, растворители бромбензол (БрБ) и толуол, наполнителями служили нанографены, которые были получены как облучением гамма-лучами многослойных углеродных нанотрубок (МУНТ), так и методом самораспространяющего высокотемпературного синтеза (СВС) из лигнина. При облучении нанотрубок в воздушной среде и лигнина в СВС процессе, возникающие фрагменты наночастиц, по-видимому, являются окисленными и представляют собой графеноксиды (ГО). Показано, что с увеличением концентрации наночастиц в ПЭНП наблюдается вначале падение, а затем сохранение разрывной прочности σ_p при резком снижении величины разрывной деформации ε_p. Если для других наноуглеродсодержащих образцов ПЭНП при концентрациях наполнителей C≥3% происходит уменьшение σ_p и резкое падение ε_p, то в исследованных композитах это снижение выражено относительно слабо, то есть наблюдается достаточно большое сохранение ресурса механических свойств. Такое поведение механических свойств нанокомпозитов свидетельствует об изменении физического состояния аморфных областей полимера, то есть переходе их из высокоэластичного состояния в стеклообразное. Термографические исследования

композитов показали, что увеличение концентрации наночастиц не сопровождается изменениями в температурах плавления и кристаллизации, то есть структура композита становится относительно стабильной.

Ключевые слова: полимер, нанографеноксид, композит, структура, свойства.

ON EFFECT OF NANOGRAPHENEOXIDES ON THE STRUCTURE AND PROPERTIES OF CRYSTALLINE POLYMERS

To obtain polymer composites with good performance properties, it is proposed to use nanocarbon fillers – fullerenes, nanotubes, nanographenes and others. The crystalline polymer LDPE with molecular weight $M = 6 \times 10^4$, solvents bromobenzene (BrB) and toluene were used as objects of the study; irradiated multilayer carbon nanotubes (MWCNTs) and the method of self-propagating hightemperature synthesis (HTS) from lignin. When nanotubes are irradiated in air and lignin in the HTS process, the resulting fragments of nanoparticles appear to be oxidized and are graphenoxides (GO). It was shown that with an increase in the concentration of nanoparticles in the LDPE, a fall is first observed, and then the preservation of the breaking strength σ_p with a sharp decrease in the value of the breaking strain ε_p. If for other nanocarbon-containing LDPE samples at concentrations of fillers $C \geq 3\%$ there is a decrease in σ_p and a sharp drop in ε_p, then in the studied composites this decrease is relatively weak, that is, there is a rather large conservation of mechanical properties. This behavior of the mechanical properties of nanocomposites indicates a change in the physical state of the amorphous regions of the polymer, that is, their transition from a highly elastic to glassy state. Thermographic studies of composites have shown that increasing the concentration of nanoparticles is not accompanied by changes in melting and crystallization temperatures, that is, the structure of the composite becomes relatively stable.

Key words: polymer, nanographeneoxside, composite, structure, properties.

Сведения об авторах: ***Туйчиев Шарофиддин –*** Научно-исследовательский институт Таджикского национального университета, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. E-mail: **tuichiev@mail.ru**. Телефон: **918-71-51-33; 2-21-79-31**

Рашидов Джалил – Научно-исследовательский институт Таджикского национального университета, главный научный сотрудник отдела «Физика конденсированного состояния» **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **988-57-89-11**

Табаров Саади Холович – Научно-исследовательский институт Таджикского национального университета, заведующий отделом «Физика конденсированного состояния». **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **2-21-79-31**

Акназарова Шафоат Икболидиновна – Научно-исследовательский институт Таджикского национального университета, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела «Физика конденсированного состояния». **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. E-mail: **shafoat83@mail.ru.** Телефон: **933-33-80-99**

Туйчиев Лутфиддин - Научно-исследовательский институт Таджикского национального университета, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела «Физика конденсированного состояния». **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. E-mail: **leon0000@list.ru**. Телефон: **935-72-00-80**

Дустов Алишер Искандарович **-** Научно-исследовательский институт Таджикского национального университета, старший научный сотрудник отдела «Физика конденсированного состояния». **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **919-64-72-04.** E-mail: **alidust@mail.ru**

Содиков Фируз **-** Научно-исследовательский институт Таджикского национального университета, ведущий научный сотрудник отдела «Физика конденсированного состояния». **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **918-21-69-60.** E-mail: **firuz34@mail.ru**

Information about the authors: ***Tuychiev Sharofiddin*** - Research Institute of the Tajik National University, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Chief Researcher. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. E-mail: **tuichiev@mail.ru.** Phone: **918-71-51-33; 2-21-79-31**

Rashidov Jalil - Research Institute of the Tajik National University, chief researcher at the Department of Condensed Matter Physics **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **988-57-89-11**

Tabarov Saadi Holovich - Research Institute of the Tajik National University, Head of the Department of Condensed Matter Physics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **2-21-79-31**

Aknazarova Shafoat Ikbolidinovna - Research Institute of the Tajik National University, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Leading Researcher, Department of Condensed Matter Physics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. E-mail: **shafoat83@mail.ru.** Phone: **933-33-80-99**

Tuychiev Lutfiddin - Research Institute of the Tajik National University, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher, Department of Condensed Matter Physics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. E-mail: **leon0000@list.ru.** Phone: **935-72-00-80**

Dustov Alisher Iskandarovich - Research Institute of the Tajik National University, senior researcher at the Department of Condensed Matter Physics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **919-64-72-04**. E-mail: **alidust@mail.ru**

Sodikov Firuz - Research Institute of the Tajik National University, a leading researcher at the Department of Condensed Matter Physics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **918-21-69-60**. E-mail: **firuz34@mail.ru**

УДК 678:539/4

ОСОБЕННОСТИ СПЕКТРОВ УРОВНЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОВОДНИКОВ

Цой Б., Цой В.Э., Абдуллаев Х.М., Кадыров Р.Т., Шаимов Э.Д., Юлдашев И.
ООО Кронул, Москва, Российская Федерация,
НИУ «Московский энергетический институт»,
Таджикский национальный университет

Известно [1,с.34; 2,с.25], что дискретному спектру дефектов структуры соответствует дискретный спектр уровней электрического сопротивления R_i (где i = 0, 1, 2, 3, ..., z - порядковый номер уровня). Эти уровни называются также уровнями диссипации электрической энергии $E_д$, т.к. на уровнях сопротивления происходит рассеяние или диссипация энергии.

Среднее значение сопротивления R изменяется при переходе от массивных пленок (проволок) к тонким пленкам (проволокам) в результате того, что образцы, содержащие дефекты, переходят с низких уровней R_i на более высокие уровни сопротивления и наоборот. Графически, на кривых разброса (распределения) уровни физических свойств и характеристик, в частности, электрических сопротивлений R_i представляются в виде максимумов плотности вероятности величины сопротивления на дифференциальных функциях или в виде горизонтальных площадок на интегральных функциях (уровни R_0 - R_5 на рис. 1, или уровни $R_п$ – R_3 на рис. 2).

В целом, в любом проводнике имеются Q локальных участков (зон или кластеров) не только с дефектами, но и без дефектов, расположенных в материале проводника хаотично и статистически случайно. Кроме того, конфигурация этих зон произвольная, а поперечные размеры их являются также произвольными, которые зависят в общем случае от концентрации дефектов и степени очистки материала проводника. Размеры локальных зон можно определить только статистическими методами.

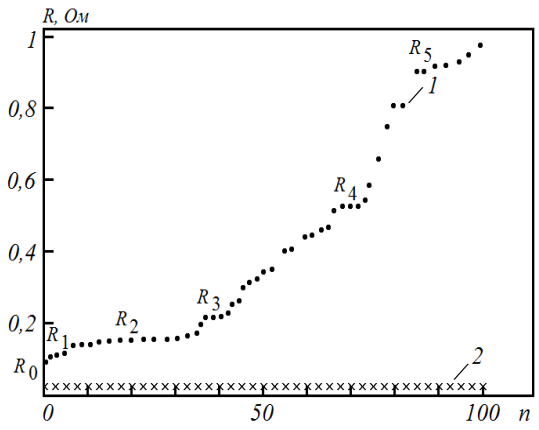


Рис. 1. Вариационная диаграмма электрического сопротивления медной проволоки толщиной 50 мкм и длиной 10 мм. Число однотипных одиночных элементов N: 1- N=1, 2- N>>10. R_0, R_1, ..., R_5 - уровни электрического сопротивления; n - порядковый номер образца.

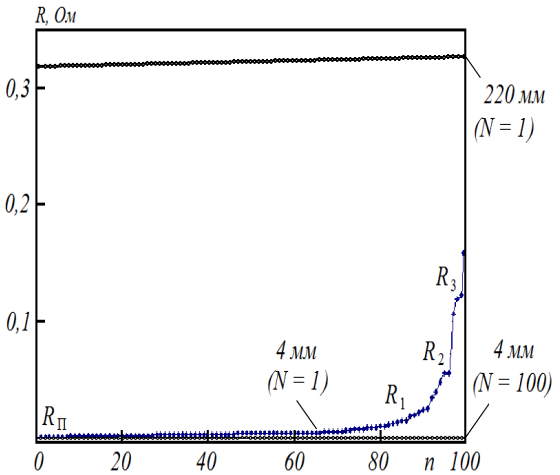


Рис. 2. Интегральные кривые распределения электрического сопротивления для медных проводников различной длины толщиной 120 мкм; N - число элементов в пучке; R_1,…, R_3 - дискретные уровни диссипации энергии $E_д$; $R_п$ - предельный уровень, соответствующий пучку: для 4 мм- х образцов первый член выборки составляет R_1 =0,0005 Ом, а последний R_{100} = 0,2 Ом.

Участки (или кластеры) кристаллической решетки с различного рода неоднородностями - это зоны или кластеры, где в результате столкновения электронов происходит рассеяние

электрической энергии, в результате которого проводник нагревается. Поэтому уровни электрического сопротивления названы уровнями диссипации энергии $E_д$.

Для того чтобы сопротивление было минимальным (сверхнизким), кристаллическая структура низкоразмерной системы должна быть максимально бездефектной вдоль направления течения электрического тока, чтобы это движение было бездиссипативным.

Поэтому в зависимости от дефектности той или иной локальной зоны, эти участки проводника будут иметь разную проводимость, т.е. будут иметь низкое, или сверхнизкое электрическое сопротивление. Эти зоны проводимости разрознены и в электрической цепи не участвуют. Однако если их объединить в пучок между противоположными контактами, т.е. заключить в параллельную цепь, то они будут участвовать в электрической цепи и тогда эти зоны проводимости или уровни можно использовать на практике.

При необходимости, можно выбирать локальные зоны с той или иной проводимостью или уровнем сопротивления и выполнять из них проводники с требуемым значением сопротивления R_i. В зависимости от того, что мы хотим, можем получить проводник с высоким значением сопротивления, соответствующий уровню R_5, либо проводник со сверхнизким сопротивлением, соответствующий самому низкому предельному уровню $R_п$. Ситуация зависит от того, какой наименьший член выборки мы выберем. Чем меньше величина этого наименьшего члена, тем меньше будет суммарное сопротивление в пучке параллельных составляющих элементов.

Проводники с уровнем $R_п$ можно получить, объединением всей выборки из N = 100 элементов (рис. 2, кривая N = 100). При этом в выборку необходимо включить член, который по величине не намного отличался бы от члена выборки $R_п$ в сторону больших значений.

Такой пучковый медный проводник длиной в 4 мм, имеет удельное сопротивление менее $7{,}3 \cdot 10^{-10}$ Ом·м, т.е. на два десятичных порядка меньше, чем для обычной чистой меди. В этом случае экспериментальный разброс полностью устраняется, а сопротивление будет сверхнизким и соответствовать уровню R_0 (рис. 1) или $R_п$ (рис. 2).

Таким образом, можно контролировать технологическую ситуацию с изготовлением того или иного резистивного материала или резистора и получать любое заданное значение сопротивления без экспериментального разброса путем подбора составляющих элементов и их объединением в пучок между противоположными контактами. Причем, контролируется не только величина электрического сопротивления, но и величина разброса: по математическому закону больших чисел, чем больше в пучке будет количество составляющих элементов, тем меньше будет разброс сопротивления, что подтверждается экспериментальными данными рисунков 1 (кривая 2) и 2 (кривая N = 100).

Таким путем можно изготовить прецизионные резисторы или другие компоненты радиоэлектронных приборов, например, катушки индуктивности или пучковые токопроводящие цепи для различных преобразователей в электротехнике (генераторов, трансформаторов, двигателей и т.д.).

Бездефектные локальные зоны являются бездиссипативными, соответствующие самому низкому предельному уровню сопротивления $R_п$.

На статистических кривых распределения уровни R_1 и R_2 относятся к дефектам структуры поверхности пленок и волокон (проволок) проводника, а уровни R_3 – R_z – к более глубоко пролегающим дефектам структуры объема. Поэтому, чтобы весь проводник имел сверхнизкое сопротивление, необходимо удалить уровни сопротивления R_1 – R_z, т.е. необходимо снизить масштаб одиночных элементов и объединить их в пучок [3,с.103; 4,с.135].

Размеры и концентрация дефектов определяются и оцениваются методами механики разрушения и дифракции рентгеновского излучения [5,с.158; 6,с.83].

Измерения токовых нагрузок показали, что выполненный по пучковой технологии проводник выдерживает огромные по величине токовые нагрузки. Если обычная медная проволока, по справочным данным, выдерживает силу тока всего в $(1\text{-}3) \cdot 10^8$ А/м^2 (сгорает при такой нагрузке), то в случае, приведенном на рис. 2, образец, соответствующий уровню $R_п$, выдерживал более $2 \cdot 10^9$ А/м^2. Такая удельная плотность тока соизмерима с плотностями токов, протекающих в высокотемпературных сверхпроводниках. Практическое применение такого проводника сулит огромные экономические выгоды в энергетике, электротехнике,

микроэлектронике и в любой другой отрасли техники и промышленности. На таком проводящем материале можно рекомендовать изготовление прецизионных пучковых компонент радиоэлектронных приборов, печатных токопроводящих цепей без потерь в микроэлектронике, катушек индуктивности, сверхточных резисторов, практически незатухающих колебательных контуров, контактов в релейной технике и т.д.

Описанный выше проводник, являясь пучковым, имеет не только сверхнизкое сопротивление, но и сверхвысокую прочность и долговечность. Однако этот пучковый проводник имеет небольшую протяженность – всего 4 мм. Для того чтобы можно было его шире использовать на практике, он должен быть достаточно протяженным и длинномерным. С этой целью возможно изготовление протяженного пучкового проводника в виде длинномерного витого изделия с линейно-точечным касанием с шагом свивки, равным длине проводника в 4 мм, как это описано в [7,с.1]. Возможны и другие варианты протяженных длинномерных проводников со сверхнизким сопротивлением, например, печатных проводников сотовой структуры, или с применением современных методов наноэлектроники и 3D принтинга; такие проводники будут не только длинномерными, но и объемными.

Поскольку в пучке (стопе) не только устраняется разброс данных эксперимента, но и усиливаются все структурно-чувствительные физические свойства и характеристики проводника (например, проводимость, прочность, долговечность и др.) [3,с.102; 4,с.135], то описанный пучковый проводник имеет и существенно более высокие значения прочности и долговечности, по сравнению с обычным проводником. Такой проводник может работать не только в обычных, но и в различных экстремальных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цой Б. Прочность и разрушение полимерных пленок и волокон / Б. Цой, Э.М. Карташов, В.В. Шевелев. -М : Химия, 1999. -496 с.
2. Цой Б. Явление дискретности строения и физических свойств твердых тел/ Б. Цой, В.Э. Цой, И.М. Идрисов // Вестник РАЕН. - 2006. -Т.6. -№1. -С.22-31.
3. Пучковые фотоэлектрические преобразователи/ Б. Цой, Д. Шерматов, В.Э. Цой, Х.М. Абдуллаев // Вестник Таджикского национального университета, сер. естеств. Наук. - 2016. -№1/2(196). -С.101-106.
4. Пучковые диэлектрические материалы / В.Э. Цой, Б. Цой, Д. Шерматов, Х.М. Абдуллаев // Доклады АН Республики Таджикистан. - 2016. -Т.59. -№3-4. -С.133-137.
5. Бартенев Г.М. Сверхпрочные и высокопрочные неорганические стекла/ Г.М. Бартенев. -М: Стройиздат, 1974. - 240 с.
6. Абдуллаев Х.М. Структура жидкокристаллической фазы трехкомпонентного термотропного сополиэфира / Х.М. Абдуллаев, Е.М. Антипов, З.К. Абдуллаева // Доклады АН Республики Таджикистан. - 2002. -Т.45. -№10. - С.81-85.
7. Длинномерное витое изделие/ Б. Цой, Э.М. Карташов, В.В. Шевелев, В.Э. Цой// Патент РФ. № 2352699. Приоритет от 22.08.2005 г.

ХУСУСИЯТҲОИ ТАЙФҲОИ САТҲҲОИ МУҚОВИМАТИ ЭЛЕКТРИКИИ НОҚИЛҲО

Диаграммаи тағйирот ва қаҷиҳои интегралии тақсимоти муқовимати электрикии ҷузъҳои ягона ва дастаи симҳои мисини дарозӣ ва ғафсиашон гуногун омӯхта шуданд. Дар функсияҳои интегралӣ қаҷиҳои тақсимоти сатҳҳои муқовиматҳои электрикӣ, ки сатҳҳои пароканиши энергияи элекрӣ низ ном доранд, дар намуди майдончаҳои уфуқӣ зоҳир мешаванд. Имконпазирии пайдо намудани қимати дилхоҳи муқовимат бе парешонии таҷрибавӣ бо роҳи интихоби ҷузъҳои таркибӣ ва ба даста ҷамъ кардани онҳо дар байни тамосҳои муқобил нишон дода шудааст. Дар айни ҳол на танҳо бузургии муқовимати электрикӣ, балки инчунин парешонии қиматҳо низ назорат карда мешавад; мувофиқи қонуни риёзии ададҳои калон бо афзудани ҷузъҳои таркибии даста парешонии қиматҳои муқовиматҳо кам мешавад. Ноқили муқовиматаш фавқулпасти ба сатҳи ҳудудии пасттарин мувофиқбударо метавон бо муттаҳидкунии тамоми ҷузъҳои аз сад элемент иборат ҳосил кард. Чунин ноқили мисини дастаӣ муқовимати хосси ду тартиби даҳӣ хурдтар нисбат ба миси тозаи одиро соҳиб аст. Дар ин ҳолат парешонии таҷрибавӣ пурра бартараф гардида, муқовимат фавқулпаст мешавад.

Калидвожаҳо: ноқил, муқовимати электрикӣ, қаҷиҳои тақсимот, парешонӣ, сатҳ, даста.

ОСОБЕННОСТИ СПЕКТРОВ УРОВНЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОВОДНИКОВ

Изучены вариационная диаграмма и интегральные кривые распределения электрического сопротивления одиночных элементов и пучков медных проволок разной длины и толщины. На интегральных функциях кривые распределения уровней электрических сопротивлений, называемые также уровнями диссипации (рассеяния) электрической энергии, представляются в виде горизонтальных площадок. Показана возможность получения любого заданного значения сопротивления без экспериментального разброса путем подбора составляющих

элементов и их объединением в пучок между противоположными контактами. При этом контролируется не только величина электрического сопротивления, но и величина разброса; по математическому закону больших чисел, чем больше в пучке количество составляющих элементов, тем меньше разброс значений сопротивлений, что подтверждено экспериментальными данными. Проводник со сверхнизким сопротивлением, соответствующий самому низкому предельному уровню можно получить объединением всей выборки из ста элементов. Такой пучковый медный проводник имеет удельное сопротивление на два десятичных порядка меньше, чем для обычной чистой меди. В этом случае экспериментальный разброс полностью устраняется, а сопротивление будет сверхнизким.

Ключевые слова: проводник, электрическое сопротивление, кривые распределения, разброс, уровень, пучок.

FEATURES OF THE SPECTRUM OF LEVELS OF ELECTRICAL RESISTANCE OF CONDUCTORS

The variation diagram and integral curves of distribution of electrical resistance of single elements and bunches of copper wires of different length and thickness are studied. On integral functions, the distribution curves of electrical resistance levels, also called the levels of dissipation (scattering) of electrical energy, are represented as horizontal platforms. It is shown that it is possible to obtain any given resistance value without experimental dispersion by selecting the constituent elements and combining them into a bundle between opposite contacts. It is thus supervised not only the value of the electrical resistance, but also the magnitude of the spread; according to the mathematical law of large numbers, the greater the number of constituent elements in the beam, the smaller the spread of resistance values, which is confirmed by experimental data. A conductor with ultralow resistance corresponding to the lowest limit level can be obtained by combining the entire sample of one hundred elements. Such a beam copper conductor has a resistivity of two decimal orders of magnitude less than that of ordinary pure copper. In this case, the experimental spread is completely eliminated, and the resistance will be ultralow.

Key words: conductor, electric resistance, distribution curves, spread, level, bundle.

Сведения об авторах: ***Цой Броня -*** Общество ограниченной ответственности «Кронул», доктор химических наук, технический директор. **Адрес:** г. Москва, Российская Федерация

Цой Валерьян Эдуардович - ФГБОУ ВО НИУ «Московский энергетический институт», кандидат физико-математических наук, ассистент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин. E-mail: **V_tsoi@mail.ru**. Телефон: **+79851212665**

Абдуллаев Хасан Муминджонович - Таджикский национальный университет, доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики твердого тела. **Адрес**: 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. E-mail: **KhAbdullaev@bk.ru**. Телефон: **917-14-79-79**

Кадыров Рустам Туранович - Таджикский национальный университет, кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой физики твердого тела. **Адрес**: 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **987-90-72-27**

Шаимов Эркин Джаборович - Таджикский национальный университет, кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры физики твердого тела. **Адрес**: 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **937-57-77-54**

Юлдашев Иномджон - Таджикский национальный университет, старший преподаватель кафедры физики твердого тела. **Адрес**: 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **981-02-52-32**

Information about the authors: ***Tsoi Bronya*** - «Kronul» Limited Liability Company, Doctor of Chemistry, Technical Director. **Address:** Moscow, Russian Federation

Tsoi Valeryan Eduardovich - FSBEI HE VRU “Moscow Power Engineering Institute”, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines. E-mail: **Vtsoi@mail.ru.** Phone: **+79851212665**

Abdullaev Khasan Muminjonovich - Tajik National University, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Solid State Physics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. E-mail: **KhAbdullaev@bk.ru.** Phone: **917-14-79-79**

Kadyrov Rustam Turanovich - Tajik National University, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Solid State Physics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **987-90-72-27**

Shaimov Erkin Djaborovich - Tajik National University, Ph.D. in Physics and Mathematics, Senior Lecturer at the Department of Solid State Physics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **937-57-77-54**

Yuldashev Inomjon - Tajik National University, Senior Lecturer, Department of Solid State Physics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **981-02-52-32**

УДК 523.6

МЕХАНИЗМЫ ОБРАЗОВАНИЯ АНОМАЛЬНОГО ХВОСТА КОМЕТ

Сафаров А.Г., Ибадинов Х.И.
Таджикский национальный университет

Кометы - крайне нестационарные объекты Солнечной системы. Одним из видов нестационарности является образование аномального хвоста комет. Согласно механической теории кометных форм, аномальный хвост является результатом синхронного выброса крупных пылевых частиц из ядра кометы в сторону Солнца. Этот хвост, состоящий из пылевых частиц размерами более 10^{-2} см, формируется под действием сил гравитации Солнца. Такие частицы двигаются вокруг Солнца под действием его гравитации и образуют метеороидные рои [1, 2]. Отклонение орбиты таких частиц от орбиты кометы-родительницы определяется, в основном, начальными условиями - скоростью и углом выброса частиц из ядра кометы [3]. Наличие аномального хвоста у кометы является явным признаком значительной активности кометного ядра кометы. Целью настоящей работы является выявление механизмов образования аномального хвоста комет.

В настоящее время известно, что у 80 комет наблюдался аномальный хвост. Оказалось, что из 80 комет с аномальным хвостом 47 из них движутся вокруг Солнца почти по параболическим орбитам, 31 комета является периодической и 2 кометы считаются исчезнувшими [4]. Соотношение комет с перигейным расстоянием ($q<1$ и $q>1$) составляет 52:28. Расстояния их орбит расположены в интервале гелиоцентрических расстояний от 0.062 до 3.38 а.е. Соотношение орбит с прямым и обратным движениями равно 60:20. Длина аномального хвоста большинства комет составляет 10^{-4} и 10^{-3} а.е., у некоторых комет длина аномального хвоста составляет до 10^{-5} а.е. Абсолютная звёздная величина комет лежит в переделах от -2.2^{m} до 13^{m} [5]. Поэтому нет единого мнения, что количество наблюдаемых таких хвостов комет зависит от площади поверхности ядра, с чем связана абсолютная яркость кометы. Такой хвост может образоваться независимо от расстояния перигелия орбиты кометы. Существует несколько механизмов его образования – приливное воздействие Солнца и планет, большая скорость дезинтеграции ядра комет и столкновение ядра с другими телами солнечной системы.

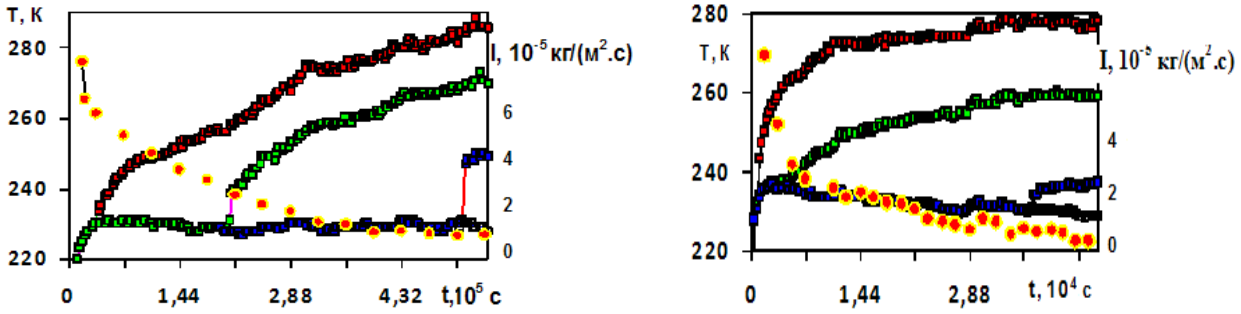
Важную роль, как в физике, так и в динамике комет, играет процесс сублимации ядра. В некоторых случаях большая скорость сублимации может вызвать реактивное давление на поверхности ядра. Такой процесс сильно влияет на изменение орбиты кометы. Скорость сублимации ядра зависит от гелиоцентрического расстояния кометы [6]:

$$Z = Z_0 \alpha \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-m} \left[1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^{n} \right]^{-k},$$

где Z_0 –число молекул, сублимирующихся с единичной площадки поверхности ядра, находящейся в подсолнечной точке, r_o – расстояние, на котором процесс сублимации для данного вещества прекращается, m – звездная величина, n – фотометрический параметр, α – коэффициент сублимации.

Уиппл [7] считал, что сублимирующий газ расширяется равномерно с солнечной стороны ядра кометы. Космическая миссия «Deep Impact» показала, что температура подсолнечной стороны ядра кометы составляет 320 К, а противоположная часть ядра имеет температуру 200 К [8]. Некоторые ядра комет очень медленно вращаются вокруг своей оси. В этот момент ядро кометы нагревается, и потоки газа истекают с поверхности со скоростью до нескольких км/с.

Рисунок 1. Зависимость скорости сублимации *I* и модель ядра *T* от времени инсоляции *t*: А – модель ядра кометы с соединением H_2O и DL-аланин (энергия инсоляции E = 915 Вт/м^2), Б - H_2O и частицы пылевого графита (энергия инсоляции E = 860 Вт/м^2) [9]
Figure 1. The dependence of the sublimation rate I and the nucleus model T on the insolation time t: A is the comet nucleus model with the H2O and DL-alanine compound (insolation energy E = 915 W / m2), Б - H2O and dust graphite particles (insolation energy E = 860 W / m2) [9]



А **Б**

Скорости выброса пылевых частиц из ядра комет C/1851 U1, C/1885 X2, C/1921 E1, C/1925 V1, C/1930 O1, C/1975 V2, 2P/1924, 6P/1950, 10P/1930, 7P/1933 и 35P/1939 O1 приводят к заключению, что аномальный хвост образовался в результате большой скорости дезинтеграции ядра кометы [4].

Таблица 1. Скорость выброса пылевых частиц аномального хвоста комет
Table 1. The speed of emission of dust particles from the anomalous tail of comets

Комета	*q, а.е.*	*r, а.е.*	*V, км/с*	H_{10}
C/1851 U1	0.14205	0.73-0.79	0.14-0.28	6.0
C/1885 X2	0.47925	0.48	0.02	6.6
C/1921 E1	1.00845	1.01	0.31	6.4
C/1925 V1	0.76356	0.76	0.21	9.6
C/1930 D1	1.08711	1.26	0.02	12.6
C/1969 T1	0.47260	0.49	0.003	6.3
C/1975 V2	0.21872	0.58	0.02	7.5
2P/1924	0.33241	0.73	0.08	10.4

В таблице 1 приведено название кометы, *q* – расстояние перигелия орбиты, *r* – гелиоцентрическое расстояние в момент выброса пылевых частиц из ядра, *V* – скорость выброса и H_{10} – абсолютная звездная величина кометы.

Таблица 2. Список комет, у которых большая скорость сублимация льдов ядра
Table 2. List of comets with a high sublimation rate of core ice

Кометы	*q,* а.е.	*r,* а.е.	H_{10},
C/1577 V1	0.17750	0.61	6.3^m
C/1596 N1	0.56716	0.64	$- 1.8^m$
C/1680 V1	0.00622	0.62	4.0^m
C/1796 P1	0.12275	-	3.2^m
C/1844 U1	0.25053	0.83	4.9^m
C/1939 B1	0.71649	0.74	9.2^m
C/1961 O1	0.04099	0.39	7.5^m
C/1988 P1	0.16455	0.74	7.82^m
C/2000 WM1	0.55534	1.55	9.2^m
C/2010 X1	0.48243	0.98	8.0^m
C/2013 V5	0.62558	0.91	-
2P/1937	0.33241	0.85	10.4^m

2P/1941	0.34138	1.01	12.4^m
2P/1947	0.34102	1.08	10.6^m
2P/1951	0.33801	0.98	11.0^m
35P/1939 O1	0.74849	1.51	8.5^m
37P/1942 L1	1.54869	1.62	12.7^m

Однако у комет, представленных в таблице 2, причиной образования аномального хвоста являются приливные воздействия Солнца (планет) и большая скорость сублимации льдов ядра кометы. Исключением являются кометы C/2000 WM1, 35P/1939 O1 и 37P/1942 L1. У других комет аномальный хвост образовался в результате дезинтеграции кометного ядра. Для кометы C/2000 WM1, 35P/1939 O1 и 37P/1942 L1 причиной образования аномального хвоста можно считать приливные силы планеты Марс.

Вопрос о столкновении ядер комет с другими телами Солнечной системы упоминается в работе Секанины [10]. Он показал, что причиной вспышки блеска ядра является столкновение межпланетных тел Солнечной системы на гелиоцентрических расстояниях от 4.7 а.е. до 7.25 а.е. Известно, что после столкновения на поверхности ядра кометы должны образоваться кратеры. Наблюдения космических аппаратов доказали существование многочисленных кратеров на поверхности ядра кометы [8]. После столкновения кометного ядра с метеороидом происходит обнажение более глубоких слоев. Эти слои обладают большим запасом летучих веществ и в результате из ядра выбрасываются наиболее крупные частицы в атмосферу кометы. Эти частицы могут формировать у кометы аномальный хвост. Мелош [11] показал, что при скорости соударения порядка 10-30 км/с максимальные скорости выброса метеороидных частиц из ядра кометы достигают 0.5-1.5 км/с. Джевиттом [12] установлено, что у ряда объектов главного пояса астероидов в результате столкновения образовались пылевые хвосты. Примером этого являются комета P/2010 A2 и астероид Шейла. Отличительным свойством такого механизма является то, что столкновение приводит к образованию пылевой комы у кометы независимо от гелиоцентрического расстояния. На больших расстояниях от Солнца сублимационный механизм кометной активности практически затухает. Ударный механизм как дополнительный источник пылевой комы открывает путь к пониманию активности некоторых комет на огромных расстояниях от Солнца.

В настоящее время более чем у 100 комет произошло разрушение ядра кометы. Оказалось, что у 25 комет с аномальным хвостом в одном появлении наблюдалось деление ядра. Распад ядра кометы является наиболее катастрофическим явлением. После распада образуются новые «дочерние» кометы или комета исчезает, образуются метеороидные рои. Распад ядра часто случается у ярких комет. Предложены различные механизмы распада ядра от действия приливных сил Солнца и планет, столкновения ядра с другими телами, самозакрутка ядра до химических процессов в ядре [13].

Орбиты большого числа распавшихся комет имели угол наклона плоскости орбиты относительно плоскости эклиптики $i< 40°$. В основном в этих же переделах находится пространственное распределение всех метеороидов. Например, у комет 73P/ Schwassmann – Wachmann 3, C/1993 F1 деление ядра повторялось неоднократно. Причиной деления ядра были приливные силы Солнца и планет. Кроме аномального хвоста у этих комет наблюдались пылевые галосы. У некоторых комет, например, комет D/1894 F1 и C/1999 S4 ядро распалось полностью и превратилось в метеороидный рой [14]. В таблице 3 мы приводим данные об аномальном хвосте комет и делении их ядра.

Таблица 3. Скорости выброса пылевых частиц аномального хвоста и фрагментов ядра кометы

Table 3. Ejection rates of dust particles of the anomalous tail and comet core fragments

Кометы	**Аномальный хвост**			**Деление ядра**		
	t	**r, a.e.**	**V, км/с**	**t**	**r, a.e.**	**V, км/с**
C/1823 Y1	22.01.1824	1.17	1.36-1.48	27.01.1824	0.3	-
C/1882 R1	04.10.1882	1.01	1.56	17.09.1882	0.6	0.0001; 0.001

	28.02.1883	0.81	0.28			-
C/1883 D1	02.03.1883	0.84	4.45	09.04.1883	1.2	-
C/1888 R1	03.07.1889	3.61	2.16	03.05.1889	2.6	0.0019; 0.0089
C/1892 E1	02.04.1892	1.05	2.62	02.05.1892	-	-
D/1894 F1	27.02.1894	1.23	0.06	27.02.1894	1.2	-
C/1932 M1	27.06.1932	2.13	0.83	25.06.1932	2.0	-
C/1954 O1	02.08.1954	1.31-1.37	0.13-0.25	08.08.1954	1.7	0.0056
C/1968 H1	24.07.1968	1.18	0.25	11.05.1968	0.7	-
C/1969 T1	26.12.1969	0.49	0.003	14.03.1970	1.8	-
C/1973 E1	28.12.1973	0.54-1.60	0.53-2.56	28.12.1973	0.3	-
C/1995 O1	01.01.1998	2.93-4.51	0.21-0.51	25.09.1995	6.5	-
C/1999 S4	10.07.2000	0.76	0.03	10.03.2000	-	0.026
C/2002 T7	15.05.2004	0.77	0.43	15.05.2004	0.7	4.5
C/2004 Q2	13.12.2004	1.47-1.61	2.09-2.30	05.01.2005	-	0.8
6P/1950	14.07.1950	1.44	0.12		-	-
7P/1869 G1	11.05.1869	1.13	1.22	19.03.1868	1.0	-
10P/1930	18.11.1930	1.41	0.07	03.08.1889	1.4	-
19P/1918	31.08.1918	1.69	0.27	02.10.1913	1.5	-
26P/1927 F1	01.06.1927	0.99	0.005	14.07.1987	1.4	-
67P/1982	24.12.1982	1.43	0.15	12.12.1982	1.7	-
73P/1930 J1	21.05.1930	1.08	0.08-0.51	15.05.1930	1.1	-
96P/1986 J1	04.04.1986	0.68	0.03	14.07.2012	0.4	-
109P/1862O1	30.07.1862	1.08	0.59-3.60	11.05.1862	1.2	-

В таблице 3 приведены обозначения комет, t – время образования аномального хвоста или деления ядра кометы, r – гелиоцентрическое расстояние кометы во время этих явлений, V – скорость выброса из ядра частиц аномального хвоста или фрагментов ядра кометы.

У комет с незначительной фрагментацией ядра, например, у комет C/1973 E1, C1995 O1, C/2004 Q2, 7P/ Pons – Winneke и 73P/ Schwassmann – Wachmann 3 аномальный хвост наблюдался дольше других комет. Таким образом, видно, что образование аномального хвоста комет часто связано с активными процессами в ядре кометы, в том числе с распадом ядра.

Скорость распада кометных ядер невелика, и она лежит в интервалах от нескольких метров в секунду до десятков м/с. Со значением скоростей выброса пылевых частиц аномального хвоста и разлета фрагментов ядра связывать образование аномального хвоста и деление ядра невозможно. Хотя при выбросе пылевых частиц максимальные размеры оцениваются до нескольких сантиметров, а фрагменты ядра метровые или больше по размерам. Поэтому значение скоростей различаются. После образования аномального хвоста и разрушения ядра кометы всегда вдоль орбиты остаются пылевые частицы и осколки каменистого ядра, которые в дальнейшем образуют новый метеороидный рой [14].

После столкновения ядра кометы Темпель 1 со снарядом (эксперимент «Deep Impact» в 2006) году произошёл выброс большого количества вещества с поверхности ядра. Это вещество состояло из водяного льда, газа, карбонатов, полиядерных ароматических углеводородов, сульфидов и других элементов [8]. Оказалось, что химический состав выброшенного вещества не соответствует моделям состава кометной пыли. Некоторые минералы требуют для своего образования температур около 1100 – 1200 К и могут обнаруживаться только на объектах, приближённых к Солнцу, например, как Меркурий. В то же время в составе были обнаружены летучие газы, которые стабильны при температуре ниже 100 К. Это говорит о том, что комета содержит в себе смеси материалов из различных мест солнечной системы, получавшиеся в туманности, в которой много миллиардов лет назад зародилось Солнце.

С приближением кометы к Солнцу пористый слой поверхости ядра увеличивает свою толщину [9]. При достижении некоторого критического давления газов может произойти разрушение поверхностного слоя ядра и выброс фрагментов слоя в атмосферу кометы. В результате возрастания общей поверхности испарения и увеличения концентрации пыли и газа

в атмосфере кометы происходит увеличение ее блеска. Например, у кометы 34D/Гейл 8 мая 1938 года наблюдалась вспышка яркости. Яркость кометы увеличилась на 5 звездных величин. У большинства комет, обладающих аномальным хвостом, одновременно наблюдались отдельные выбросы с разных точек поверхности ядра. Примером такого явления являются кометы C/1969 T1, 1P/1835 P1, 1P/1910 A2, 1P/1982 U1, 2P/Энке, C/1995 O1 и C/2004 Q2. Такие кометы имеют различные спектральные особенности в зависимости от гелиоцентрического расстояния. У кометы 67P/1982 Чурюмова - Герасименко и др. во время спектральных наблюдений 12 декабря 1982 года в Ассах, на высокогорной обсерватории Астрофизического института Казахстана было зарегистрировано такое явление [15].

По сравнению со скоростью выброса метеороидных частиц аномального хвоста, скорость распада кометных ядер невелика, и она лежит в интервалах от нескольких метров в секунду до десятков м/с. После образования аномального хвоста и разрушения ядра кометы всегда вдоль орбиты остаются осколки каменистого ядра, которые в дальнейшем образуют метеороидный рой.

Заключение. Существуют различные механизмы образования аномального хвоста комет – извержение крупной пыли с поверхности ядра в результате распада ядра под действием приливных сил Солнца и планет столкновения ядра с другими малыми телами Солнечной системы и в результате активной дезинтеграции ледяного ядра.

У комет 2P/Энке, 6P/д`Аррест, 7P/Понс-Виннеке, 73P/Швассаманн-Вахманн, C/1577 V1, C/1596 N1, C/1680 V1, C/1844 U1, C/1851 U1, C/1885 X2, C/1921 E1, C/1925 V1, C/1930 D1, C/1939 B1, C/1988 P1, C/1975 V2, C/2000 WM1, C/2010 X1, C/2013 V5 аномальный хвост образовался вследствие разрушение ядра под действием приливных сил Солнца. У комет 35P/1939 O1 и 37P/1942 L1 аномальный хвост образовался под действием приливных сил планеты Марса, а у кометы C/1993 F1 под действием приливных сил планеты Юпитера.

У комет C/1744 X1, C/1796 P1, C/1823 Y1, C/1858 L1, C/1877 G1, C/1910 A1, C/2004 F4 и C/2004 Q2 аномальный хвост образовался вследствие синхронного выброса крупных пылевых частиц из ядра.

У комет C/1680 V1, C/1882 R2, C/1661 O1, C/1962 C1, C/2013 S1 аномальный хвост образовался во время прохождения кометы через фотосферу Солнца, где были интенсивные разрушения и дезинтеграция ядра.

У комет C/1823 Y1, C/1882 R1, C/1883 D1, C/1888 R1, C/1892 E1, D/1894 F1, C/1932 M1, C/1935 A1, C/1954 O1, C/1968 H1, C/1969 T1, C/1973 E1, C/1995 O1, C/1999 S4, C/2004 Q2, 6P/1976, 7P/1869 G1, 10P/1930, 19P/1918, 26P/1927 F1, 67P/1982, 73P/1930 J1, 96P/1986 J1, 109P/1862 O1 и 213P/2011 аномальный хвост образовался вследствие столкновения ядра с другим небольшим космическим телом, например, с метеороидом.

Образования аномального хвоста часто происходит у периодических комет. У 168 короткопериодических комет в 53 возвращений к Солнцу, наблюдавшихся с 1976 по 2000 гг. аномальный хвост наблюдался очень редко. Среди 12 периодических комет в 22 возвращениях к Солнцу наблюдался аномальный хвост. Каждая 5-ая комета с параболической орбитой имеет аномальный хвост. Некоторые кометы испытывали незначительную фрагментацию ядра и у них аномальный хвост наблюдались дольше других комет.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сафаров, А.Г. Условия образования аномального хвоста комет / А.Г. Сафаров // Экологический вестник научных центров ЧЭС. – 2017. -№4. -Вып. 2. -С.124-134.
2. Active processes in cometary nucleus and new meteoroid swarms / K.I. Ibadinov, A.M. Buriev, A.G. Safarov [et al.] // Advances in Space Research. – 2015. –Vol.56. –P.187-189.
3. Ибадинов, Х.И. Скорости выброса метеороидных частиц из ядер комет / Х.И. Ибадинов, А.Г. Сафаров // ДАН РТ. – 2015. -Т.58. –№11. –С.983-989.
4. Сафаров А.Г. Диссертация на соискание учёной степени канд. физ.-мат. наук: 01.03.04 / А.Г. Сафаров. - Душанбе, 2018. -125 с.
5. Ибадинов, Х.И. Некоторые закономерности образования аномального хвоста комет / Х.И. Ибадинов, А.Г. Сафаров // Известяи АН РТ, отд. физ.-мат.хим.геол. и тех. Наук. – 2015. -№4(161). –С.47-56.
6. Sekanina, Z. Progress in our understanding of cometary dust tails / Z. Sekanina // NASSP. – 1976. –V.393. –P.893-942.

7. Swamy, K. Physics of Comets (3rd Edition) / K. Swamy. – Word Scientific series in Astron. and Astrophys. – 2010. – V.12. – 445 p.
8. Рябова, Г.О. Моделирование метеороидных потоков: скорости выброса метеороидов из комет (обзор) / Г.О. Рябова // Астрономический вестник. – 2013. –Т.47. -№3. –С.236-256.
9. Рахмонов, А.А. Эволюция ядер комет на основе результатов лабораторного моделирования и космических исследований / А.А. Рахмонов, Х.И. Ибадинов, А.Г. Сафаров // Вестник Таджикского национального университета, серия естественных наук. – 2017. –№1/3. –С.149-154.
10. Sekanina, Z. The problem of split comets revisited / Z. Sekanina // Astronomy Astrophysics. – 1997. –V.318. –L5-L8.
11. Melosh, H.J. A speed limit for impact-ejected spalls / H.J. Melosh // Lunar and Planet Sci. Absctr. Pap. 15th Conf. 12-16 March, 1984, – Houston. Tex. s.a. – 1984. –V.15. –P.538-539.
12. Jewitt, D. The active asteroids / D. Jewitt // Astronomical Journal. – 2012. –V.143.– №66. -12 p.
13. Сафаров, А.Г. Образования аномального хвоста с делением ядер комет / А.Г. Сафаров, Х.И. Ибадинов, А.М. Буриев // Актуальные проблемы современной физики: материалы международной конференции (г.Душанбе, 18 апреля 2018 г). –Душанбе: Эр-граф, 2018. –С.235-237.
14. Ибадинов, Х.И. Связь метеороидных роёв с образованием аномального хвоста комет / Х.И. Ибадинов, А.Г. Сафаров // Вестник Таджикского национального университета, серия естественных наук. – 2017. –№1/2. – С.111-115.
15. Спектральные и поляризационные особенности кометы Чурюмова-Герасименко (1982 f) / К.И. Чурюмов, Д.И. Городецкий, Ф.К. Рспаев, М.К. Уоллис // ПКФ. – 1984. –Вып.19. –С.68-73.

МЕХАНИЗМИ ТАШАККУЛИ ДУМИ АНОМАЛИИ КОМЕТАҲО

Кометаҳо объектҳои ғайристасионарии Системаи офтоб маҳсуб меёбанд. Яке аз намудҳои ғайристасионарӣ ташаккули думи аномалии кометаҳо мебошад. Дар мувофиқа бо назарияи механикии шаклҳои комета думи аномалӣ натиҷаи хориҷсозии синхронии заррачаҳои калони чанг аз ядрои комета ба тарафи Офтоб мебошад. Ин дум, ки аз заррачаҳои чанг бо андозаи зиёда аз 10^{-2} см таркиб ёфтааст, зери таъсири қувваҳои ҷозиба (гравитатсия) ташаккул меёбад. Чунин заррачаҳо дар гирди Офтоб ҳаракат менамоянд ва зери таъсири қувваи ҷозибаи (гравитатсияи) он силсилаи метеороидиро ташаккул медиҳанд. Дар мақола сабаби ташаккули думи аномалии кометаҳо дида баромада шудааст. Механизмҳои ташаккули думи аномалии кометаҳо пешниҳод карда шудааст. Маълум гашт, ки дар ҳолати ташаккули думи аномалии кометаҳо нақши асосиро механизмҳои барҳӯрд, таъсири мадди Офтоб ва суръати калони дезинтегратсияи ҳастаи кометаҳо мебозад.

Калидвожаҳо: комета, ҳаста, думи аномалӣ, суръати ихроҷи чангҳо, механизм, барҳӯрд, таъсири мадди Офтоб ва сайёраҳо, порашавии ҳаста, суръати калони дезинтегратсия.

МЕХАНИЗМЫ ОБРАЗОВАНИЯ АНОМАЛЬНОГО ХВОСТА КОМЕТ

Кометы - крайне нестационарные объекты Солнечной системы. Одним из видов нестационарности является образование аномального хвоста комет. Согласно механической теории кометных форм, аномальный хвост является результатом синхронного выброса крупных пылевых частиц из ядра кометы в сторону Солнца. Этот хвост, состоящий из пылевых частиц размерами более 10^{-2} см, формируется под действием сил гравитации Солнца. Такие частицы двигаются вокруг Солнца под действием его гравитации и образуют метеороидные рои. В статье рассматриваются причины и условия образования аномального хвоста комет. Предложены механизмы образования аномального хвоста комет. В образовании аномального хвоста важную роль играют столкновения ядра с другими малыми телами Солнечной системы, приливное воздействие Солнца и планет.

Ключевые слова: комета, ядро, аномальный хвост, скорость выброса пылевых частиц, механизм, столкновение, приливные силы Солнца и планет, разрушение ядра, дезинтеграция ядра.

MECHANISMS OF FORMATION OF THE ANOMALOUS TAIL OF COMETS

Comets are extremely unsteady objects in the solar system. One of the types of non-stationarity is the formation of an abnormal tail of comets. According to the mechanical theory of cometary forms, the anomalous tail is the result of the synchronous ejection of large dust particles from the cometary nucleus towards the Sun. This tail, consisting of dust particles larger than 10-2 cm, is formed under the influence of the gravitational forces of the sun. Such particles move around the Sun under the influence of its gravity and form meteoroid swarms. The article discusses the causes and conditions of the formation of the anomalous tail of comets. The mechanisms of the formation of the anomalous tail of comets are proposed. An important role in the formation of the anomalous tail is played by collisions of the nucleus with other small bodies of the solar system, and the tidal action of the sun and planets.

Key words: comet, nucleus, anomalous tail, speed of emission of dust particles, mechanism, collision, tidal forces of the Sun and planets, nuclear destruction, core disintegration.

Сведения об авторах: ***Сафаров Абдулджалол Гафурович*** - Таджикский национальный университет, старший преподаватель кафедры астрономии физического факультета. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17.E-mail: **aj_safarov@mail.ru.** Телефон: **919-62-00-46**

Ибадинов Хурсанд Ибадинович - Таджикский национальный университет, доктор физико-математических наук, член-корр. АН РТ, профессор кафедры астрономии физического факультета. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. E-mail: **ibadinov@mail.ru.** Телефон: **935-71-96-70**

Information about the authors: ***Safarov Abduldzhalol Gafurovich*** - Tajik National University, Senior Lecturer, Department of Astronomy, Faculty of Physics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. E-mail: **aj_safarov@mail.ru.** Phone: **919-62-00-46**
Ibadinov Khursand Ibadinovich - Tajik National University, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, corresponding member RT Academy of Sciences, professor of the Department of Astronomy of the Faculty of Physics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. E-mail: **ibadinov@mail.ru. Phone: 935-71-96-70**

УДК 535.21: 536.48: 538:953

ЧАСТОТНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ЗВУКОВ В РАСТВОРЕ ^{3}НЕ-^{4}НЕ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ

Салихов Т.Х., Давлатджонова Ш.Х., Рахмонов Р.К.
Научно-исследовательский институт Таджикского национального университета, Филиал Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова в г. Душанбе

В нашей предыдущей работе[1] были получены необходимые выражения для элементов матрицы передаточной функции (ПФ) $K_{ij(f)}(\omega)$ оптоакустического (ОА) сигнала первого и второго звуков в сверхтекучем растворе He^3-He^4 для случая, когда система контактирует со своим собственным паром. Отметим, что различные аспекты лазерного возбуждения ОА волн первого и второго звуков в сверхтекучих жидкостях подробно исследованы в [2- 6], а в [7] путем численного расчета была получена форма частотной зависимости ПФ, когда раствор He^3-He^4 контактирует с твердой стенкой. Целью настоящей работы является расчет частотной зависимости $K_{ij(f)}(\omega)$, что позволит определить значения амплитуд и фаз генерируемых ОА – волн первого и второго звуков в растворе He^3-He^4.

Будем исходить из выражения для колебания давления $p'(\omega,z)$ и температуры $T'(\omega,z)$

$$p(\omega,z)=p_1(\omega)\exp(iq_1z)+p_2(\omega)\exp(iq_2z), \qquad (1)$$

$$T(\omega,z)=T_1(\omega)\exp(iq_1z)+T_2(\omega)\exp(iq_2z), \qquad (2)$$

где

$$p_1(\omega)=K_{11(f)}(\omega)I_0\varphi(\omega),\ p_2(\omega)=K_{12(f)}(\omega)I_0\varphi(\omega), \qquad (3)$$

$$T_1(\omega)=K_{21(f)}(\omega)I_0\varphi(\omega),\ T_2(\omega)=K_{22(f)}(\omega)I_0\varphi(\omega), \qquad (4)$$

I_0-интенсивность луча, а $\varphi(\omega)$ - Фурье - спектр функции, описывающей временное распределение лазерного луча.

Вид функции $K_{ij(f)}(\omega)$ в (3) и (4) определяется выражениями[1]

$$K_{11(f)}(\omega)=\frac{i\omega\beta\Phi_1}{T_0\sigma_0A_{11}}+\frac{A_{12}i\omega(\bar{\sigma}-\beta\alpha_Tu_1^2)\Phi_2}{\rho C_p\sigma_0\tilde{U}_2^2}\left[\frac{q_2^2R_f(\omega)}{q_2^2-q_1^2}-\alpha\Phi_1\right] \qquad (5)$$

$$K_{12(f)}(\omega)=\frac{A_{12}\tilde{q}_2^2i\omega}{A_{11}(\tilde{q}_1^2-\tilde{q}_2^2)}\frac{(\bar{\sigma}-\beta\alpha_Tu_1^2)\Phi_2}{\rho C_p\sigma_0\tilde{U}_2^2}R_f(\omega) \qquad (6)$$

$$K_{21(f)}(\omega)=\frac{A_{22}i\omega\beta\Phi_1}{A_{21}A_{11}T_0\sigma_0}\frac{\tilde{q}_1^2}{\tilde{q}_2^2-\tilde{q}_1^2}, \qquad (7)$$

$$K_{22(f)}(\omega)=F_1\left[\frac{\tilde{q}_1^2}{\tilde{q}_1^2-\tilde{q}_2^2}G_f(\omega)-\alpha\Phi_2R_f(\omega)\right]+iFR_f(\omega), \qquad (8)$$

где $\chi_g=\kappa_g(\rho_gC_{Pg})^{-1}$, $q_g=(i\omega/\chi_g)^{1/2}$- коэффициент температуропроводности и волнового число тепловой волны в контактирующей среде соответственно,

$\widetilde{q}_1^2 = \omega^2 / U_1^2$, $\widetilde{q}_2^2 = \omega^2 / U_2^2$, $U_1 = u_1 (A_{11})^{1/2}$, $U_2 = u_2 (A_{21})^{1/2}$, $\beta = \frac{\overline{\sigma}}{\rho_0}(\frac{\partial \rho}{\partial T})_{Pc}(\frac{\partial T}{\partial \sigma})_{Pc} + \frac{c_0}{\rho_0}(\frac{\partial \rho}{\partial c})_{PT}$,

$A_{11} = (1 + \frac{\rho_s}{\rho_n}\beta^2 + \frac{\beta \alpha_T}{\overline{\sigma}} u_2^2)$, $A_{12} = \frac{\rho_0 \beta c_p u_2^2}{T_0 \overline{\sigma}}$; $A_{21} = 1 - \frac{\beta \alpha_T}{\overline{\sigma}} u_2^2$, $\Phi_i = \alpha(\alpha^2 + \widetilde{q}_i^2)^{-1}$,

$A_{22} = \frac{T_0}{\rho_0 c_p u_2^2} \cdot [(u_1^2 - u_2^2)\alpha_T + \frac{\rho_s}{\rho_n}\alpha_T \beta^2 u_1^2 - \frac{\rho_s}{\rho_n}\beta \overline{\sigma} + \frac{\beta \alpha_T^2}{\overline{\sigma}} u_1^2 \cdot u_2^2]$, $F = \frac{\omega(\overline{\sigma} - \beta \alpha_T u_1^2)\Phi_2}{\rho C_P \sigma_0 \widetilde{U}_2^2}$,

$F_1 = \frac{i\omega\beta A_{22}\Phi_1}{A_{21} A_{11} T_0 \sigma_0}$, $G_f = \frac{G_{f1} + iG_{f2}}{\omega G_{f0}}$, $G_{f0} = (\sqrt{\omega} + \frac{\kappa_1 u_2}{\sqrt{2\chi_g}})^2 + (\kappa_1 u_2 \sqrt{\frac{\omega}{2\chi_g}})^2$, $G_{f2} = \omega \kappa_1 u_2 (1 - N)\sqrt{\frac{\omega}{2\chi_g}}$,

$G_{f1} = (N\omega + \kappa_1 u_2 \sqrt{\frac{\omega}{2\chi_g}})(\omega + \kappa_1 u_2 \sqrt{\frac{\omega}{2\chi_g}}) + (\kappa_1 u_2 \sqrt{\frac{\omega}{2\chi_g}})^2$, $R_f = \frac{R_{f1} + iR_{f2}}{\omega R_{f0}}$, $R_{2f} = \alpha\omega + \kappa_1 \sqrt{\frac{\omega}{2\chi_g}}(\omega + \alpha u_2)$,

$R_{f0}(\omega) = [(\sqrt{\omega} + \frac{\kappa_1 u_2}{\sqrt{2\chi_g}})^2 + (\frac{\kappa_1 u_2}{\sqrt{2\chi_g}})^2$, $R_{1f} = \kappa_1 [\sqrt{\frac{\omega}{2\chi_g}}(\omega + 2\kappa_1 u_2 \sqrt{\frac{\omega}{2\chi_g}} + \alpha u_2)]$, $k_1 = \frac{\kappa_g}{\kappa}$, $N = \frac{u_2}{u_1}$,

$\widetilde{q}_g = (1 + i)a_g$, $a_g = 1/\mu_g$, $\mu_g = (2\chi_g / \omega)^{1/2}$ -длина тепловой диффузии, $\alpha = \alpha_1(1 - c) + \alpha_2 c$, $\alpha_{1,2}$ - оптические парциальные коэффициенты поглощения компонентов He^4 и He^3, соответственно. $u_{1,2}$ -скорости первого и второго звуков соответственно, C_P удельная теплоемкость, $\overline{\sigma} = \sigma_0 - c_0 \partial\sigma / \partial c$, σ_0 и c_0 -равновесные значения удельной энтропии и концентрации, $\rho_0 = \rho_s + \rho_{n.}$.

Как и в [7] величину $K_{ii(f)}(\omega)$ представим в виде $K_{ii(f)}(\omega) = K_{ii(f)}^{(0)} + \Delta K_{ii(f)}$, где $\Delta K_{ii(f)}(\omega)$ - слагаемые, обусловленные взаимодействием мод, а $K_{ii(f)}^{(0)}$ соответствует случаю её отсутствия. Следовательно, справедливы выражения:

$K_{11(f)}^{(0)}(\omega) = \frac{i\omega\beta\Phi_1}{T_0 \sigma_0 A_{11}}$, $\Delta K_{11(f)}(\omega) = \frac{A_{12} i\omega(\overline{\sigma} - \beta\alpha_T u_1^2)\Phi_2}{A_{11}\rho C_p \sigma_0 \widetilde{U}_2^2}[\frac{q_2^2 R_f(\omega)}{q_2^2 - q_1^2} - \alpha\Phi_1]$,

$K_{22(f))}^{(0}(\omega) = iFR_f$, $\Delta K_{22(f)}(\omega) = -F_1[\frac{\widetilde{q}_1^2}{\widetilde{q}_2^2 - \widetilde{q}_1^2} G_f + \alpha\Phi_2 R_f(\omega)]$.

Выполненные нами оценки показали, что $\left|\Delta K_{11(1)(r)} / K_{11(r)}^{(0)}\right| \le 10^{-2}$ и $\left|\Delta K_{22(r)} / K_{22(r)}^{(0)}\right| \le 10^{-4}$. Тогда, очевидно, вклады поправок от величин $\Delta K_{11(r)}$ и $\Delta K_{22(r)}$ в частотные зависимости ПФ $K_{11(r)}(\omega)$ и $K_{22(r)}(\omega)$ являются пренебрежимо малыми и ими можно пренебречь. Численные оценки также показали, что с большой точностью можно положить $A_{11} \approx 1$ и $A_{21} \approx 1$.

Рис. 1.Зависимость величин $\frac{T_0\sigma_0}{\beta}\left|K_{11(f)}(\omega)\right|$, **(кривая 1) и** $\left|T_0\sigma_0 K_{12(f)}(\omega)\right|$ **(кривая 2) от** $\omega_1 = \omega/\alpha u_1$ **при** $T = 1K$

Fig.1.The dependence of the value $\frac{T_0\sigma_0}{\beta}\left|K_{11(f)}(\omega)\right|$ $\left|T_0\sigma_0 K_{12(f)}(\omega)\right|$ **(curve 1) and** $\left|T_0\sigma_0 K_{12(f)}(\omega)\right|$ **(curve 2) from** $\omega_1 = \omega/\alpha u_1$ **at the** $T = 1K$

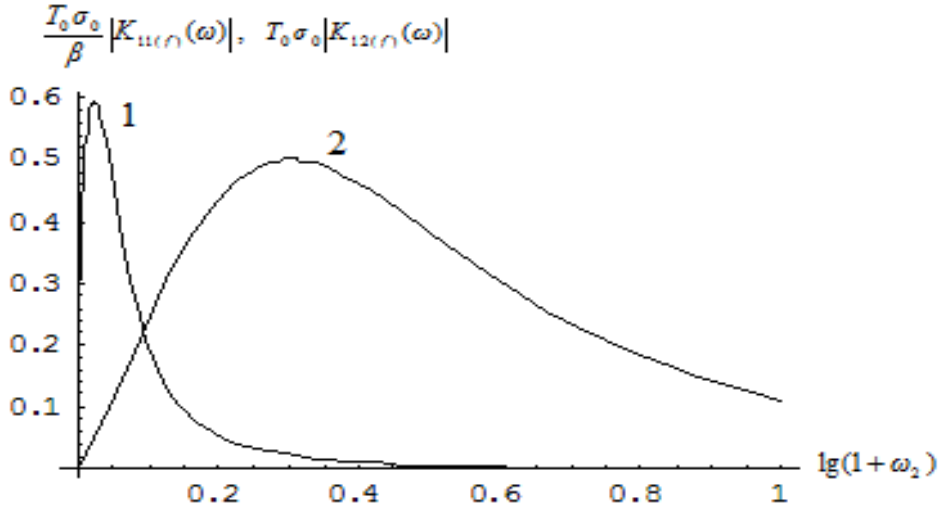
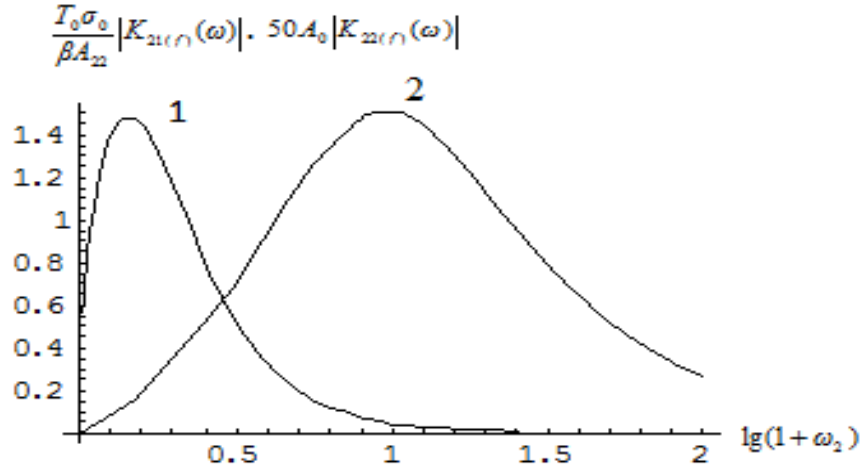


Рис.2. Зависимость величин $\frac{T_0\sigma_0}{\beta u_1 A_{22}}\left|K_{21(f)}(\omega)\right|$ **(кривая 1) и** $A_0\left|K_{22(f)}(\omega)\right|$ **(кривая 2) от частоты** $\omega_2 = \omega/\beta\widetilde{u}_2$ **при** $T = 1K$ **, где** $A_0 = \frac{\rho_0\sigma_0 C_p u_2^2\alpha}{\widetilde{\sigma}}$

Fig.2. The dependence of the value $\frac{T_0\sigma_0}{\beta u_1 A_{22}}\left|K_{21(f)}(\omega)\right|$ **(curve 1) and** $A_0\left|K_{22(f)}(\omega)\right|$ **from frequencies** $\omega_2 = \omega/\beta\widetilde{u}_2$ **at the** $T = 1K$ **, where** $A_0 = \frac{\rho_0\sigma_0 C_p u_2^2\alpha}{\widetilde{\sigma}}$



Нами выполнен численный расчет амплитуды величин $\left|K_{ij(f)}^{(0)}(\omega)\right|$ для температуры $T_0 = 1K$ и концентрации $c_0 = 0.2$, результаты которого иллюстрированы на рис.1 и 2. Контактирующим газовым слоем считается гелий, теплофизические параметры которого при

$T_0 = 1K$ определяются величинами: $C_{pm} = 7000 Дж/кг.К$, $\rho_g = 0.15 кг/м^3$, $\kappa_g = 0.003 Вт/м \cdot К$ [8]. Для этой температуры и концентрации теплофизические и акустические величины раствора имеют следующие значения [9,10]: $C_p = 933 Дж/кг.К$, $\rho = 128 кг/м^3$, $k = 0.26 Вт/м \cdot К$, $\alpha_T = -0{,}7 \cdot 10^{-3} к^{-1}$, $u_1 = 224 м/с$, $u_2 = 26 м/с$, $\sigma_0 = 1586 Дж/кг \cdot К$, $\beta = -0.12$, $\tilde{\sigma} = 384 Дж/кг \cdot К$, $\partial\sigma/\partial c = 6010 Дж/кг \cdot К$. Полученные зависимости показывают, что все возбуждаемые ОА – импульсы первого и второго звуков в растворе ^{3}He-^{4}He тепловым механизмом являются двухполюсными и их параметры являются чувствительными к термодинамическому состоянию среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Салихов Т.Х. Передаточные функции оптоакустических сигналов первого и второго звуков в растворе ^{3}He-^{4}He со свободной границей / Т.Х. Салихов, Ш.Х. Давлатджонова // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – 2017. -№1/1. -С.141-145.
2. Romanov V.P. Optical method of stimulation of the second sound on superfluid helium / V.P. Romanov, T.Kh. Salikhov // Phys. Let. - 1991. -V.161. -№2. -P.161-163.
3. Salikhov T.Kh. Optical generation of the first and second sounds in superfluid $^3He-^4He$ solitions // Low. Temp. Phys. - 1999. -V.25. -№10. -P.760-764.
4. Салихов Т.Х. Возбуждение оптоакустических импульсов первого и второго звуков в сверхтекучем растворе ^{3}He-^{4}He импульсом прямоугольной формы лазерного излучения / Т.Х. Салихов, Ш.Х., Давлатджонова О.Ш. Одилов // Вестник ТНУ. - 2013. -№1/1(102). -С.106-110.
5. Салихов Т.Х. Генерация импульсов первого и второго звуков в сверхтекучем растворе ^{3}He-^{4}He негауссовым лазерным излучением. Тепловой механизм / Т.Х.Салихов, Ш.Х. Давлатджонова // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – 2015. -№1/5(169). -С.61-64.
6. Салихов Т.Х. Возбуждение оптоакустических волн первого и второго звуков в сверхтекучем растворе ^{3}He-^{4}He гауссовой формой импульса лазерного излучения и тепловым механизмом / Т.Х. Салихов, Ш.Х. Давлатджонова //ДАН. РТ. – 2015. -Т.58. -№.5. -С.389-393.
7. Салихов Т.Х. Особенности частотной зависимости передаточных функций первого и второго звуков в растворе ^{3}He-^{4}He, имеющем контакт с твердым телом / Т.Х. Салихов, Ш.Х. Давлатджонова // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. - 2018. -№2. -С.82-87.
8. Pobell F. Matter and method at low temperatures / F. Pobell. -N.Y: Springer- Verlag, 1996. -250 p.
9. Есельсон, Б. Н. Растворы квантовых жидкостей ^3He - ^4He / [Б.Н. Есельсон, И.А. Сербин, В.Н. Григорьев и др.]/ - М.: Наука, 1973. -424 с.
10. Rocwell, D.A. Brillouin scattering from superfluid $He^3 - He^4$ solution / D.A. Rocwell, R.F. Benjamin, T.J. Graytak // J. Low. Temp. -1975. -v.18. -№5/6. -P.389-485.

ХУСУСИЯТҲОИ АЗ БАСОМАД ВОБАСТА БУДАНИ ФУНКСИЯҲОИ ТАБДИЛДИҲИИ СИГНАЛҲОИ ОПТОАКУСТИКИИ САДОҲОИ ЯКУМ ВА ДУЮМ ДАР МАҲЛУЛИ АБАРШОРОИ ^{3}НЕ-^{4}НЕ БО САРҲАДИ ОЗОД

Мақолаи мазкур ба ҳисоби ададии элементҳои матритсаи функсияи табдилдиҳии сигналҳои оптоакустикии садоҳои якум ва дуюм дар ҳелийи абаршоро ^{3}He-^{4}He бахшида шудааст. Ифодаҳои дар таҳқиқоти пештараи муаллифон ҳосилшуда пурра таҳлил карда шудаанд. Ҳисобкуниҳои ададӣ барои ҳарорати $T_0=1K$ ва консентратсияи $c_0=0.2$ иҷро карда шудаанд. Ба сифати муҳити расиш буғҳои ҳелий интихоб карда шудаанд. Натиҷаҳои ҳисобкуниҳо нишон доданд, ки:

1) қимати максималии функсияҳои табдилдиҳии $K_{11(f)}(\omega)$ ва $K_{21(f)}(\omega)$ ба басомади $\omega_1 = \omega/\alpha u_1 \approx 1$мувофиқ меояд, вале барои функсияҳои $K_{12(f)}(\omega)$ ва $K_{22(f)}(\omega)$ бошад, ба $\omega_2 = \omega/\alpha u_2 \approx 1$ баробар аст, ки дар ин ҷо $u_{1,2}$суръатҳои садоҳои якум ва дуюм буда, α- коэффитсиенти фурӯбарии оптикӣ аст;

2) ҳамаи импулсҳои бо воситаи механизми ҳароратӣ ангезонидашавандаи оптоакустикии садоҳои якум ва дуюм дукутба буда, парметрҳои онҳо ба ҳолати термодинамикии муҳит ҳассосанд;

3) ченкунии парметрҳои ин сигнал имконият медиҳанд, ки параметрҳои оптикӣ, акустикӣ ва гармофизикии маҳлули ^{3}He-^{4}He ва инчунин гармофизикии гази сарҳади дарёт карда шавад.

Калидвожаҳо: оптоакустика, маҳлули абаршоро, механизми ҳароратӣ, садои дуюм, функсияи табдилдиҳӣ.

ЧАСТОТНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ЗВУКОВ В РАСТВОРЕ ^{3}НЕ-^{4}НЕ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ

Работа посвящена численному расчету элементов матрицы передаточных функций оптоакустических сигналов первого и второго звуков в сверхтекучем растворе ^{3}He-^{4}He. Проведен полный анализ ранее полученных выражений для передаточных функций, а численный расчет выполнен для температуры $T_0=1K$ и концентрации $c_0=0.2$. В качестве контактирующей среды выбраны пары гелия. Результаты расчета показали, что:

1)максимальные значения передаточных функции $K_{11(f)}(\omega)$ и $K_{21(f)}(\omega)$ соответствуют частотам $\omega_1 = \omega/\alpha u_1 \approx 1$, а функции $K_{12(f)}(\omega)$ и $K_{22(f)}(\omega)$ частотам $\omega_2 = \omega/\alpha u_2 \approx 1$, где $u_{1,2}$ скорости первого и второго звуков соответственно, а a-оптический коэффициент поглощения;

2) все возбуждаемые тепловым механизмом оптоакустические импульсы первого и второго звуков в растворе ^{3}He-^{4}He являются двухполюсными и их параметры являются чувствительными к термодинамическому состоянию среды;

3) измерения параметров этого сигнала позволяет определить оптические, акустические и теплофизические параметры сверхтекучего раствора ^{3}He-^{4}He, а также теплофизические характеристики контактирующего газа.

Ключевые слова: оптоакустика, сверхтекучий раствор, тепловой механизм, второй звук, передаточные функции.

THE FREQUENCY DEPENDENCE OF THE TRANSFER FUNCTIONS OF THE OPTOACOUSTIC SIGNALS OF THE FIRST AND SECOND SOUNDS IN THE SUPERFLUID SOLUTION НЕ^3-НЕ^4 **WITH FREE BOUNDARY**

This paper is devoted to the numerical calculation of the elements of the matrix of the transfer functions of the optoacoustic (OA) signals of the first and second sounds in the superfluid solution ^{3}He-^{4}He. A complete analysis of the previously obtained expressions for the transfer functions was performed, and the numerical calculation has been done for temperature $T_0=1K$ and concentration $c_0=0.2$. Helium vapors are selected as the contacting medium. The calculation results showed that:

1) the maximum values of the transfer function $K_{11(f)}(\omega)$ and $K_{21(f)}(\omega)$ correspond to the frequencies $\omega_1 = \omega/\alpha u_1 \approx 1$and functions $K_{12(f)}(\omega)$ and $K_{22(f)}(\omega)$ frequencies $\omega_2 = \omega/\alpha u_2 \approx 1$, where $u_{1,2}$- are the speeds of the first and second sounds, respectively, and a- the optical absorption coefficient;

2) all the optoacoustic pulses of the first and second sounds in the 3He-4He solution, which excited by the thermal mechanism are bipolar and their parameters are sensitive to the thermodynamic state of the medium;

3) the measuring the parameters of this signal allows us to determine the optical, acoustical and thermal parameters of the superfluid solution 3He-4He, as well as the thermophysical characteristics of the contacting gas.

Kew words: optoacoustic, superfluid solution, thermal mechanism, second sound, transfer functions.

Сведения об авторах: ***Салихов Тагаймурод Хаитович*** – Научно-исследовательский институт Таджикского национального университета, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник отдела «Физики конденсированного состояния». **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **(+992) 919-24-83-11.** E-mail: **tsalikhov@mail.ru**

Давлатджонова Шукуфа Худжамбердиевна – Научно-исследовательский институт Таджикского национального университета, старший научный сотрудник отдела «Физики конденсированного состояния». **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **935-36-99-88**. E-mail: **shukufa-d@mail.ru**

Рахмонов Рауф Кахорович - Филиал Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова в г. Душанбе, кандидат физико-математических наук, декан естественнонаучного факультета. **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г.Душанбе, улица Бохтар, 35/1. Телефон: **(+992) 935-24-26-21**

Information about the authors: ***Salikhov Tagaymurod Khaitovich*** - Research Institute of the Tajik National University, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Chief Researcher at the Department of Condensed Matter Physics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **(+992) 919-24-83-11**. E-mail: **tsalikhov@mail.ru**

Davlatjonova Shukufa Khudzhamberdievna - Research Institute of the Tajik National University, senior researcher at the Department of Condensed Matter Physics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **(+992) 935-36-99-88.** E-mail: **shukufa-d@mail.ru**

Rakhmonov Rauf Kakhorovich - Branch of Moscow State University MV Lomonosov in Dushanbe, candidate of physical and mathematical sciences, dean of the faculty of natural sciences. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Bohtar street, 35/1. Phone: **(+992) 935-24-26-21**

УДК 37.01.82.915.50

ТАҲҚИҚИ ХОСИЯТҲОИ ЭЛЕКТРИКИИ МАҲЛУЛҲОИ ОБИИ БИКАРБОНАТИ КАЛТСИЙ

Султонов Н., Нозимов О., Хукматов А., Ҳамроқулов Р.
Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Аксарияти обҳо новобаста аз дуруштии табииашон ба хусусиятҳои хосси тағйирёбандагии омехтаи аниону катионҳо соҳибанд. Дуруштии онҳоро асосан миқдори мавҷудаи намакҳои табиии калтсий ва магний бо мг/экв дар як литр муайян мекунад [1,с.35; 2,с.84]. Калтсий дар оби тоза табиати сусти ҳалшавандагӣ дорад. Аммо мавҷудияти

гази карбонат раванди ҳодисаро дар маҳлул метезонад. Одатан дар табиат манбаъҳое, ки дар таркибашон миқдори калтсий то ба 200 мг/л мерасад, хеле кам ба қайд гирифта шудаанд [3,с.54]. Унсури (элементи) калтсий ба таркиби оби нӯшокӣ дар шакли гидрокарбонати калтсий, ки боқимондаи пайвастагиҳои ҷинсҳои кӯҳӣ мебошанд, ворид мешавад [4,с.61]. Гузашта аз ин, дар таркиби обҳои нӯшокии чашмасорон ва обҳое, ки аз чоҳ гирифта шудаанд, то 100 мг/л (0,01г/100 мл) калтсий мавҷуд аст [5,с.170]. Натиҷаҳои таҷрибаҳои саҳҳеҳ гузаронидашудаи мо низ далели ин гуфтаҳо мебошанд [6,с.80; 7,с.33].

Бояд зикр намуд, ки ба хосиятҳои оби нӯшокӣ ионҳои озоди калтсий ба таври назаррас таъсир мерасонанд ва омехтагии барзиёди он бошад, боиси зиёдшавии дуруштии об мегардад [8,с.74; 9,с.184].

Марому мақсади мақолаи мазкур ба таҳқиқи табиати электргузаронии маҳлулҳои обии ҳолати омехтагиашон (консентратсия) мухталиф нигаронида шудааст. Барои гузаронидани таҷрибаҳо маҳлулҳои ҳархелаи обӣ, дар натиҷаи ба оби тактиршуда (бидистилят) омехта кардани гидрокарбонати калтсий ҳосил карда шуд. Барои омӯхтани хосиятҳои электрикии маҳлулҳо дастгоҳи таҷрибавӣ сохта шуд (расми 1).



Расми 1

Қатраҳои борон ва барф дар атмосфераи Замин бо гази карбон (CO_2) бо ҳам шуда, то ба сатҳи Замин расида, маротибаи дувум ба карбонати калтсий, ки дар қабати тунуки болоии пӯстлохи Замин мавҷуд аст, пайваст мешавад ва гидрокарбонати калтсий $Ca(HCO_3)_2$–ро ҳосил мекунад. Баъдан гидрокарбонати калтсий, дар навбати худ, ба ионҳои дузарядаи C^{2+} ва ду иони якзарядаи HCO^{1-} ҷудо мешавад [10,с.201]. Ионҳои C^{2+} ва магний (Mg^{2+}) бошанд, дараҷаи дуруштии обро муайян мекунанд. Аслан, катионҳои дувалента ба қадре ба дуруштии об таъсир мерасонанд. Онҳо ба анионҳои ба худашон мувофиқ пайваст шуда, намакҳои дурушткунанда, аз қабили гидрокарбонати калтсийро ҳосил мекунанд. Анионҳои асосие, ки бо онҳо катионҳои номбаршуда васл мешаванд ё, ба ибораи дигар, ба реаксия медароянд, асосан HCO_3^-, (SO_4^{2-}), NO_3^-ва силикат (SiO_3^{2-}) маҳсуб меёбанд. Бояд ёдрас шуд, ки оҳан ва марганетс ба дуруштии об начандон таъсир мебахшанд ва айнан ҳамин тавр таъсири ионҳои барий (Ba^{2+}) ва стронтсий (Sr^{2+}) дар об назаррас нест. Аз ин лиҳоз таъсири ионҳои оҳан ва марганетс дар об ба эътибор гирифта намешавад. Ҳамин тавр, дурушти тавассути миқдори умумии омехтаи (консентратсияи) ионҳои калтсий ва магний муайян карда мешавад, ки он аз мавҷудияти калтсий ва магнийи кислотаҳои пурзӯри $CaSO_4$, $CaCl_2$, $MgSO_4$ ва $MgCl_2$ дар мухити об бармеояд. Ин қабил намакҳо баъди ҷӯшонидани об бартараф карда намешаванд. Обе, ки дар он намакҳои калтсий ва магний барзиёданд, оби дурушт ва обе, ки омехтагии мазкур кам аст, оби нарму сабук ҳисобида мешавад.

Лаззати оби табиӣ, масалан, чашмаҳоро мавҷудияти миқдори ками намакҳои маъданӣ муайян мекунад. Хосса оби нӯшокӣ гуфта оберо меноманд, ки таркибаш аз катионҳо ва анионҳои дувалента иборат аст.

Муқовимати хосси оби дурушт асосан аз омехтагии намакҳои калтсий ва магний вобастагӣ дорад [11,с.118,412]. Барои саҳеҳ намудани дараҷаи таъсири катионҳои дувалента ва анионҳо ба электргузаронӣ, вобастагии консентратсионии (омехтагии маҳлул) муқовимати хосси маҳлули омехтаи бикарбонати калтсий бо оби тактиршудаи

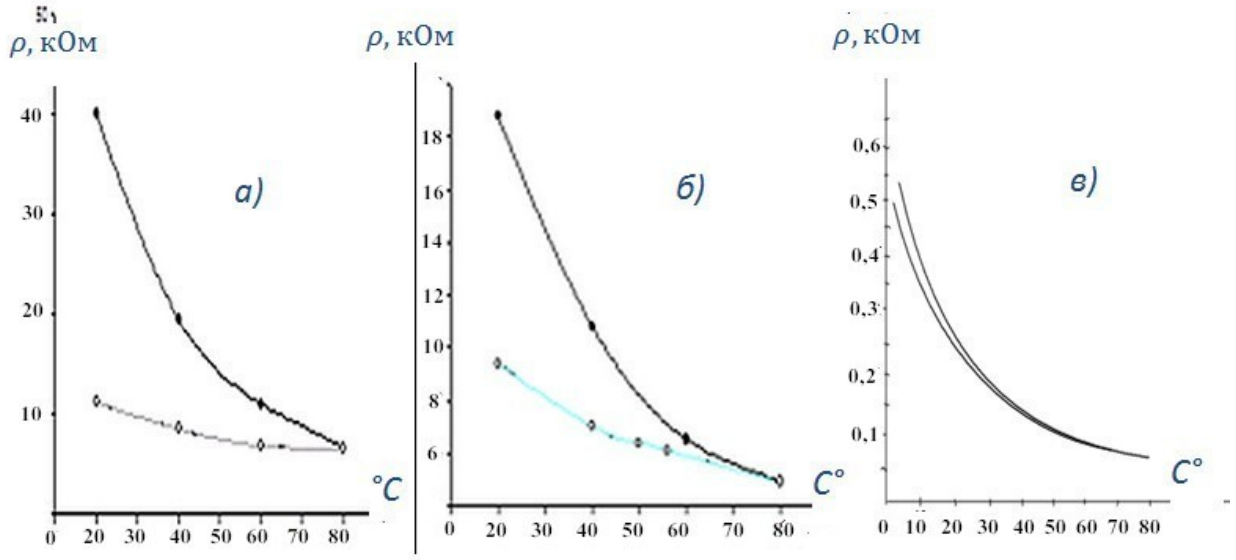
дараҷаи тозагиаш баланд (бидистилят) дар ҳароратҳои гуногун омӯхта шуд. Барои осон шудани шарҳи раванди таҷрибаҳо ва натиҷагирӣ аз онҳо ишораҳои зеринро ворид намудем:

а- маҳлули бикарбонати калтсий (маҳлули 1), *б*- маҳлули бикарбонати калтсий дар гардиши (сикли) «об-ях-об» (маҳлули 2), ва баъди 5 дақиқа ҷӯшонидани маҳлули 1 (маҳлули 3).

Дар расми 1 вобастагии муқовимати хосси маҳлули 1 ва маҳлули 2 аз ҳарорат нишон дода шудааст. Аз графикҳо маълум мегардад, ки барои ҳамаи маҳлулҳо афтиши муқовимати хос бо зиёдшавии ҳарорат ба қонуни экспоненсиалӣ шабоҳат дорад.

Зимни пайиҳам хунукшавии минбаъда афзоиши муқовимати хос мушоҳида мегардад. Аммо каҷхатаҳои вобастагии ρ аз ҳарорат-$\rho(t^\circ)$барои ҳамаи маҳлулҳо назар ба ҳолати гармшавӣ хеле поёнтар мехобад. Тағйирёбии вобастагии $\rho(t^\circ)$дар сикли «гармо-хунук» амалан якхела аст, вале тағйирёбии ҳароратии бузургии ρ_0 барои маҳлулҳои мухталиф ба таври назаррас тафовут доранд. Яъне, дар ин ҷо гистерзиси муқовимати хос дар сикли (гармо-хунук) ҷой дорад (расми 2).

Расми 2. Вобастагии муқовимати хосси маҳлули 1 ва маҳлули 2 аз ҳарорат
Fig. 2. Dependence of the specific resistance of the solution 1 and the solution 2 of the temperature



Ба раванди тағйирёбии $\rho(t^\circ)$ асосан ду омил сабаб мешавад: якум, васеъшавии ҳароратии маҳлул ҳангоми гармшавӣ, ки он ба коҳиш ёфтани таъсири мутақобилаи молекулаҳо аз як тараф ва афзудани чобукӣ ё давутози барандаҳои заряд (бинобар сабаби зиёдшавии дарозии роҳи озод) аз дигар тараф сабаб мешавад; дувум, вайроншавии ташкилаҳои (агрегатҳои) молекулаҳои об дар маҳлул ба афзоиши теъдоди барандагони заряд (бо назардошти дисотсиатсияи молекулаҳо ба ионҳои H^+ ва OH^-) боис мешавад.

Афзоиши гузаронандагии электрикии маҳлулҳои 1-3 (камшавӣ) бо афзоиши дисотсиатсияи молекулаҳои обе, ки ба зиёдшавии H^+ ва OH^- сабаб мешавад, алоқаманд аст. Бояд зикр намуд, ки молекулаҳои об дар ҳарорати хона ва ба ҳамин ҳарорат наздик пайваста бо робитаи гидрогенӣ сохторҳои андозаашон гуногуни триметрҳо, гексимерҳо ва кластерҳое, ки садҳо молекулаҳои обро дар бар доранд, ҳосил мекунанд [9,с.184]. Ҳангоми гармшавӣ сохторҳои мазкур қисман ё ба пуррагӣ вайрон мешаванд ва маҳз ба ҳамин гуна протсессҳо камшавии ҳароратии $\rho(t^\circ)$ ҳангоми гармшавӣ ва хунукшавӣ вобаста аст. Боҳамшавии (синтези) ташкилаҳои нав боиси афзоиши андоза ва консентратсияи онҳо мегардад ва он яке аз сабабҳои ба амал омадани гистерезиси муқовимати хос дар сикли «гармо-хунук» ба ҳисоб меравад. Ба ҳодисаи гистерезис инчунин камшавии консентратсияи H^+ ва OH^- зимни хунукшавӣ таъсир мерасонад.

Аз муқоисаи $\rho(t^\circ)$ маҳлулҳои 1 ва 2 маълум мегардад, ки баъди яхшавии маҳлули 2 муқовимати хосси (ρ) маҳлули 1 назар ба муқовимати хосси маҳлули 2 қариб ду маротиба

кам аст. Аммо каҷхатҳои $\rho(t^{\circ})$ ҳангоми хунукшавӣ байни ҳам тафовуте надоранд. Ин чунин маъно дорад, ки сикли гармшавӣ ташкилаҳои сохториро дар маҳлули 1 ва 2 якхела вайрон мекунад.

Бояд гуфт, ки масоҳати ҳосилшудаи байни каҷхатаҳои $\rho(t^{\circ})$ зимни гармшавӣ ва хунукшавӣ, яъне гистерезиси муқовимати хос динамикаи вайроншавии ташкилаҳои сохтории маҳлулҳо ва қисман барқароршавии минбаъдаи ташкилаҳоро тавсиф медиҳад. Аз муқоисаи каҷхатаҳои $\rho(t^{\circ})$ барои маҳлулҳои 1 ва 2 дар сикли гармшавӣ бармеояд, ки вобастагиииρ аз ҳарорат, яъне $\rho(t^{\circ})$ барои маҳлули 1 назар ба $\rho(t^{\circ})$ барои маҳлули 2 хеле болотар мехобад, ки он аз гистерезиси баланди (вайроншавии ҳолати сохторшуда) маҳлули 1 дарак медиҳад. Баъди ҷӯшонидани маҳлули 1 (яъне барои маҳлули 3 дар ҳарорати хона) бузургии ρ назар ба муқовимати хосси маҳлули 1 се маротиба коҳиш меёбад, ки он асосан ба вайроншавии бикарбонати калтсий ва пайдошавии намакҳои ҳалшавандаи $CaCO_3$ ва такшоншавии боқимондаи онҳо вобаста аст. Баъди ҷӯшиш (маҳлули 3) масоҳати гистерезис хеле кам мешавад, ки он ба қисман вайроншавии сохторҳои мавҷуда алоқаманд мебошад. Вобастагии $\rho(t^{\circ})$ барои консентратсияи бикарбонати калтсий дар расми 3 нишон дода шудааст. Аз муқоисаи расми 2 ва 3 бармеояд, ки консентратсия барои маҳлули аввала (маҳлули 1) бо афзоиши консентратсияи гистерезиси муқовимати хос кам мешавад. Аз расми 3 маълум мегардад, ки камшавии гистерезис барои маҳлули 2 дар қиёс бо маҳлули 1 баръало зоҳир мешавад. Аз расми 3 ва 4 инчунин аён мегардад, ки ҳангоми афзоиши консентратсия масоҳати гистерезис коҳиш меёбад ва он бештар ба зоҳиршавии консентратсияи ионҳо баъди дисотсиатсияи бикарбонати калтсий алоқаманд аст. Дар чунин ҳолат ба электргузаронии маҳлулҳо на ионҳои H^{+} ва OH^{-}, балки ионҳои дар натиҷаи пароканиши бикарбонати калтсий ҳосилшуда нақши муҳимро мебозанд.

Мусаллам аст, ки $\rho(t^{\circ})$ дар сурати асосӣ будани «саҳми» тағйирёбии часпакии маҳлул, яъне тағйирёбии мутақобилаи молекулаҳо ва раванди рекомбинатсияи H^{+} ва OH^{-} дар сикли «гармо-хунук» гистерезис ҳосил намешуд. Гуфтан ҷоиз аст, ки омили асосии гистерезиси муқовимати хос (ρ), пайдошавии агрегатҳои молекулаҳои об ва сохторсозию сохторвайроншавии агрегатҳои он дар сикли «гармо-хунук», мебошад [11,с.118].

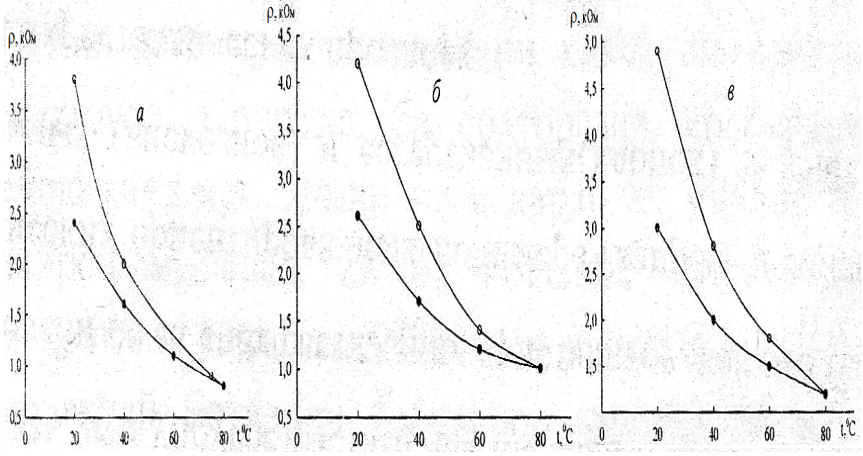
Дар расми 5 ва 6 вобастагии муқовимати хосси маҳлулҳои аввала (маҳлули 1), маҳлули 1 баъди ҷӯшиш (маҳлули 3*а*), маҳули 2 (маҳлули 1 баъди сикли «об-ях-об») ва 3*б* (маҳлули 2 баъди ҷӯшиш) аз консентратсия нишон дода шудааст. Аз расми 5 маълум мегардад, ки бо афзоиши консентратсия (С) аз аввал то $C \geq 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ г/л шудан муқовимати хос ба зудӣ кам мешавад ва дар мавриди $C > 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ г/л будан, камшавии ρ ботадриҷ сурат мегирад. Дар консентратсияҳои хурд бикарбонати калтсий дар оби тактиршуда хеле хуб ҳал мешавад. Дар чунин ҳолат маҳлул шаффоф менамояд. Бикарбонати калтсий ҳангоми ҳалшавӣ ба катиону анионҳо ҷудо мешавад: $Ca(HCO_3)_2 \rightarrow Ca^{+2} + {HCO_3}^{-1} + {HCO_3}^{-1}$. Дар натиҷа дар консентратсияҳои хурд миқдори ионҳо босуръат зиёд шуда, боиси зуд афтидани муқовимати хос мегардад. Тавре ки аз расми 5 аён мегардад, маҳлули1, ки баъди ҷӯшидан маҳлули 3*а* номида шудааст, муқовимати хосро назаррас коҳиш медиҳад. Ба камшавӣ асосан пайдошавии намакҳои ҳалшавандаи карбонати калтсий ($CaCO_3$), ки маҳсули ҷудошудаи бикарбонати калтсий маҳсуб меёбад, сабаб мешавад. Дар консентратсияи$C > 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ г/л маҳлул тира мешавад ва ин лаҳзаҳо бикарбонати калтсий дар зарфе, ки маҳлул қарор дорад, кисман такшон мешавад. Аз рафти кор маълум мегардад, ки ба тағйирёбии «сусти» ρ ҳангоми афзоиши консентратсия, падидаҳои мазкур боис шудааст. Аз расми 5 бармеояд, ки баъди ҷӯшонидани маҳлули 1, афтиши ρ барои ҳамаи консентратсияҳо мушоҳида мегардад, ки он ба камшавии консентратсияи катионҳо ва анионҳо (дар натиҷаи ҳосилшавии карбонати калтсий ($CaCO_3$) алоқаманд аст. Дар расми 6 вобастагии консентратсионии ρ барои маҳлули 2 ва маҳлули 3б нишон дода шудааст. Дар ин ҷо барои консентратсияҳои калон бузургии ρ барои маҳлули 1 ва 2 амалан собит мемонад, аммо барои консентратсияҳои паст ($C > 0{,}6 \cdot 10^{-3}$ г/л ρ_1 назар ба ρ_2 ду маротиба кам мешавад ва каҷхатаҳои ρ(С) шакли ростро мегирад. Баъди ҷӯшонидани маҳлули 2 (яъне маҳлули 3б) каҷхатаи ρ_3(С) қисман қиматҳои

хурди ρ- ро мегирад. Маҳлули 1 дар сикли об-ях фазаи кристаллиро мегирад ва зимни обшавӣ аз монокристалл миқдори зиёди ташкилаҳои дученакаи одӣ (димерий, гексимерий ва кластерҳо) ҳосил мешавад. Дар ин ҳолат дар сатҳи ташкилаҳо пайваст шудани (солватсия) қисме аз ионҳои Ca^{+2} ва COH_3^- аз эҳтимол берун нест. Гузашта аз ин, мавҷудияти сохторташкилаҳо (аз молекулаҳои об), часпакии обро зиёд мекунад, ки он таҳти таъсири майдони электрикӣ ба коҳиш ёфтани ионҳои самтнок сабаб мешавад. Ҳосилшавии ташкилаҳои (агрегатҳои) обии андоза ва консентратсияҳои гуногун ҳангоми обшавии яхи монокристаллӣ ва намакбандии ионҳо дар маҳлул шояд сабабгори тағйирёбии сусти ρ_1 дар қиёс бо ρ_3 шуда бошанд. Бояд қайд намуд, ки ҳодисаи мазкур танҳо дар ҳолати зиёд шудани консентратсия ба амал меояд.

Тавассути таҷрибаҳо электргузаронии хосси маҳлулҳои бикарбонати (гидрокарбонати) калтсий тариқи пайиҳам яккунонӣ ва обшавии онҳо дар реҷаи ҳарорати $20 \rightarrow 80°C$ (гармшавӣ) ва $80 \rightarrow 20°C$ (хунукшавӣ) омӯхта шуд (рас.4) Дар раванди таҷрибаҳо тағйирёбии электргузаронии маҳлули омехтаи бикарбонати калтсий бо оби тактиршуда, баъди аз ҳолати яхин ба моеъ табдил ёфтанаш тадқиқ карда шуд. Ошкор гардид, ки тағйирёбии мазкур ба камшавии масоҳати гистерезиси муқовимат сабаб мешавад. Барои маҳлулҳое, ки консентратсияашон ба 1 г/л хеле наздик аст, гистерезис ба амал намеояд. Барои ҳамаи маҳлулҳои консентратсияҳои $C \leq 0{,}1$ г/л камшавии назарраси масоҳати гистерезиси оби яхзада (4*а,б,в*) дар қиёс бо масоҳати аввала (то яхшавӣ 3*а,б,в*) муайян карда шуд.

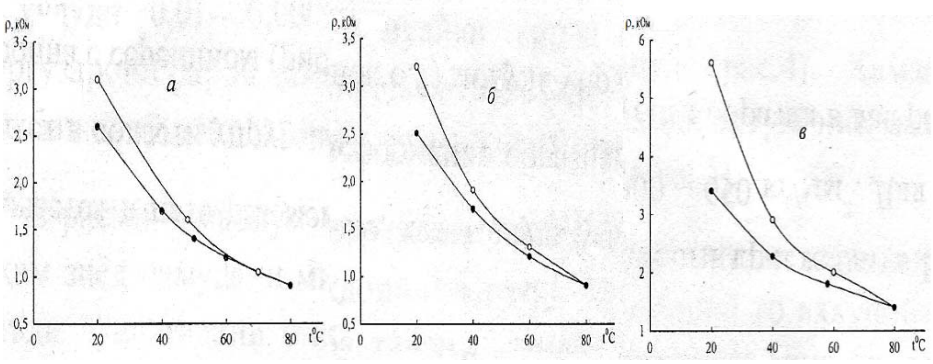
Расми 3. Графики гистерезисҳои муқовимати хосси маҳлули гидрокарбонати калтсий бо оби бидистилят то яхшавӣ дар консентратсияҳои, а - 0,1; б -0,01; в -0,001г/л

Figure 3. Hysteresis graphs of specific resistance of calcium hydrocarbonate solution with bistillate water to freezing concentrations, a - 0.1; b -0.01; в -0,001g / l



Расми 4. Графики гистерезисҳои муқовимати хосси маҳлули гидрокарбонати калтсий бо оби бидистилят баъди яхшавӣ дар консентратсияҳои, а - 0,1; б -0,01; в -0,001г/л

Fig. 4. Hysteresis graphs of specific resistance of calcium hydrocarbon solution with bistillate water after freezing at concentrations, a - 0.1; b -0.01; в -0,001g / l

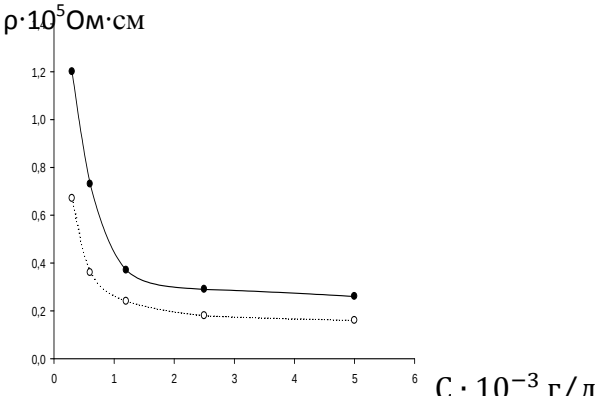


Чунин хосият ба табиати обҳои чашмаҳои кӯҳистон шабоҳат дорад, зеро дар онҳо консентратсияи гидрокарбонати калтсий аз 0,01 мг/100мл зиёд нест. Бояд зикр намуд, ки афзоиши масоҳати гистерезиси маҳлули гирдрокарбонати калтсий то консентратсияи 0,1 г/л вобастагии устувор дорад, вале барои консентратсияҳои калони минбаъда гистерезис ҷой надорад. Дар ҳудуди консентратсияҳои $C < 1$г/л бо камшавии консентратсияи маҳлул, зиёдшавии масоҳати гистерезис аён мегардад, ки он аз пайдошавии ташкилаҳо дар маҳлул шаҳодат медиҳад. Ҳангоми ҷӯшонидани маҳлули ҳамин гуна консентратсия, масоҳати гистерезис боз ҳам кам мешавад, ки он ба вайроншавӣ ва барқароршавии сохторҳои асосиатҳои муҳити маҳлул вобаста аст.

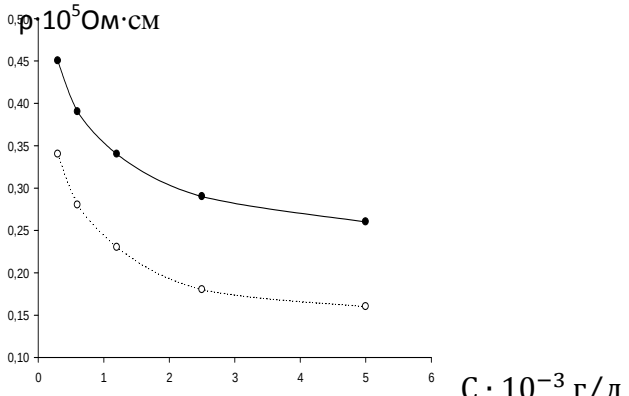
Ҳамин тавр гуфтан мумкин аст, ки ҳангоми гармшавӣ ва хунукшавии маҳлулҳои обии гидрокарбонати калтсий дар ҳудуди консентратсияи $C < 0{,}1$г/л вобастагии ҳароратии муқовимати электрикӣ ва пайдошавии гистерезисе, ки масоҳаташ ба дараҷаи консентратсияи маҳлул мутаносиби чаппа аст, вуҷуд дорад. Аз тарзи ҷараён гирифтани падидаҳо мусаллам мегардад, ки онҳо ба сохторсозии молекулии муҳити маҳлул бештар алоқаманданд. Ҳангоми гармшавӣ, вайроншавии миқдори муайяни асосиати молекулаҳо ба амал меояд, ки он ба камшавии назарраси муқовимати электрикии маҳлул меорад. Бо камшавии ҳарорати маҳлул, яъне хунукшавӣ аз 80 то 20°C ҳодисаи сохторпайдокунии молекулӣ аз нав барқарор мешавад, ки дар навбати худ, ба афзудани муқовимати электрикӣ сабаб мешавад. Тавассути таҷрибаҳои минбаъда дар фосилаҳои ҳарорати $20 \to 80$°C (гармшавӣ) ва $80 \to 20$°C (хунукшавӣ) муқовимати хосси маҳлули омехтаи гидрокарбонати калтсий бо оби тактиршуда то яхшавӣ ва баъди ҷӯшонидан (дар ҳудуди камшавии консентратсия аз 0,1 то 0,0005 г/л) муайян карда шуд (рас. 5 ва 6).

Графики вобастагии муқовимати хос аз консентратсияи маҳлули обӣ то яхшавӣ ва баъди яхшавӣ

Graph of the specific resistance of the aqueous solution to pre- and post-freezing



Расми 5



Расми 6

Аз расми 5 маълум мегардад, ки каҷхатаҳои маҳлул то яхшавиаш ҳангоми пайиҳам кам шудани консентратсияи гидрокарбонати калтсий то ҷӯшонидан ва баъди ҷӯшиш ба таври назаррас меафзояд. Ҳодиса то ҷӯшонидан ва баъди ҷӯшонидани маҳлуле, ки аз ях ҳосил шудааст, айнан ҳамин тавр ба амал меояд (рас. 6). Дар ҷараёни таҷриба муқовимати хосси электрикӣ барои ин каҷхатҳо аз $1{,}1 \cdot 10^5$ то $0{,}67 \cdot 10^5$Ом $\cdot$ см коҳиш ёфт (рас.5). Дар мавриди дуюм низ камшавии муқовимати хосси электрикӣ ба чашм мерасад, вале каҷхатаҳои муқовимати хос дар қиёс ба ҳолати то яхшавии маҳлулҳои тадқиқотӣ хеле поёнтар мехобанд. Муқовимати хос дар чунин ҳолат аз 0,45 то $0{,}34 \cdot 10^5$Ом $\cdot$ см коҳиш меёбад (рас.6).

АДАБИЁТ

1. Практикум по физической химии / под ред. И.В. Кудряшева. -М.: Высшая школа, 1986. -273 с.
2. Канков А.В. Электролитный раствор электролизов / А.В. Канков. Из-во СТИ НИЯУ МИФИ, 2010. -184 с.
3. Сафиев Ҳ.С. Об - манбаи ҳаёт / Ҳ.С. Сафиев, А.О. Аминҷонов, М.Б. Каримов. -Душанбе, 2000.
4. Зацепина Г.М. Свойства и структура воды / Г.М. Зацепина. -М.: МГУ,1998. -171 с.
5. Николадзе Г.Н. Технология очистки природных вод / Г.Н. Николадзе. –М., 1987. -218 с.

6. Экологические системы и приборы. -М, 2002. -112 с.
7. Об барои ҳаёт / Н.С. Султонов [ва диг.]. -Душанбе: ДМТ, 2006. -33 с.
8. Немухин А.В. Многообразие кластеров / А.В. Немухин // Российский химический журнал. - 1996. -Т.40. -№2. -С.48-56.
9. Tokmachev A.M. Hydrogen –Bont Networks in Water Clusters $(H_2O)_{20}$: An Exhaustive Quantum–Chemical / A.M. Tokmachev, A.L. Tchougreeff, R. Dronskowski // Chemphyschem European Journal of Chemical Physics And Physical Chemistry. - 2010. -Vol.11. -№2. -P.384-388.
10. Сенюков В.В. Структура одноатомных жидкостей, воды и водных растворов электролитов / В.В. Сенюков. -М.: Наука, 1976. -256 с.
11. Агеев И.М. Изменение проводимости воды при её нагревании различными типами источников тепла / И.М. Агеев, Г.Г. Шишкиев // Биофизика. - 2002. -Том 47. -Вып. 5. -С.782-786.

ТАҲҚИҚИ ХОСИЯТҲОИ ЭЛЕКТРИКИИ МАҲЛУЛҲОИ ОБИИ БИКАРБОНАТИ КАЛТСИЙ

Нишон дода шудааст, ки дар консентратсияҳои $C < 1$/л бо камшави консентратсияи бикарбонати калсий дар маҳлул зиёдшавии масоҳати гистерезиси муқовимати хос аён мегардад, ки он аз пайдошавии асосиатҳо дар маҳлул шаҳодат медиҳад, ҷӯшонидани маҳлули ҳамин гуна консентратсия ба коҳиш ёфтани масоҳати гистерезис меорад, ки он ба вайроншавӣ ва барқароршавии сохторҳои асосиатҳои муҳити маҳлул вобаста аст.

Муқаррар карда шудааст, ки ҳангоми гармшавӣ ва хунукшавии маҳлулҳои обии гидрокарбонати калтсий дар консентратсияҳои $C<0,1$г/л вобастагии ҳароратии муқовимати электрикӣ ва пайдошавии гистерезисе, ки масоҳаташ ба дараҷаи консентратсияи маҳлул мутаносиби чаппа аст,ҷой дорад. Аз тарзи ҷараён гирифтани падидаҳо маълум мегардад, ки онҳо ба сохторсозии молекулии муҳити маҳлул бештар алоқаманданд. Ҳангоми гармшавӣ, вайроншавии миқдори муайяни асосиати молекулаҳо ба амал меояд, ки он ба камшавии назарраси муқовимати электрикии маҳлул сабаб мешавад. Бо пастшавии ҳарорати маҳлул, яъне хунукшавӣ аз 80 то 20°С ҳодисаи сохторпайдокунии молекулӣ аз нав барқарор мешавад, ки дар навбати худ, ба афзудани муқовимати электрикӣ боси мегардад. Тағйироти муқовимати хосси омехтаи маҳлули обии гидрокарбонати калтсий то яхшавӣ ва баъди яхшавӣ дар сикли $20\rightarrow80^0$С (гармшавӣ) ва $80\rightarrow20^0$С (хунукшавӣ), дар ҳудуди консентратсия аз 0,0005 то 0,1 г/л, омӯхта шуд. Нишон дода шуд, ки муқовимати хосси маҳлул то яхшавӣ ҳангоми пайиҳам коҳиш ёфтани консентратсияи ҳидрокарбонати калтсий то ҷӯшонидан ва баъди ҷӯшиш ба таври назаррас меафзояд. Ин падида барои маҳлуле, ки аз ях ҳосил шудааст, то ҷӯшонидан ва баъди ҷӯшонидан, айнан такрор меёбад. Муқовимати хос барои ин маҳлулҳо баъди яхшавӣ аз $0,67\cdot10^5$ то $1,1\cdot10^5$ Ом см, вале барои ҳолати то яхшавии маҳлулҳо аз $0,34\cdot10^5$ то $0,45\cdot10^5$ Ом.см афзоиш меёбад.

Калидвожаҳо: электрод, моеъ, зарра, маҳлул, анод, катод, ион, дисотсиатсия, электролиз, ноқилият, ҳидроген, оксиген, муқовимати хос, яхшавӣ, ҷӯшиш.

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ БИКАРБОНАТА КАЛЬЦИЯ

Показано, что при уменьшении концентрации в водных растворах бикарбоната кальция наблюдается увеличение площади гистерезиса удельного сопротивления, однако кипячение указанных растворов приводит к уменьшению гистерезиса, что связано со структурным агрегированием или деструктированием водных асоциатов в растворе. Изучена концентрационная зависимость гидрокарбоната кальция при цикле нагрева и охлаждении и показано, что при нагреве удельное сопротивление растворов уменьшается по экспоненцальному закону, а охлаждение приводит к росту удельного сопротивления по тому же закону. Наблюдаемые эффекты связаны с агрегированием и разрушением макроструктур водных растворов, степень агрегировании которых зависит от концентрации бикарбоната кальция в растворе. При охлаждении раствора от 80 до 20^0 восстанавливается процесс структурирования молекул в растворе, и это становится причиной возрастания удельного сопротивления, однако при цикле нагрева вновь наблюдается разрушении агрегатов воды, что приводит к уменьшению удельного сопротивления. Процесс замораживания и кипячения растворов существенно влияет на удельное сопротивление при циклах нагрева (20-80^0С) и охлаждение (80-20^0С). Показано, что удельное сопротивление раствора до оледенения заметно ниже, чем после оледенения, такая же закономерность обнаружена для систем растворов до и после кипячения: при изменении концентрации растворов в пределах $(1\text{-}5)10^{-3}$г/л удельное сопротивление растворов уменьшается от 0,67 до $1,1.10^5$ Ом. см и от 0,34то $0,45.10^5$ Ом. см, соответственно.

Ключевые слова: электрод, раствор, жидкость, частица, анод, катод, ион, диссоциация, электролиз, проводимость, гистерезис, водород, кислород, удельное сопротивление, оледнение, кипение.

THE STUDY OF THE ELECTRICAL PROPERTIES OF AQUEOUS SOLUTIONS OF CALCIUM BICARBONATE

It was shown that when the concentration of calcium bicarbonate in aqueous solutions decreases, an increase in the hysteresis area of resistance is observed, but boiling of these solutions leads to a decrease in hysteresis, which is associated with structural aggregation or destructed water associates in the solution. The concentration dependence of calcium bicarbonate during the heating and cooling cycle was studied and it was shown that during heating the specific resistance of solutions decreases exponentially, and cooling leads to an increase in specific resistance according to the same law. The observed effects are associated with the aggregation and destruction of the macrostructures of aqueous solutions, the degree of aggregation of which depends on the concentration of calcium bicarbonate in the solution. When the solution is cooled

from 80 to 200, the structuring of molecules in the solution is restored and this causes an increase in the specific resistance; however, during the heating cycle, water aggregates are again destroyed, which leads to a decrease in the specific resistance. The process of freezing and boiling solutions significantly affects the resistivity during heating cycles (20-800C) and cooling (80-200C). It is shown that the resistivity of the solution before glaciation is noticeably lower than after glaciation, the same pattern was found for the systems of solutions before and after boiling: when the concentration of solutions changes within (1-5) 10-3g / L, the specific resistance of solutions decreases from 0, 67 to 1.1.105 **Om.cm** and from 0.34to 0.45.105 **Om.cm** respectively.

Key words: electrolyte, solution, liquid, particle, anode, cathode, ion, dissociation, electrolysis, conductivity, hysteresis, hydrogen, oxygen, resistivity, glaciation, boiling.

Сведения об авторах: ***Султонов Низом*** - Таджикский национальный университет, доктор физико-математических наук, профессор кафедры физической электроники. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **(+992) 988-00-35-88**
Нозимов Отачон Нарзуллоевич **-** НИИ Таджикский национальный университет, старший научный сотрудник. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки 17. Телефон: **915-52-03-67**
Хукматов Аваз Ибрагимович **-** НИИ Таджикский национальный университет, ведущий научный сотрудник. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки 17. Телефон: **919-60-82-28**
Хамрокулов Раджабмурод **-** Таджикский национальный университет, доцент кафедры физической электроники. **Адрес:** Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки 17. телефон: **904-16-07-75**

Information about the authors: ***Sultonov Nizom*** **-** Tajik National University, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Physical Electronics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **(+992) 988-00-35-88**
Nozimov Otachon Narzulloevich - Research Institute Tajik National University, Senior Researcher. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue 17. Phone: **915-52-03-67**
Khukmatov Avaz Ibragimovich - Research Institute Tajik National University, a leading researcher. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue 17. Phone: **919-60-82-28**
Khamrokulov Rajabmurod - Tajik National University, Associate Professor of Physical Electronics. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue 17. Phone**: 904-16-07-75**

УДК 631.53.027.3:633.16

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗОЛОТА И СЕРЕБРА МЕТОДОМ НЕЙТРОННО-АКТИВАЦИОННОГО АНАЛИЗА

Нарзиев А., Ходжаев Т.А., Сафаров С.Ф.
Таджикский национальный университет

Целью работы являлось выяснение возможности определения золота и серебра в составе концентратов инструментальным методом активационного анализа с использованием многоканальных анализаторов и источников Cf^{252} и $НГ-160А$.

Измерительная установка для выполнения работ по количественному определению золота представляет из себя многоканальный анализатор АИ-256-1. Для регистрации гамма-излучения применялся сцинтилляционный датчик с кристаллом $NaI\ (Te)$ размером 40-40 мм. с 12 к 30 мм. и Ф Э У -99. Стабильность напряжения питания сцинтилляционного датчика обеспечивалась применением высококачественных стабилизирующих систем.

При обработке для качественного анализа образцов использовалась установка, состоящая из 1024 канального анализатора импульсов и $Ge-hi$ детекторов объемов 40 см^3. Энергическое разрешение применяемого спектрометра составляет 7,6% для гамма линии-цезия 137 $(E=0{,}662МэВ)$ и 10.2% для гамма-линии $Am-198\,(E=0{,}912МэВ).0{,}912МэВ$

Как известно, линейность шкалы многоканального анализатора является особенно важной характеристикой при качественной интерпретации сложной гамма – спектров. График зависимости номера канала анализатора АИ-256-1 от энергии гамма – излучения при двух усилителях, охватывающих диапазон энергий $0{,}16\div0{,}7МэВ\,и\,0{,}16\div1{,}5МэВ$, показан на рис. 1.

В качестве источника нейтронов были использованы источник нейтронов $Cf-252$ с потоком нейтронов $10^8\,\frac{Н}{сек}\cdot4\pi$ и нейтронный генератор НГ-160 А. с потоком $5\cdot10^9\,Н/сек$.

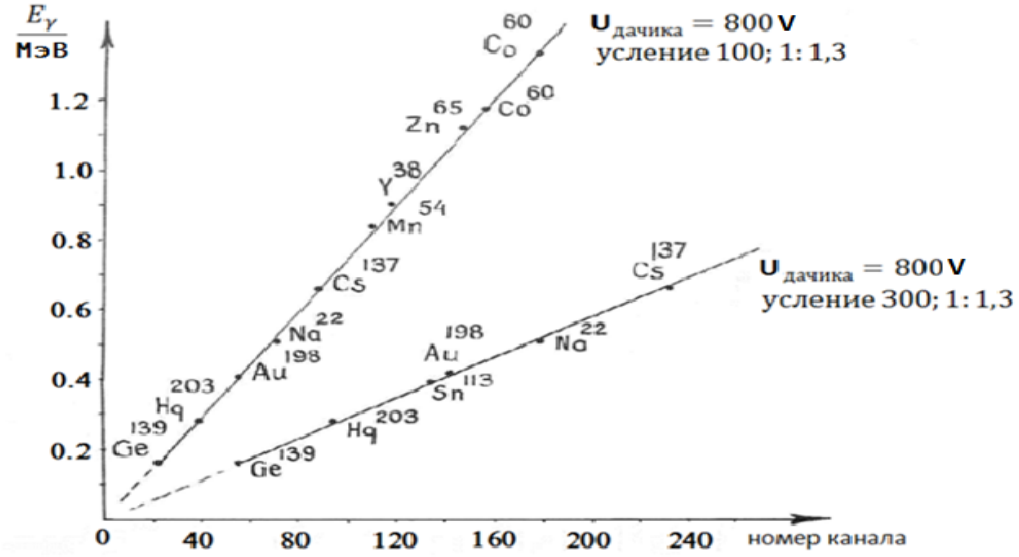
Средний выход нейтронов источника $Cf-252$ 9,802 нейтрона на распад, средняя энергия которых En=2,5МэВ, $T_{1/2}$=2,65 года. Максимальная интенсивность в спектре нейтронов соответствует 0,7 МэВ. На нейтронном генераторе НГ-160А были получены нейтроны с энергией 14 МэВ и потоком $5\cdot10^{9}\frac{H}{сек}\cdot4\pi$ плотностью потока $10^{8}н/сек\cdot4\pi$.

Образцы представляют собой концентраты, в составе которых находятся золото, серебро и другие благородные металлы. Приготовленные образцы основаны на свойствах плавления и способности хорошо растворить в себе благородные металлы.

В результате качественного исследования образцов мы можем приступить к количественному анализу представленных образцов. Исследуемые эталонные образцы облучались в потоке тепловых и резонансных нейтронов источниками $Cf-252$ (плотность потока $0{,}7\times10^{4}$н/см^{2}сек) в течение различных промежутков времени, начиная от 15 до 67 часов. Наведённая активность измерялась сцинтилляционным спектрометром с кристаллом NaJ.

Рис.1. График зависимости энергии гамма-излучения от номера канала анализатора при различном усилении

Fig. 1. Graph of gamma radiation energy versus analyzer channel number at various amplifications



Результаты нейтронного активационного определения золота с применением источника нейтронов $Cf-252$ приведены в таб.1.

№	№ образца	Результатом пробного анализа, Г/Т	Содержание в модельных образцах, МГ	Данные активационного анализа, МГ	Данные активационного анализа, Г/Т	Расхождение между данными активационного и пробирного анализа, %	Относительные ошибки измерения, %
1	17787	302	-	0,14	2,8	19,5	22,3
2	17474	7,5	-	0,31	6,2	19	10,9
3	2098	11	-	0,75	14,4	25	14,4
4	21628	24,9	-	0,56	22,4	10,5	0,8
5	10	-	50	7,17	-	5,7	9,1
6	7	-	39,74	42,05	-	5,8	9,4
7	6	-	30,10	30,54	-	-	0,9
8	2	-	20,02	17,02	-	-	2,4

Основные уравнено-связные ядерно-физические характеристики образующихся в результате ядерных реакций радиоактивных изотопов, их периоды полураспада и величину наведенной активности можно записать в виде:

$$A_t = Zf_m \cdot Q_{akm}\theta \frac{m}{M_0}\left(1 - e^{-\frac{0.693}{T_{1\backslash 2}}t_1}\right)e^{-\frac{0.693}{T_{1\backslash 2}}t_2} \qquad (1)$$

где A_t – величина наведенной активности, Z-число Авогадро, f_m-число потока нейтронов, $\sigma_{акт}$-сечение активаций, θ- естественные смеси изотопов, m-вес активируемого элемента (грамм), M_0-атомный вес активируемого элемента, t_1-время активации, t_2- время «охлаждения», $T_{1/2}$-период полураспада. Активность определяемого элемента в образце представляется с эталоном, а весовая концентрация элемента в образце $m_\times$ определяется из соотношения:

$$m_x = m_{a\tau}\frac{A_x}{A_{эт}} \qquad (2)$$

где m_{ar} - весовая концентрация элемента в эталоне, A_x и $A_{a\tau}$ - активность образца в эталоне.

При облучении проб потоком тепловых нейтронов, полученных в результате замедления нейтронов парафином, происходит реакция:

$$A_q - 197(n,\gamma)A_u - 198$$

Определение золота и серебра проводилось по гамма-линии $A_u - 198$, E_γ=0,412кэВ. Теоретический расчет эталонов чувствительности определялся по формуле:

$$m_x = m_{a\tau}\frac{A_t \cdot m_0}{f_m\sigma\theta \cdot 0{,}693\left(1 - e^{-\frac{0{,}693}{T1\backslash 2}t}\right)} \qquad (3)$$

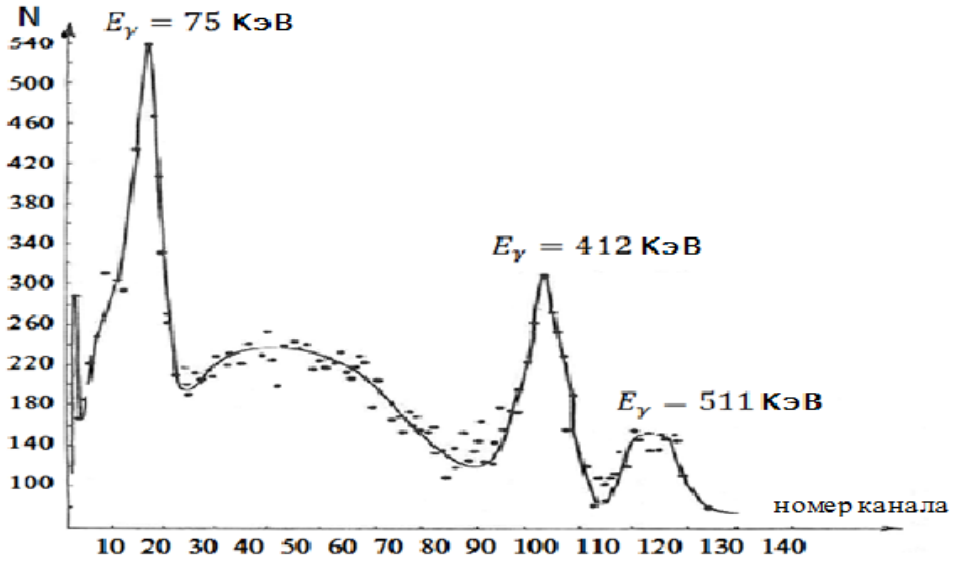
Это показывает, что при минимальной определенной наведенной активности, подсчитываемой на площади фотопика в 2,2 импульс /сек.

Образцы облучались в течение 160 часов потоком тепловых нейтронов и после одночасового «охлаждения» были сняты их гамма-спектры. Время измерения, в зависимости от интенсивности гамма-излучения варьировалась в пределах 4000÷6500 имп/сек (рис. 2).

Качественный анализ гамма-спектров производился $Ge - hi$ детектором объемом 40см^3, сцинтилляционным детектором NaJ(Tℓ) размером 40 х 40мм^2 с колонем.

Рис.2. Аппаратурный спектр образца №2058, снятый на стинцилятиционном детекторе с кристаллом NAJ(Tℓ) 40 х 40мм с колонем

Fig. 2. The hardware spectrum of sample No. 2058, recorded on a stintillation detector with a NAJ (Tℓ) crystal 40 x 40 mm with a column



Гамма-спектр модельного образца №7 после 12-часового «охлаждения» представлен на рис 3. Время набора информации составляло 200 сек. В спектрах четко определяются гамма-линии Рв-203(0,073 и 0,279МэВ) и Рв-204(0,75; 0,0889 и 0,92МэВ) и, соответственно, гамма-линии A_u=198. При этом гамма-линии Рв-203(0,00 МэВ) лежат на уровне фона (рис.4).

Кроме того, как показали исследования, вместе с вышеуказанными гамма-линиями Рв-209, Рв-204 в гамма-спектрах некоторых образцов идентифицируются гамма-линии Cu-54 с энергией 0,511 МэВ. Mn-56 образующиеся по реакции:

$F^{56}(n,\gamma)Mn^{56}$ с энергией 0,046 МэВ и $T_{1/2}$=2,6часа и Na-24 (E_γ=3,70МэВ).

При анализе малых концентраций золота (1÷10г/т) оказалось целесообразным выравнивать образцы в течение 70-80часов перед их измерением, при больших содержаниях вполне достаточным оказалось порядка 19-20 часов. За это время Mn-56 (E_γ= 0,156 МэВ) практически распадается и не оказывает никакого влияния на фотопик золота, комптоновское распределение от Cu-64 оказывает незначительное влияние, которое также учитывается при обработке спектров. Влиянием гамма-линии Рв-203 (E_γ= 0,400 МэВ) можно пренебречь при времени экспозиций 1-3мин. (См. Рис.5).

Следует отметить, что увеличение времени облучения свыше 1 часа является нецелесообразным, с точки зрения производительности анализа.

Наряду с золотом в исследуемой пробе-породе извлекается и серебро, содержание которого колеблется в широких пределах (от 1г/т до 60г/т и выше).

При облучении тепловыми нейтронами образцов, содержащих в своем составе серебро, происходят следующее реакции:

$$A_u\text{-}107(n,\gamma)\ A_u\text{-}108$$

Реакция, происходящие на тепловых нейтронах обычно обладают большим сечением активации. В данном случае реакция имеет сечения активации - 45барн и период полураспада 2,12 минуты, но определение серебра практически невозможно в виду малого выхода гамма-линии.

Рис.3. Гамма-спектр модельного образца №7 (A_u÷ Рв), снятый на сцинтилляционном спектрометре, после 12-часового «охлаждения»

Fig. 3. Gamma-ray spectrum of model sample No. 7 (Au ÷ Рв), taken on a scintillation spectrometer, after a 12-hour “cooling”

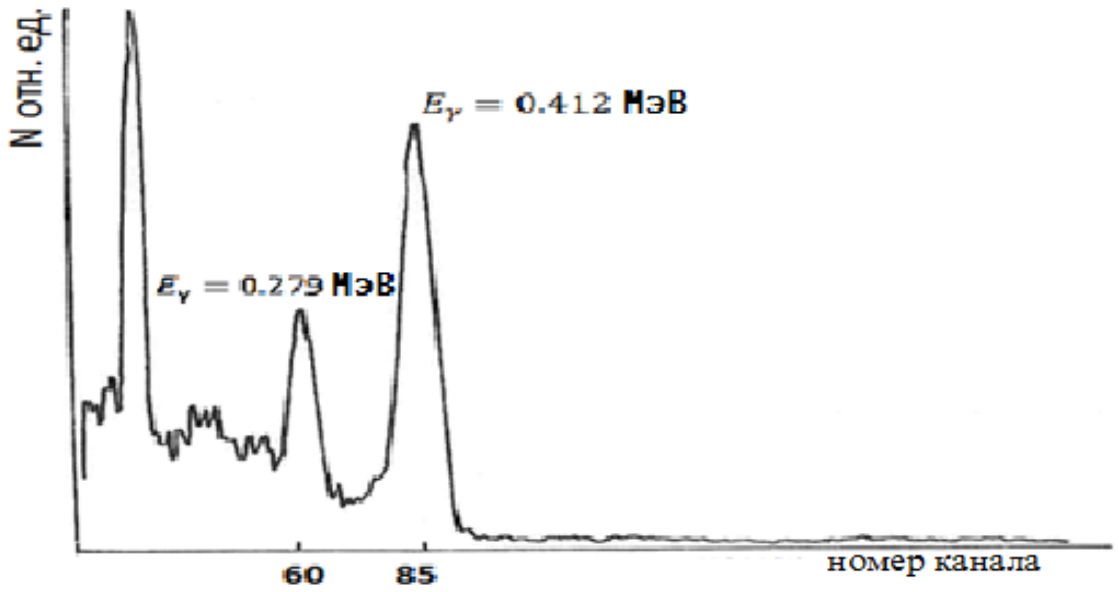


Рис.4. Гамма-спектр фона снятий на $G_e - h_i$-детекторе и анализаторе во время идентичное времени измерения образца

Fig. 4. The gamma spectrum of the background of readings at the detector and analyzer during an identical measurement time of the sample

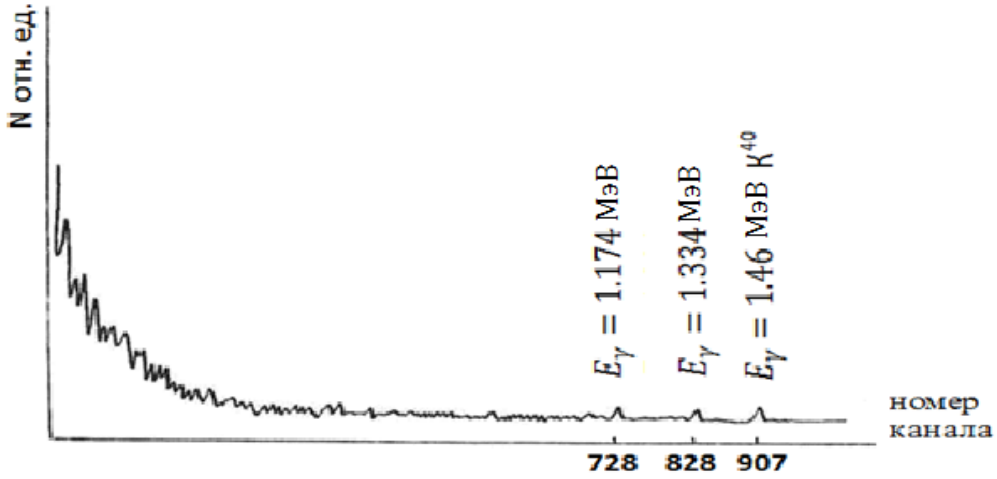
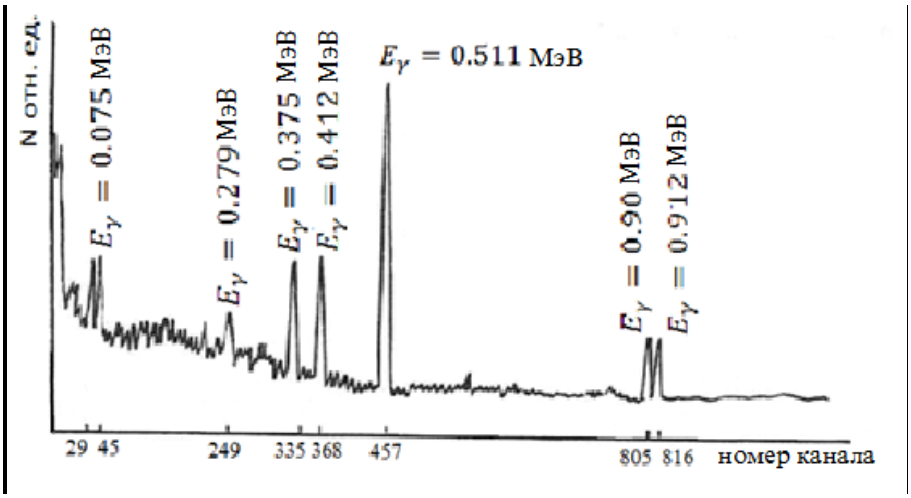


Рис.5. Гамма-спектр модельного образца №7 (A_u÷ Pв), снятый на $GLi - G_e$-спектрометре после 20мин. облучения в потоке тепловых нейтронов

Fig. 5. Gamma-ray spectrum of model sample No. 7 (Au ÷ Pв), taken on a spectrometer after 20 min. irradiation in a stream of thermal neutrons



Проведенные исследования по качественному определению серебра показали, что при исследовании источника нейтронов калифорний -252 с потоками тепловых нейтронов $5 \cdot 10^4$ н/см^2 ·сек, определение серебра возможно лишь при циклическом облучении образцов.

На основании экспериментальных результатов можно отметить:

Проведенное исследование по применению нейтронно-активационного метода анализа золота и серебра с использованием нейтронного источника позволило сделать выводы о возможности его количественного определения с концентрациями 1,5г/т и выше. Метод обладает высокой точностью (воспроизводимостью) определений, однако затраты на его производство пока высоки.

Проведенное исследование по качественной оценке определения серебра в составе пробы позволяет сделать выводы о возможности проведения анализа лишь при наличии мощного потока тепловых нейтронов более $5 \cdot 10^4$н/см^2·сек.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фронтасьева М.В. Эпитепловой нейтронный активационный анализ на реакторе ИБР-2 ЛНФ ОИЯИ / М.В. Фронтасьева // Ядерная физика. - 2008. -Т.71. -№10. -С.1714-1725.
2. Методы рассеяния нейтронов: лабораторный практикум. -Дубна: ОИЯИ, 2013. -С.1-53.

3. Analysis of neutron flux distribution for the validation of computational methods for the optimization of the research reactor utilization / L. Snoj, A. Trkov, R. Jacimovic [et al.] // Applied Radiation and Isotopes. - 2011. -V.69. -P.136-141.
4. Quality aspects of research reactor operations for instrumental neutron activation analysis held in Accra / ed. by E.H.K. Akaho, P. Bode, Dodd Bdu, J.F. Bruyn, B. Saichi, M.K. Shaat // IAEA-TECDOC-1218 // IAEA. -Vienna, 2001. -P.60.
5. Дмитриев А.Ю. Автоматизация количественного определения содержания элементов в образцах методом нейтронного активационного анализа на реакторе ИБР-2 в ЛНФ ОИЯИ / А.Ю. Дмитриев, С.С. Павлов // Письма в ЭЧАЯ. - 2013. -Т.10. -№1(178). -С.58-64.
6. Расчетно-экспериментальные исследования по определению чувствительности метода ИНАА проб минерального сырья с использованием реакторов ИВГ.1М и ИГР / Ю.В. Алейников, С.Б. Кожаханов, Ю.А. Попов [и др.] // Вестник НЯЦ РК. - 2013. -№3. -С.69-74.
7. Азаров В.А. Результаты определения элементного состава веществ, полученные методом нейтронного активационного анализа с использованием экспериментальной базы РГП НЯЦ РК / В.А. Азаров, М.Е. Силаев // Вестник НЯЦ РК РК. - 2003. -№1.-С.5-8.
8. Обзор результатов исследований импульсного реактора ИГР / Н.В. Горин, Я.З. Кандиев, А.Н. Щербина [и др.] // Вестник НЯЦ РК РК. - 2003. -№1. -С.50-55.
9. Фронтасьева М.В. Нейтронный активационный анализ в науках о жизни: обзор // Физика элементарных частиц и атомного ядра. - 2011. -Т.42. -№2. -Р.636-716.
10. Intercomparison between Neutron Activation Analysis Laboratories for Trace Elements Determination in Laustine Sediments / L.C. Dinescu, O.A. Culicov, O.G. Duliu [et al.] // Journal of trace and microprobe techniques. - 2003. -V.21. -№4. -P.665-676.
11. Investigating the influence of Instrumental Neutron Activation Analysis on European Trade Glass Beads / A. Bonneau, J.-F. Mo-reau, R.G.V. Hancock [et al.] // Proc. of the 39th International Symposium for Archaeometry. -Leuven, 2012. -P.180-185.
12. Нейтронно-активационный анализ волос детей, больных анемией / С. Мухаммедов [и др.] // Атомная энергия. - 2011. -Т.111. -№3. -С.171-174.
13. Гутько В.И. Активационный анализ: курс лекций / В.И. Гутько. -Минск: МГЭУ им А.Д. Сахарова, 2008. -74 с.
14. Нарзиев А. Нейтронное- абсорбционное определение содержания Бора (B^{10}), лития (Li^6) и кадмия (Cd^{113}) в различных образцах / А. Нарзиев Т. Ходжаев, Х. Акимбеков // Материалы Международной конференции, посвященой памяти Хакимова Фотеха Халиковича. -Душанбе, 2017.

БО УСУЛИ ТАҲЛИЛИ АКТИВАТСИОНИИ НЕЙТРОНҲО МУАЙЯН КАРДАНИ ТИЛЛО ВА НУҚРА

Мақсади кор эҳтимолияти муайян кардани тилло ва нуқра бо усули таҳлили активатсионии нейтронҳо, бо истифодабарии таҳлилкунаки бисёрканала ва манбаи пуркуввати нейтронҳо калифорний – 252 ва генератори нейтронҳо навъи -160А.

Дастгоҳ барои иҷрои кор иборат аз таҳлилкунаки амплитуда АИ-256-1. Барои бақайдгирии гамма афканишот бақайдгираки синтиллатсионӣ бо булури NaI (Te) ченаки 40х40мм бо колодсия (чуқурча) масоҳаташ 12*30мм^2 бо фотофузунсози ФФС- 99 истифода шуд. Натиҷаҳои ченшуда ва коркарди онҳо дар ҷадвали 1 ва расмҳои $1 \div 5$ оварда шудаанд.

Дар асоси натиҷаҳои ченмазкур ба чунин хулоса омадан мумкин аст, ки эҳтимоли миқдоран муайян кардани ғунҷоиши тилло аз 1,5 г/т зиёд аст. Барои сифатан муайян кардани нуқра дастаи пуркуввати нейтронҳои ҳарорати зиёда аз 5х10^4 нейтрон /см^2.сон зарур мебошад.

Калидвожаҳо: анализатор, датчики сцинтиллятсионӣ, шарҳ, сарчашмаи нейтронҳо, суръатнокӣ, спектр, эталон, фаъолнокгардонӣ.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗОЛОТА И СЕРЕБРА МЕТОДОМ НЕЙТРОННО-АКТИВАЦИОННОГО АНАЛИЗА

Цель работы являлось выяснение возможности определения золота и серебра в составе концентратов инструментальным методом активационного анализа с использованием многоканальных анализаторов и источников нейтронов калифорний -252 и НГ-160А.

Измерительная установка для выполнении работ по количественному определению золота и серебра представляет из себя многоканальный анализатор АИ-256-1. Для регистрации гамма –излучения применился сцинтилляционный датчик с кристаллом NaI(Te) размером 40*40мм^2 с колоцием 12*30мм^2 и ФЭУ-99. Кроме того, использовались детектор G_e-I,i Объемом 40 см^3 и 25 см^2.

Полученные экспериментальные результаты и обработки результатов приведены в табл.1. и рис. $1 \div 5$ на основе полученных результатов можно отметить, что возможность количественного определения золота в составе концентрациями составляет 1,5г/т выше.

Проведенное исследование по качественной оценке определения серебра в составе пробы позволяет сделать выводы о возможности проведения анализа лишь при наличия мощного потока тепловых нейтронов более 5х10^4 нейтрон /см^2*с.

Ключевые слова: анализатор, сцинтилляционный датчик, интерпретации, источник нейтронов, интенсивность, спектр, эталон, активации.

DETERMINATION OF GOLD AND SILVER BY NEUTRON ACTIVATION METHOD OF ANALYSIS

The purpose of the work was to clarify the possibility of determining gold and silver in the composition of concentrates by the instrumental method of activation analysis using multichannel analyzers and neutron sources californium -252 and NG-160A.

The measuring installation for performing work on the quantitative determination of gold and silver is a multi-channel analyzer AI-256-1. A scintillation sensor with a NaI (Te) crystal measuring 40 * 40 mm2 with a colocyte of 12 * 30 mm2 and PMT-99 was used to register gamma radiation. In addition, a detector with a volume of 40 cm3 and 25 cm2 was used.

The obtained experimental results and processing of the results are shown in table 1. and rice. on the basis of the obtained results, it can be noted that the possibility of quantitative determination of gold in the composition with concentrations is 1.5 g/t higher.

Conducted studies on the qualitative assessment of the determination of silver in the sample make it possible to draw conclusions about the possibility of analysis only if there is a powerful thermal neutron flux of more than 5x104 neutrons / cm2 * s.

Key words: analyzer, scintillation sensor, interpretations, neutron source, intensity, spectrum, standard, activation.

Сведения об авторе: ***Ходжаев Тохир Абдуллоевич*** - Таджикский национальный университет. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **(+992) 900-52-63-52.** E-mail: **toir.khodzhaiev.62@mail.ru**

Information about the author: ***Khojaev Tokhir Abdulloevich*** - Tajik National University. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **(+992) 900-52-63-52**. E-mail: **toir.khodzhaiev.62@mail.ru**

УДК 530.1:542

КВАНТОВО - ХИМИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛЕКУЛЯРНОЙ СТРУКТУРЫ 1.2.4-ТРИАЗОЛА И РАСЧЕТ ЕГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО СПЕКТРА

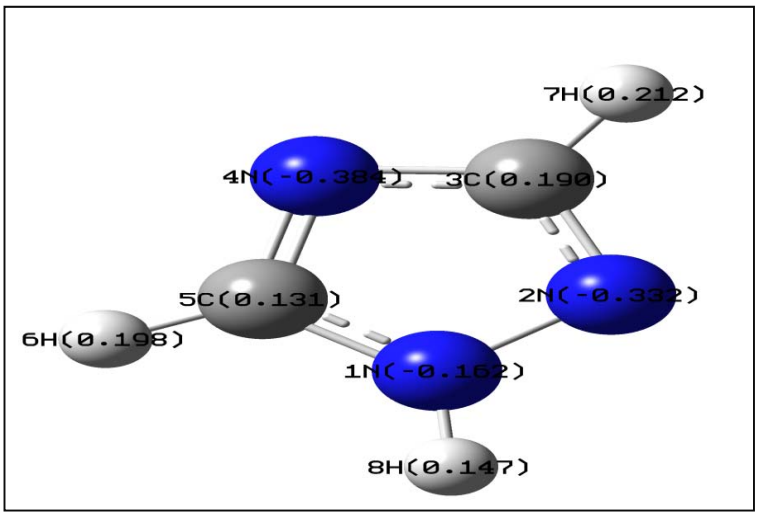
Абдулов Х.Ш., Муллоев Н.У., Ходиев М.Х, Файзиева М.Р., Исломов З.З., Файзиева М.Р.
Таджикский национальный университет

Триазолы и их производные обладают высокой биологической активностью. Более детальное изучение физиологических свойств дало возможность найти среди этого класса соединений перспективные лекарства [1,с.134].

В последнее время для получения данных, необходимых для установления механизмов сложных органических реакций, используются квантово-химические расчеты в качестве одного из физико-химических методов [2,с.985; 3,с.168].

В данной работе квантово–химическим методом рассчитана молекулярная структура 1.2.4- триазола и теоретически исследуется ее колебательный спектр.

Молекулярная структура 1.2.4-триазола рассчитана методом функционала электронной плотности B3LYP/6–31G с использованием комплекса программ Gaussian [4,с.890; 7,с.20].



На рис.1 приведена молекулярная структура 1.2.4-триазола,

Рис. 1. Молекулярная структура 1.2.4-триазола
Fig. 1. Molecular structure of 1.2.4-triazole

В таблице 1 представлены рассчитанные геометрические параметры в естественных координатах (длины связи, валентные углы и двухгранные углы).

Табл. 1. Геометрические параметры 1.2.4-триазола
Tab. 1. Geometric parameters 1.2.4-triazole

Связь	Длина связи, Å	Углы	Значение угла, град.	Двухгранные углы	Значение двухгранного угла, град
R(1,2)	1.3404	A(2,1,5)	109.8007	D(5,1,2,3)	-0.0001
R(1,5)	1.33	A(2,1,6)	120.7313	D(6,1,2,3)	180.0000
R(1,6)	0.9926	A(5,1,6)	129.4681	D(2,1,5,4)	0.0
R(2,3)	1.295	A(1,2,3)	102.5604	D(2,1,5,8)	180.0
R(3,4)	1.3553	A(2,3,4)	114.7814	D(6,1,5,4)	179.9997
R(3,7)	1.0693	A(2,3,7)	122.131	D(6,1,5,8)	-0.0004
R(4,5)	1.2988	A(4,3,7)	123.0876	D(1,2,3,4)	0.0001
R(5,8	1.0704	A(3,4,5)	102.6639	D(1,2,3,7)	180.0000
		A(1,5,4)	110.1937	D(2,3,4,5)	0.0
		A(1,5,8)	123.4456	D(7,3,4,5)	180.0000
		A(4,5,8)	126.3608	D(3,4,5,1)	0.0
				D(3,4,5,8)	-179.9999

Примечание: R(i,j) - связь между атомами i и j; A(i,j,k)- угол между связями, которые образованы, соответственно, атомами i,j и j,k;D(i,j,k,l)-двухгранный угол между плоскостями, которые проходят, соответственно, через тройку атомов i,j,k и j

Расчёт частот нормальных колебаний молекул 1.2.4-триазола проведен по известной методике, с использованием комплекса программ LŬV-100. Этот комплекс программ, созданный под руководством Л.А. Грибова, предназначен для расчёта колебательных спектров молекулы, решения квантовых, обратных механических и электрооптических задач, с возможностью использования библиотеки молекулярных фрагментов. ҳ8-10]. В таблице 2 представлены частоты нормальных колебаний молекулы 1,2,4-триазола и их отнесение.

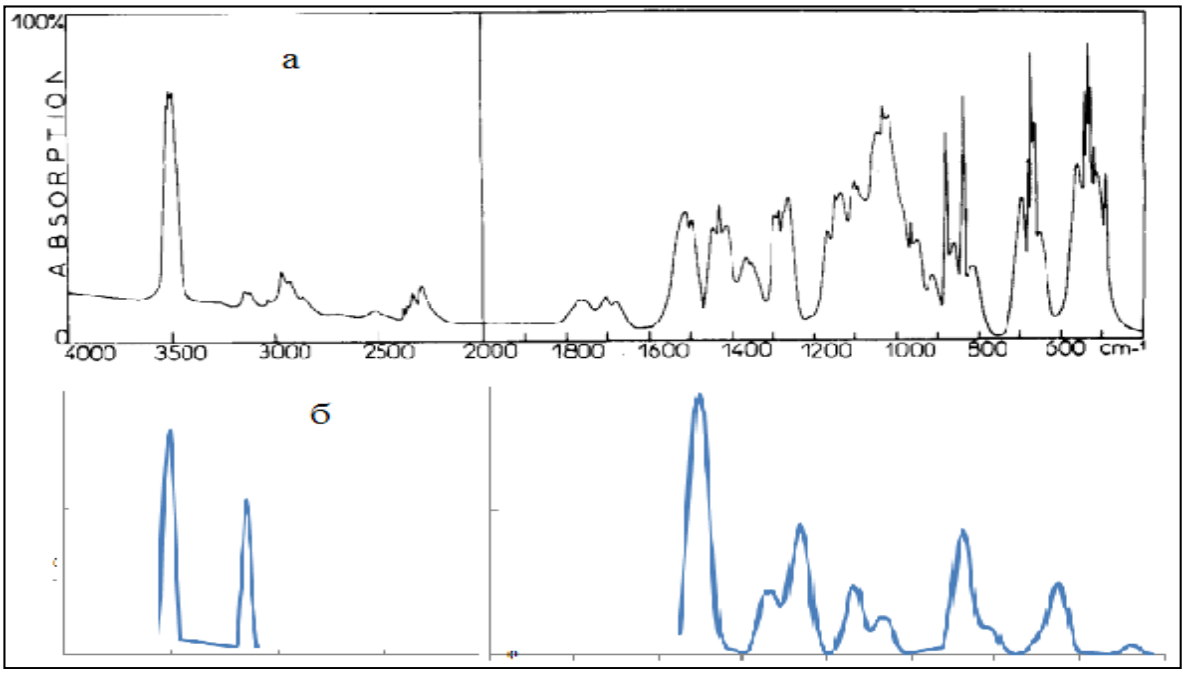
Таблица 2. Частоты нормальных колебаний молекулы 1,2,4-триазола и их отнесение
Table 2. Frequencies of normal vibrations of 1,2,4-triazole molecule and their assignment

ν, $см^{-1}$	Отнесение	ν, $см^{-1}$	Отнесение
3507	q_{NH}	1242	$\beta_{N\text{-}C\text{-}H}$
3144	q_{CH}	1135	$\beta_{N\text{-}C\text{-}H}$
3141	q_{CH}	1066	$\beta_{N\text{-}N\text{-}H}$, $\beta_{C\text{-}N\text{-}H}$
1506	$\beta_{N-N-H}, \beta_{C-N-H}$	877	ρ_{CH}
1434	β_{N-C-H}	812	$\beta_{N\text{-}C\text{-}H}$
1341	β_{N-N-H}	702	$\gamma_{N\text{-}N\text{-}C}$, $\gamma_{C\text{–}N\text{–}C}$
1305	β_{N-C-H}	682	$\gamma_{N\text{-}N\text{-}C}$, $\gamma_{C\text{–}N\text{–}C}$
1291	ρ_{CH}	649	χ, ρ_{CH}
1265	ρ_{CH}	477	ρ_{CH}

Примечание: q – валентные колебания C–H, N-H; β – деформационные колебания углов N–C–H, C–N–H; γ – деформационные колебания углов C–N–C, N–N–C, C–N–C; ρ_{CH}- неплоская колебательная координата выхода из плоскости связи C–H, χ- колебания двугранных углов.

На рис.2 приведены теоретический (б) и экспериментальный (а) ИК – спектры 1.2.4-триазола в области частот 4000 – 500 $см^{-1}$

Рис.2. Экспериментальный (*а*) [1] и теоретический (*б*) ИК-спектр 4-1,2,4-триазола
Fig.2. Experimental (a) [1] and theoretical (b) IR spectrum of 4-1,2,4-triazole



Из рис.2 видно, что теоретический спектр хорошо описывается экспериментальным спектром 1.2.4-триазола в высокочастотной и среднечастотной областях.

В табл.3 приведено сравнение частот максимумов полос поглощения в экспериментальном и теоретическом ИК – спектрах 1.2.4-триазола.

Табл. 3. Сравнение частот максимумов полос поглощения в экспериментальном и теоретическом ИК – спектрах 1,2,4-триазола
Tab. 3. Comparison of the frequencies of the maxima of the absorption bands in the experimental and theoretical IR spectra of 1,2,4-triazole

Эксперимент [5]	Расчет	Эксперимент [5]	Расчет
ν, $см^{-1}$		ν, $см^{-1}$	
3510	3506	1103	1095
3140	3141	1040	1066
3137	3137	970	926
1503	1505	909	
1430	1403	883	876
1360	1341	842	826
1280	1311	678	651
1260	1264	623	599
1155	1135	538	477

Из табл. 3 очевидно, что частоты максимумов полос поглощения в экспериментальном и теоретическом ИК–спектрах 1.2.4-триазола совпадают.

Таким образом, совпадение рассчитанных частот максимумов полос поглощения с экспериментальными частотами и качественное воспроизводство экспериментального спектра показывают, что выбранное силовое поле и электрооптические параметры могут быть использованы для расчётов колебательных спектров и интерпретации ИК – спектров гетероциклических соединений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антонова М.И. Гетероциклические соединения / М.И. Антонова, А.С. Берлянд. -М.: Наука, 2010. -Часть-4. - 245 с.
2. Кристаллическая и молекулярная структура 5-ацетилаамино-3- нитро -1, 2, 4-триазола /[А.Д. Васильев, А.М. Астахов, В.В. Задов и др.]// ЖСХ. – 2003. -т. 44. -Т5. -С.984-988.
3. Абдулов Х.Ш., Квантово-химическое определение молекулярной структуры 4- хлорметил-1,3-диоксолана и расчёт его колебательного спектра / [Х.Ш. Абдулов, Н.У. Муллоев, М. Ходиев и др.] // РАН Вестник Таджикского национального университета Серия естественных наук. - 2019. -№1. –С.169-174.
4. Helgaker T. Molecular electronic – structure theory / T. Helgaker, P. Jorgensen, J. Olsen. -New-York: JonhWiley&Sons.LTD, 2000. - 890 p.
5. Бутырская Е.В. Компьютерная химия:основы теории и работа с программами Gaussian и GaussView / Е.В. Бутырская. -М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2011. –С.4.
6. 1,2,4-Triazole: Vibrational spectra, normal coordinate calculations, and hydrogen bonding / D. Bougeard , Le Calve N., B.S. Roch, A. Novac //J. Chem. Phys. – 1976. -v.64. -№12. -P.5152-5164.
7. Frisch V, Trucks G.W., Schiegel H.B. et al. Gaussian 03. Revision B.03, Gaussian Inc. Pittsburgh. - 2003. -P.20.
8. Грибов Л.А. Моделирование колебательных спектров сложных соединений на ЭВМ / Л.А. Грибов, В.А. Дементьев. -М.: Наука, 1981. -356 с.
9. Грибов Л.А. Интерпретированные колебательных спектров алканов, алкенов и производных бензола / Л.А. Грибов, В.А. Дементьев, А.Т. Тодоровский. -М.: Наука, 1986. –С.89.
10. Грибов Л.А. Введение в молекулярную спектроскопию / Л.А. Грибов. -М.: Наука, 1981. –359 с.

МУАЙЯНКУНИИ КВАНТОХИМИЯВИИ СОХТОРИ МОЛЕКУЛАВИИ 1.2.4-ТРИАЗОЛ ВА МУҲОСИБАИ СПЕКТРИ ЛАППИШИИ ОН

Пайвастагиҳои гетеросиклӣ яке аз маъмултарин гурӯҳи пайвастагиҳои органикӣ ба ҳисоб мераванд. Онҳо дар таркиби бисёре аз моддаҳои табиӣ, аз он ҷумла кислотаи нуклетӣ, хлорофил, гени хун, алкалоидҳо ва бисёр намуди витаминҳо мавҷуд мебошанд. Солҳои охир 1.2.4-триазол ва ҳосилаҳои он бо сабаби аҳаммияти доруворӣ доштанашон таваҷҷуҳи зиёдро ба худ ҷалб намудаанд. Триазол ва ҳосилаҳои он яке аз пайвастагиҳои панҷаъзогии пайвастагиҳои гетеросиклӣ ба ҳисоб мераванд ва якчанд намудҳои гуногуни синтези онҳо ба хубӣ омӯхта шудааст.

Солҳои охир ҳисобкуниҳои физикаи квантӣ ҳамчун яке аз усулҳои физикӣ-химиявии барои ба даст овардани натиҷаҳо, ҷобаҷогузории механизмҳои реаксияҳои мураккаби органикӣ, ҳисобкуниҳои квантохимиявӣ, ҳамчун яке аз усулҳои тадқиқоти физикӣ-химиявӣ истифода бурда мешаванд. Дар байни усулҳои физикӣ-химиявӣ, омӯзиши сохтори реаксионии молекулаҳо, ин усул мавқеи хоссаро ишғол менамояд. Дар алоқамандӣ бо ин, омӯзиши назариявии пайвастагиҳои гетеросиклӣ хело муҳим аст.

Дар кори мазкур бо ёрии усули функсионалии зичии электронӣ B3LYP/6–31G бо истифода аз маҷмӯи барномаҳои Gaussian, сохтори молекулии 1.2.4-триазол, басомади лаппишҳои нормалӣ ва интенсивияти тасмаи фурӯбурд дар спектри инфрасурхи молекулаи 1.2.4-триазол ҳисоб карда шудааст.

Бо ёрии маҷмӯи барномҳо барои ҳисоб кардани спектри лаппишии молекулаҳои бисёратома, спектри лаппишии молекулаи 1.2.4-триазол ҳисоб карда шудааст. Мувофиқ омадани басомадҳои максимумҳои тасмаҳои фурӯбурди ҳисобкардашуда бо басомадҳои таҷрибавӣ ва мувофиқоии сифатии спектри таҷрибавӣ нишон медиҳад, ки доимии қуввагӣ ва параметрҳои электрооптикии интихобшударо метавон барои ҳисоб кардани спектри лаппишӣ ва шарҳи спектрҳои инфрасурхи пайвастагиҳои гетеросиклӣ истифода бурд.

Калидвожаҳо: усули квантохимиявӣ, сохтори молекулӣ, 1,2,4-триазол, Ик-спектр, усули функсионалии зичӣ, маҷмӯи барномаҳои Gaussian, соҳаи фурӯбурд, басомадҳои нормалӣ, параметрҳои электрооптикӣ, доимии қуввагӣ.

КВАНТОВО - ХИМИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛЕКУЛЯРНОЙ СТРУКТУРЫ 1.2.4-ТРИАЗОЛА И РАСЧЕТ ИХ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО СПЕКТРА

Гетероциклические соединения - самая распространенная группа органических соединений. Они входят в состав многих веществ природного происхождения, таких как нуклеиновые кислоты, хлорофилл, ген крови, алкалоиды, многие витамины. В последние несколько лет 1,2,4-триазолы и их производные привлекли большое внимание ученых, благодаря их лекарственной значимости. Триазолы и их производные являются хорошо известными пятичленными гетероциклическими соединениями, и различные процедуры их синтеза были тщательно изучены.

В последнее время квантово-химические расчеты в качестве одного из физико-химических методов используются для получения данных необходимых для установления механизмов сложных органических реакций. Этот метод занимает особое место среди множества физических и физико-химических методов исследования строения реакционных молекул.

В связи с этим большое значение приобретает их теоретическое исследование. В данной работе методом функционала электронной плотности B3LYP/6–31G с использованием комплекса программ Gaussian рассчитана молекулярная структура 1.2.4-триазола и вычислены частоты нормальных колебаний и интенсивности полос поглощений в ИК – спектре молекулы 1.2.4-триазола.

С помощью комплекса программ для расчёта колебательного спектра многоатомных молекул проведён расчёт колебательного спектра молекулы 1.2.4-триазола. Совпадение рассчитанных частот максимумов полос поглощения с экспериментальными частотами и качественное воспроизводство экспериментального спектра

показывают, что выбранное силовое поле и электрооптические параметры могут быть использованы для расчётов колебательных спектров и интерпретации ИК – спектров гетероциклических соединений.

Ключевые слова: квантово-химический метод, молекулярная структура, 1,2,4-триазол, ИК-спектр, комплекс программ Gaussian, полоса поглащения, нормальные колебания, электрооптические параметры, силовое поле.

QUANTOVO - CHEMICAL DETERMINATION OF THE MOLECULAR STRUCTURE 1.2.4-TRIAZOLE AND CALCULATION OF THEIR VIBRATORY SPECTRUM

Heterocyclic compound is the most common group of organic compounds. They are part of many substances of natural origin, such as nucleic acids, chlorophyll, blood gene, alkaloids, penicillins, many vitamins. In the past few years, 1,2,4-triazoles and their derivatives have received considerable attention due to their medicinal value. Triazoles and their derivatives are well known five-membered heterocyclic compounds, and various procedures for their synthesis have been carefully studied.

Recently, quantum-chemical calculations as one of the physico-chemical methods used to obtain the data necessary to establish the mechanisms of complex organic reactions. This method occupies a special place among the many physical and physico-chemical methods for the study of the structure and reactive molecules. The main goal of the density functional theory is to replace the multi-electron wave function with the electron density when describing the electron subsystem. This leads to a significant simplification of the problem, since the many-electron wave function depends on the SLs of the variables — three spatial coordinates for each of the electrons, while the electron density is a function of only three spatial coordinates.

In connection with this, theoretical research is acquiring great importance. In this work, the electron density functional B3LYP / 6–31G using the Gaussian software package calculated the molecular structure of 1.2.4-triazole and calculated the frequencies of normal vibrations and the intensity of absorption bands in the IR spectrum of the 1.2.4-triazole molecule. Using the software package for calculating the vibrational spectrum of polyatomic molecules, the vibrational spectrum of the 1.2.4-triazole molecule was calculated. The coincidence of the calculated frequencies of the absorption band maxima with the experimental frequencies and the qualitative reproduction of the experimental spectrum show that the selected force field and electro-optical parameters can be used to calculate the vibrational

Key words: quantum chemical method, molecular structure, 1,2,4-triazole, IR spectrum, Gaussian program complex, swathing, normal vibrations, electro-optical parameters, force field.

Сведения об авторах: ***Абдулов Хоким Ширинович*** – Научно-исследовательский институт Таджикского национального университета, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник. **Адрес:** 734025, Республики Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17. E-mail: **h.abdulov54@mail.ru**. Телефон: **917-22-54-11**

Муллоев Нурулло Урунбоевич – Таджикский национальный университет, доктор физико-математических наук, доцент кафедры оптики и спектроскопии. **Адрес:** 734025, Республики Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17. E-mail: **voruch@eml.ru**. Телефон**: (+992) 931-00-33-60**

Ходиев Масрур Хомидходжаевич - Таджикский национальный университет, ассистент кафедры оптики и спектроскопии. **Адрес:** 734025, Республики Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17. E-mail: **masrur_hodiev@mail.ru.** Телефон**: (+992) 937-24-09-90**

Файзиева Мухарама Рахимжоновна **-** Таджикский национальный университет, соискатель кафедры оптики и спектроскопии. **Адрес:** 734025, Республики Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17

Исломов Зафар Зулфонович **-** Таджикский национальный университет, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры оптики и спектроскопии. **Адрес:** 734025, Республики Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17

Файзиева Малохатхон Рахимжоновна - Таджикский национальный университет, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры оптики и спектроскопии. **Адрес:** 734025, Республики Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17

Information about the authors: ***Abdulov Hokim Shirinovich*** - Research Institute of the Tajik National University, Ph.D. in Physics and Mathematics, leading researcher. **Address: 7**34025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. E-mail: **h.abdulov54@mail.ru.** Phone: **(+992) 917-22-54-11**

Mulloev Nurullo Urunboevich **-** Tajik National University, Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Optics and Spectroscopy. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. E-mail: **voruch@eml.ru.** Phone: **(+992) 931-00-33-60**

Khodiev Masrur Khomidkhodzhaevich **-** Tajik National University, assistant of the Department of Optics and Spectroscopy. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. E-mail: **masrur_hodiev@mail.ru.** Phone: **(+992) 937-24-09-90**

Fayzieva M.R. **-** Tajik National University, applicant for the Department of Optics and Spectroscopy. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17

Islomov Zafar Zulfonovich **-** Tajik National University, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Optics and Spectroscopy **Address:** 734025, Rudaki Avenue, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17

Fayzieva Malokhathon Rakhimjonovna - Tajik National University, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Optics and Spectroscopy **Address:** 734025, Rudaki Avenue, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17

УДК 543

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА АДСОРБЦИИ КОБАЛЬТОВЫХ КАТАЛИЗАТОРОВ В УСЛОВИЯХ р.КУШОНИЁН В СРЕДЕ ЭЛЕКТРОЛИТОВ

Назирмадов Д.А., Сафаров М.М. Мирзомамадов А.Г., Абдуназаров С.С.
Институт энергетики Таджикистана,
Филиал МГУ им. М.В. Ломоносова в г. Душанбе,
Таджикский государственный педагогический университет им С. Айни

В работе приводятся результаты экспериментального исследования коэффициента адсорбции кобальтовых катализаторов при температуре 308К и давления 0,101Мпа в системе в растворе NaCI +H_2O в условиях р.Кушониён. Для определения коэффициента адсорбции образцов необходимо знать разность массы образца и время выдержки катализатора в процессе увлажнения. Погрешность расчета коэффициента адсорбции зависит от погрешности исходных данных, входящих в расчетную формулу. Общая относительная погрешность измерения коэффициента адсорбции при доверительной вероятности α=0,95 равна 0,5%. Используя закон соответственных состояний и экспериментальных данных, получено эмпирическое уравнение, позволяющее рассчитать коэффициент адсорбции неисследованных систем.

В данной работе нами исследован коэффициент адсорбции кобальто-вого катализатора на основе гранулированной пористой окиси алюминия при увлажненной в разных растворов системы NaCI +H_2O при температуре 308К и атмосферном давлении.

По данному направлению в разное время вели исследования по теплофизическим, термодинамическим и адцорбционным свойствам исследуемых объектов профессор Сафаров М.М[4]; к.т.н. и. о. доцента Мирзомамадов А.Т. [4]; и Абдуназаров С.С. [4].

Для определения коэффициента адсорбции необходимо знать массу засыпки гранул при разных состояниях, т.е. при сухом и влажном состоянии. Масса засыпки гранул определяется с помощью разработанной нами экспериментальной установки, включающей в себя цилиндрический сосуд и электронные весы. С помощью электронных весов измеряем массу засыпки через каждые 30 минут и вычисляем временную зависимость коэффициента адсорбции исследуемых объектов.

Коэффициент адсорбции вычисляется формулой [4]:

$$\Gamma = \frac{(m_2 - m_1)/M_{NaCI+H2O}}{m_1}, \quad (1)$$

где m_2 – изменение массы объекта за определенное время увлажнения, гр; m_1–начальная масса сухого объекта, гр; М – молекулярная массы **NaCI+H_2O**, г/мол.

Таблица 1. Экспериментальные значения изменения массы и коэффициента адсорбции кобальтовых катализаторов при различном времени выдержки и процентном содержании нанокристалика кобальта в 0,2гNaCI +40мл H_2O

Table 1. Experimental values of the change in mass and the coefficient of adsorption of cobalt catalysts at different exposure times and the percentage of cobalt nanocrystal in 0.2 gNaCI + 40 ml H2O

t, час	m_1, гр	m_2, гр				$M_{NaCI+H2O}$, гр / мол	$\Gamma \cdot 10^{-6}$ мол/гр			
		Al_2O_3+ 10% Co	Al_2O_3 +15% Co	Al_2O_3 +30% Co	Al_2O_3 +33% Co		Al_2O_3+ 10% Co	Al_2O_3 +15% Co	Al_2O_3+ 30% Co	Al_2O_3+ 33% Co
1,0	0,5	0,525	0,521	0,519	0,516	38,25	654	549	497	418
2,0		0,536	0,531	0,526	0,523		941	810	680	601
3,0		0,545	0,539	0,534	0,53		1176	1020	889	784
4,0		0,552	0,546	0,541	0,536		1359	1203	1072	941

5,0		0,556	0,55	0,545	0,541		1464	1307	1176	1072
6,0		0,557	0,552	0,546	0,543		1490	1359	1203	1124

Таблица 2. Экспериментальные значения изменения массы и коэффициента адсорбции кобальтовых катализаторов при различном времени выдержки и процентном содержании нанокристалика кобальта в 0,4г NaCI +40мл H_2O

Table 2. Experimental values of the change in the mass and coefficient of adsorption of cobalt catalysts at various exposure times and the percentage of cobalt nanocrystal in 0.4 g of NaCl + 40 ml of H2O

t, час	m_1, гр	m_2, гр				$M_{NaCl+H2O}$, гр / мол	Г · 10^{-6} мол/гр			
		Al_2O_3+ 10% Co	Al_2O_3 +15% Co	Al_2O_3 +30% Co	Al_2O_3 +33% Co		Al_2O_3+ 10% Co	Al_2O_3 +15% Co	Al_2O_3+ 30% Co	Al_2O_3+ 33% Co
1,0	0,5	0,523	0,519	0,517	0,514	38,25	601	497	444	366
2,0		0,534	0,529	0,524	0,521		889	758	627	549
3,0		0,543	0,537	0,532	0,528		1124	967	837	732
4,0		0,55	0,544	0,539	0,534		1307	1150	1020	889
5,0		0,554	0,548	0,543	0,539		1412	1255	1124	1020
6,0		0,555	0,55	0,544	0,541		1438	1307	1150	1072

Таблица 3. Экспериментальные значения изменения массы и коэффициента адсорбции кобальтовых катализаторов при различном времени выдержки и процентном содержании нанокристалика кобальта в 0,6гNaCI +40мл H_2O

Table 3. Experimental values of the change in the mass and adsorption coefficient of cobalt catalysts at various exposure times and the percentage of cobalt nanocrystal in 0.6 gNaCI + 40 ml H2O

t, час	m_1, гр	m_2, гр				$M_{NaCl+H2O}$, гр / мол	Г · 10^{-6} мол/гр			
		Al_2O_3+ 10% Co	Al_2O_3 +15% Co	Al_2O_3 +30% Co	Al_2O_3 +33% Co		Al_2O_3+ 10% Co	Al_2O_3 +15% Co	Al_2O_3+ 30% Co	Al_2O_3+ 33% Co
1,0		0,522	0,518	0,516	0,513	38,25	575	471	418	340
2,0	0,5	0,533	0,528	0,523	0,52		863	732	601	523
3,0		0,542	0,536	0,531	0,527		1098	941	810	706
4,0		0,549	0,543	0,538	0,533		1281	1124	993	863
5,0		0,553	0,547	0,542	0,538		1386	1229	1098	993
6,0		0,554	0,549	0,543	0,54		1412	1281	1124	1046

Таблица 4. Экспериментальные значения изменения массы и коэффициента адсорбции кобальтовых катализаторов при различном времени выдержки и процентном содержании нанокристалика кобальта в 0,8гNaCI +40мл H_2O

Table 4. Experimental values of the change in the mass and adsorption coefficient of cobalt catalysts at various exposure times and the percentage of cobalt nanocrystal in 0.8 gNaCI + 40 ml H2O

t, час	m_1, гр	m_2, гр				$M_{NaCl+H2O}$, гр / мол	Г · 10^{-6} мол/гр			
		Al_2O_3+ 10% Co	Al_2O_3 +15% Co	Al_2O_3 +30% Co	Al_2O_3 +33% Co		Al_2O_3+ 10% Co	Al_2O_3 +15% Co	Al_2O_3+ 30% Co	Al_2O_3+ 33% Co
1,0	0,5	0,521	0,517	0,515	0,512	38,25	549	444	392	314
2,0		0,532	0,527	0,522	0,519		837	706	575	497
3,0		0,541	0,535	0,53	0,526		1072	915	784	680
4,0		0,548	0,542	0,537	0,532		1255	1098	967	837
5,0		0,552	0,546	0,541	0,537		1359	1203	1072	967
6,0		0,553	0,548	0,542	0,539		1386	1255	1098	1020

Таблица 5. Экспериментальные значения изменения массы и коэффициента адсорбции кобальтовых катализаторов при различном времени выдержки и процентном содержании нанокристалика кобальта в 1гNaCI +40мл H_2O

Table 5. Experimental values of the change in the mass and adsorption coefficient of cobalt catalysts at various exposure times and the percentage of cobalt nanocrystal in 1 gNaCI + 40 ml H2O

t, час	m_1, гр	m_2, гр				M_{NaCl+H_2O}, гр / мол	Г · 10^{-6} мол/гр			
		Al_2O_3+ 10% Co	Al_2O_3 +15% Co	Al_2O_3 +30% Co	Al_2O_3 +33% Co		Al_2O_3+ 10% Co	Al_2O_3 +15% Co	Al_2O_3+ 30% Co	Al_2O_3+ 33% Co
1,0	0,5	0,52	0,516	0,514	0,511	38,25	523	418	366	288
2,0		0,531	0,526	0,521	0,518		810	680	549	471
3,0		0,54	0,534	0,529	0,525		1046	889	758	654
4,0		0,547	0,541	0,536	0,531		1229	1072	941	810
5,0		0,551	0,545	0,54	0,536		1333	1176	1046	941
6,0		0,552	0,547	0,541	0,538		1359	1229	1072	993

Как видно из таблицы 1-5, при изменении времени увлажнения, масса увлажненных кобальтовых катализаторов изменяется. Имея эти данные, вычисляем коэффициент адсорбции образцов. Согласно таблице 1-5, можно заключить, что при увеличении количества наночастиц кобальта, т.е. росте концентрации нанонаполнителя уменьшается объем пор в гранулах, это приводит к уменьшению массы засыпки кобальтовых катализаторов. При увеличении концентрации соли в системе растворов (NaCI +H_2O) абсорбция катализаторов уменьшается. Результаты расчета коэффициента адсорбции исследуемых образцов приведены в таблице1-5.

На основе экспериментальных данных, полученных коэффициентом адсорбции (таблица 1-5), нами получена следующая функциональная зависимость коэффициента адсорбции Г от времени увлажнения t.

Рисунок 1. Графики зависимость коэффициента адсорбции пористой гранулированной окиси алюминия с наполнителями кобальта от времени в 0,2г NaCI + 40мл H_2O, при температуре 301-311 К и атмосферном давлении

Figure 1. Graphs of the dependence of the adsorption coefficient of porous granular alumina with cobalt fillers on time in 0.2 g NaCl + 40 ml H2O, at a temperature of 301-311 K and atmospheric pressure

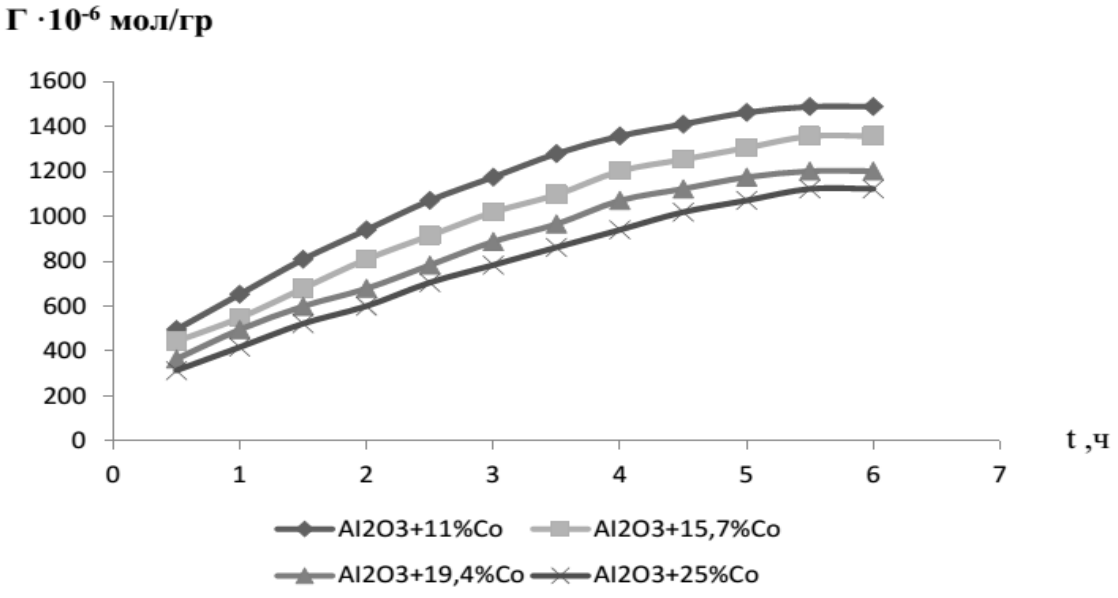
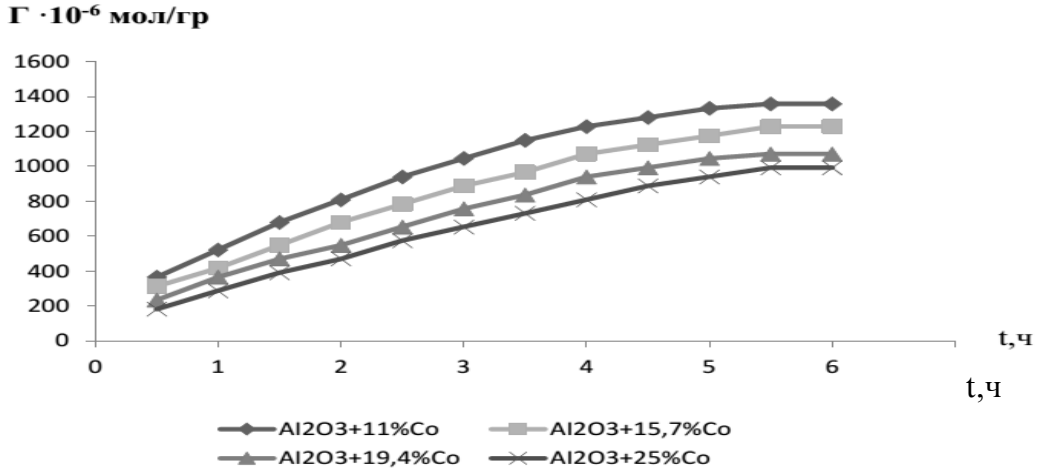


Рисунок 2. Графики зависимость коэффициента адсорбции пористой гранулированной окиси алюминия с наполнителями иридия от времени в 1г NaCI + 40мл H_2O, при температуре 301-311 К и атмосферном давлении

Figure 2. Graphs of the time dependence of the adsorption coefficient of porous granular alumina with iridium fillers in 1 g NaCl + 40 ml H2O, at a temperature of 301-311 K and atmospheric pressure



Для обобщения и обработки экспериментальных данных (рисунок 1-2), т.е. получено общее уравнение, нами использованы следующие выражения:

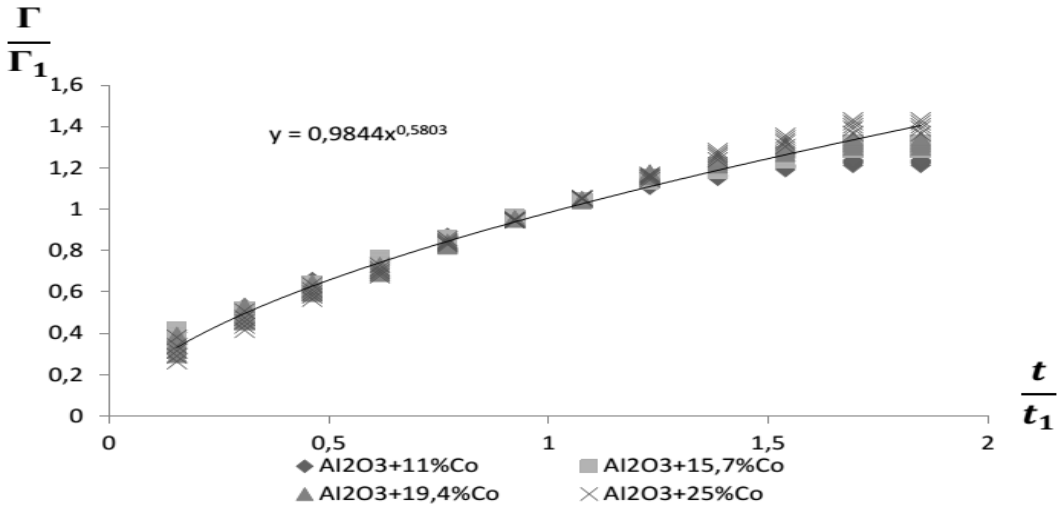
$$(\Gamma/\Gamma_1)= f\,(t/t_1), \qquad (2)$$

где, Г и Γ_1 –коэффициент адсорбции исследуемых катализаторов при различном времени t и t_1: t_1= 3,25 час.

Выполнимость функциональной зависимости (2) показана на рисунке 3.

Рисунок 3. Зависимость относительно коэффициента адсорбции (Γ/Γ_1) от относительного времени увлажнения исследуемых катализаторов (t/t_1)

Figure 3. Dependence on the adsorption coefficient (G / G_1) on the relative wetting time of the studied catalysts (t / t_1)



Как видно из рисунка 3, экспериментальные данные вложатся вдоль общей кривой. Кривая, приведенная на рисунке 6, описывается следующим уравнением:

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_1} = 0,984\left(\frac{t}{t_1}\right)^{0.580} \quad (3)$$

Из выражения (3) получим:

$$\Gamma = \left(0,984\left(\frac{t}{t_1}\right)^{0.580}\right)\cdot\Gamma_1 \quad (4)$$

Анализ значения (Γ_1) показал, что данные являются функциями концентрации растворов системы **NaCI + H_2O** (таблица 11).

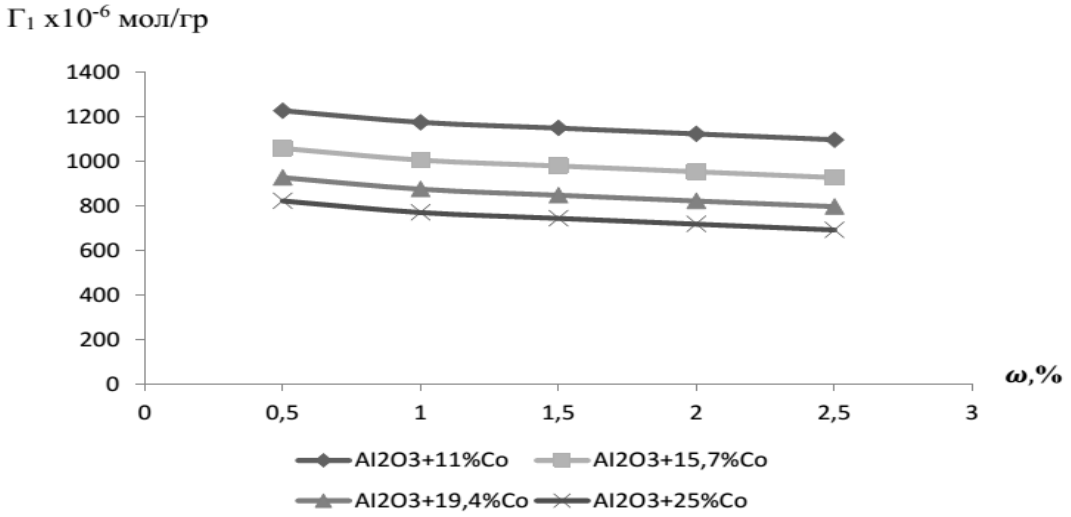
Таблица 6. Зависимость (Γ_1) от концентрации растворов системы (NaCI + H_2O). (ω%)
Table 6. Dependence (G1) on the concentration of system solutions (NaCl + H2O). (ω%)

***ω*%**	**Γ_1**			
	AI_2O_3+11,44%Co	AI_2O_3+15,7%Co	AI_2O_3+19,43%Co	AI_2O_3+25%Co
0,5	1228	1059	928	823
1	1176	1006	876	771
1,5	1150	980	849	745
2	1124	954	823	719
2,5	1098	928	798	693

Используя данные таблицы 1-5, получаем следующий график зависимости Γ_1 от концентрации растворов системы(**NaCI + H_2O) (*ω*%)** (рисунок 4).

$$\boldsymbol{\Gamma_1 = f(\omega)}$$

Рисунок 4. Зависимость коэффициента адсорбции пористой гранулированной окиси алюминия с наполнителем кобальтом(11,44 % . . . 25 % Co) от концентрации увлажнения в разных растворах системы (NaCI +H_2O) (*ω* = 0,5;1;1.5;2;2.5%)
Figure 4. The dependence of the adsorption coefficient of porous granular alumina with a cobalt filler (11.44%.. 25% Co) on the concentration of moisture in different solutions of the system (NaCl + H2O) (ω = 0.5; 1; 1.5; 2; 2.5%)



Как видно из рисунка 4, среднее значение коэффициента адсорбции Γ_1 связано с концентрацией растворов системы(**NaCI + H_2O) (*ω*%)** по линейному закону.

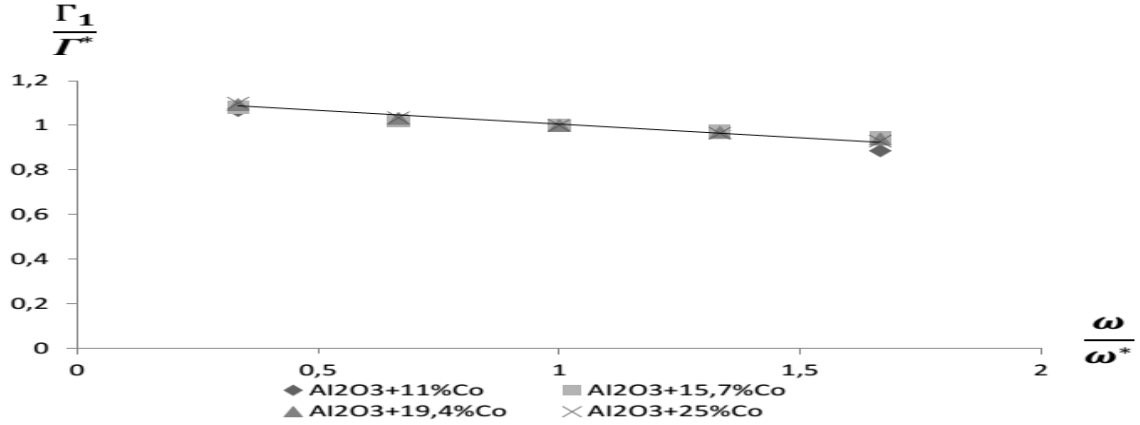
$$\frac{\boldsymbol{\Gamma_1}}{\boldsymbol{\Gamma^*}} = \boldsymbol{f}\left(\frac{\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega^*}}\right), (5)$$

Таблица 7. Значение Γ^*при концентрации 1.5%NaCI
Table 7. The value of G ^ * at a concentration of 1.5% NaCl

ω^*%	$\Gamma^* \cdot 10^{-6} \frac{мол}{г}$				
	AI_2O_3+11,44%Co	AI_2O_3+15,7%Co	AI_2O_3+19,43%Co	AI_2O_3+25%Co	
1,5	**1150**	**980**	**849**	**745**	

Рисунок 5. Зависимость относительного коэффициента адсорбции пористой гранулированной окиси алюминия с наполнителем кобальтом(11,44 % . . . 25 % Co) от относительного времени увлажнения в разных растворах системы (NaCI +H_2O) (ω = 0,5;1;1.5;2;2.5)

Figure 5. The dependence of the relative adsorption coefficient of porous granular alumina with a cobalt filler (11.44%.. 25% Co) on the relative wetting time in different solutions of the system (NaCl + H2O) (ω = 0,5;1;1.5;2;2.5)



$$\frac{\Gamma_1}{\Gamma^*} = \left(-0,122\left(\frac{\omega}{\omega^*}\right) + 1,128\right) \text{ (6)}$$

Уравнение этой прямой линии имеет вид:

$$\Gamma_1 = \left(-0,122\left(\frac{\omega}{\omega^*}\right) + 1,128\right) \cdot \Gamma^* \text{ (7)}$$

ω – концентрация системы растворов **NaCI+H_2O,%(ω = 0,5;1;1.5;2;2.5%)**.

Используя уравнение (6) и (7) получим:

$$\Gamma = \left(0,984\left(\frac{t}{t_1}\right)^{0.580}\right) \cdot \left(-0,122\left(\frac{\omega}{\omega^*}\right) + 1,128\right) \cdot \Gamma^* \text{ (8)}$$

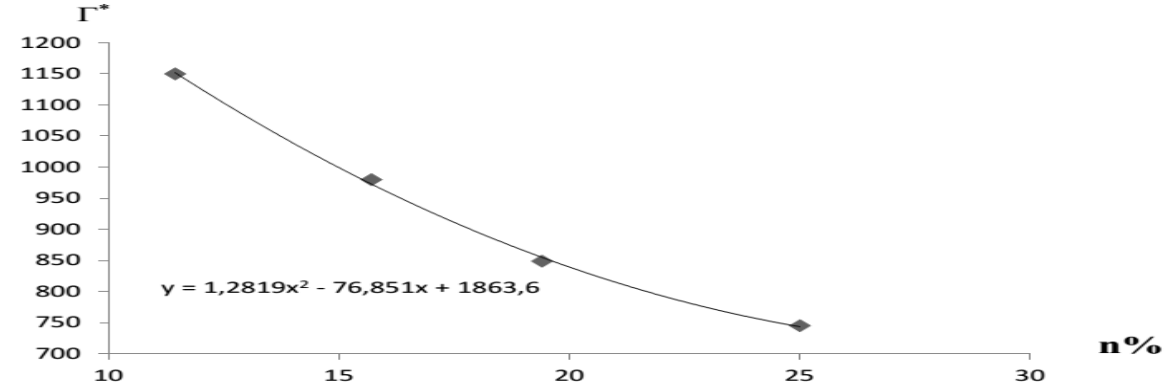
Таблица 8. Зависимость (Γ^*) от концентрации нанокобальта (n) при $\omega^* = 1,5\%$

Table 8. Dependence (G *) on the concentration of nanocobalt (n) at ω ^ * = 1.5%

$\omega^* = 1,5\%$	AI_2O_3+11,44%Co	AI_2O_3+15,7%Co	AI_2O_3+19,43%Co	AI_2O_3+25%Co
Γ^*	**1150**	**980**	**849**	**745**
n	**11,44**	**15,7**	**19,4**	**25**

Рисунок 6. Зависимость коэффициента адсорбции пористой гранулированной окиси алюминия от концентрации кобальтом(11,44 % . . . 25 % Co) увлажнения в разных растворах системы (NaCI +H_2O)(ω = 0,5;1;1.5;2;2.5)

Figure 6. The dependence of the adsorption coefficient of porous granular alumina on the concentration of cobalt (11.44%.. 25% Co) of moisture in different solutions of the system (NaCl + H2O) (ω = 0.5; 1; 1.5; 2; 2.5)



$$\Gamma^* = 1,281n^2 - 76.85n + 1863 \quad (9)$$

$$\Gamma = \left(0,984\left(\frac{t}{t_1}\right)^{0.580}\right) \cdot \left(-0,122\left(\frac{\omega}{\omega^*}\right) + 1,128\right) \cdot (1,281n^2 - 76.85n + 1863) \quad (10)$$

С помощью уравнения (10) нами рассчитан коэффициент адсорбции исследуемых катализаторов на основе гранулированной пористой окиси алюминия (таблиц 1 и 5). Для сопоставления разницы между экспериментальным значением коэффициента адсорбции по уравнению вычисляем по выражению:

$$\Delta = \frac{\Gamma_Э - \Gamma_{выч}}{\Gamma_Э} 100\% \quad (11)$$

Погрешность расчета по уравнению (11) для исследуемых образцов подробно приведена в таблицах 9 и 10.

Таблица 9. Результаты сравнения вычисленных значений коэффициента адсорбции гранулированной пористой окиси алюминия, содержащей кобальт в 0,2г NaCI + 40мл H_2O, с экспериментальными данными

Table 9. Comparison of calculated values of the adsorption coefficient of granular porous alumina containing cobalt in 0.2 g NaCl + 40 ml H2O with experimental data

$\Gamma_{экс}$, (моль/гр)				$\Gamma_{выч}$, (моль/гр)				$\Delta = \frac{\Gamma_Э - \Gamma_{выч}}{\Gamma_Э} \cdot 100\%$			
Al2O3+1 1,44% Co	Al2O3+1 5,7% Co	Al2O3+1 9,43% Co	A4l2O3+ 25% Co	Al2O3+1 1,44% Co	Al2O3+1 5,7% Co	Al2O3+1 9,43% Co	Al2O3+2 5% Co	Al2O3+1 1,44% Co	Al2O3+1 5,7% Co	Al2O3+1 9,43% Co	Al2O3+2 5% Co
497	444	366	314	408	352	308	273	18	21	16	13
654	549	497	418	610	526	461	409	7	4	7	2
810	680	601	523	772	665	583	517	5	2	3	1
941	810	680	601	912	786	689	611	3	3	-1	-2
1072	915	784	706	1038	895	784	695	3	2	0	2
1176	1020	889	784	1153	995	872	773	2	2	2	1
1281	1098	967	863	1261	1088	953	845	2	1	1	2
1359	1203	1072	941	1363	1175	1030	913	0	2	4	3
1412	1255	1124	1020	1459	1258	1103	978	-3	0	2	4
1464	1307	1176	1072	1551	1338	1172	1040	-6	-2	0	3
1490	1359	1203	1124	1639	1414	1239	1099	-10	-4	-3	2
1490	1359	1203	1124	1724	1487	1303	1156	-16	-9	-8	-3

Таблица 10. Результаты сравнения вычисленных значений коэффициента адсорбции гранулированной пористой окиси алюминия, содержащей кобальт в 1г NaCI + 40мл H_2O, с экспериментальными данными

Table 10. Comparison of the calculated values of the adsorption coefficient of granular porous alumina containing cobalt in 1 g of NaCl + 40 ml of H2O, with experimental data

$\Gamma_{экс}$, (моль/гр)				$\Gamma_{выч}$, (моль/гр)				$\Delta = \frac{\Gamma_Э - \Gamma_{выч}}{\Gamma_Э} \cdot 100\%$			
Al2O3+1 1,44% Co	Al2O3+1 5,7% Co	Al2O3+1 9,43% Co	Al2O3+2 5% Co	Al2O3+1 1,44% Co	Al2O3+1 5,7% Co	Al2O3+1 9,43% Co	Al2O3+2 5% Co	Al2O3+1 1,44%	Al2O3+1 5,7% Co	Al2O3+1 9,43%	Al2O3+2 5% Co
366	314	235	183	365	308	265	230	0	2	-13	-26
523	418	366	288	545	461	396	344	-4	-10	-8	-19
680	549	471	392	690	583	501	435	-1	-6	-6	-11
810	680	549	471	815	689	592	515	-1	-1	-8	-9
941	784	654	575	928	784	674	586	1	0	-3	-2

1046	889	758	654	1031	872	750	651	1	2	1	0
1150	967	837	732	1128	953	820	712	2	1	2	3
1229	1072	941	810	1219	1030	886	769	1	4	6	5
1281	1124	993	889	1305	1103	948	824	-2	2	5	7
1333	1176	1046	941	1387	1172	1008	875	-4	0	4	7
1359	1229	1072	993	1466	1239	1065	925	-8	-1	1	7
1359	1229	1072	993	1542	1303	1121	973	-13	-6	-5	2

ЛИТЕРАТУРА

1. Кирсанов О.Н. Физическая картина поощесса гетерогенного каталитическом разложения жидкого однокомпонентного топлива (на примере гидразина) / О.Н. Кирсанов, А.В. Картавченко // Тр.ГИПХ. - 1976. - Т.38. -С.118-125.
2. Исследование способов получения генераторного газа заданного состава при каталитического разложения гидразина / О.Н. Кирсанов, А.В. Картавченко [и др.] // Тр ГИПХ. - 1978. -Т.52. -С.44-48.
3. Технология катализаторов/И.П. Мухленов, Е.И. Дробкина, В.И. Дерюкина, В.Е. Солоко. -Л: Химия,1979. -325 с.
4. Адсорбционные свойства катализатора на основе гранилированной пористой окиси алюминия / М.М. Сафаров, А.Г. Мирзомамадов, С.С. Абдуназаров [и др.] // Сборник тезисов докладов научной конференции «Актуальные проблемы современной науки». -Душанбе, 2015. –С.79-80.

ТАДҚИҚИ КОЭФФИТСИЕНТИ АДСОРБСИЯИ КАТАЛИЗАТОРҲОИ КОБАЛТ ДАР ШАРОИТИ Н. ҚУШОНИЁН ДАР МУҲИТИ ЭЛЕКТРОЛИТ

Дар мақолаи мазкур коэффитсиенти адсорбсияи катализаторҳои кобалтӣ дар асоси оксиди алюминий дар муҳити электролитҳо (вобаста бо %, ω=0,5;1;1.5;2;2.5%) дар ҳарорати 308К ва фишори атмосферии 0,101МПа чен карда шудааст. Дар асоси таҷрибаи гузаронидашуда муайян намудем, ки катализаторҳои номбурда вобаста ба зиёдшавии консентратсияи нанокобалт %, ω=0,5;1;1.5;2;2.5%) (n) дар таркиби оксиди алюминий ва бо зиёдшавии консентратсияи электролит коэффитсиенти адсорбсия кам мешавад. Муодилаи натиҷавии алоқамандии коэффитсиенти адсорбсияи катализаторҳои кобалтиро аз консентратсияи нанокобалт (n) дар асоси оксиди алюминий ва консентратсияи маҳлули намакоб ҳосил намудем.

Калидвожаҳо: зариби адсорбсия, маҳлули намакоб, катализатори кобалтӣ, сатҳи хос, ҳаҷми умумии ковокиҳо, усули адсорбсия, вақт.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА АДСОРБЦИИ КОБАЛЬТОВЫХ КАТАЛИЗАТОРОВ В УСЛОВИЯХ р.КУШОНИЁН В СРЕДЕ ЭЛЕКТРОЛИТОВ

В данной статье исследуется коэффицэнт адсорбции кобалтового катализатора на основе пористого алюминия в среде электролита (в зависимости от концентрации %, ω=0,5;1;1.5;2;2.5%) при температуре 308К и атмосферном давлении 0,101Мпа. В результате проведенного эксперимента обнаруживаем, что заданный катализатор с увеличением концентрации нанокобальта (n) в составе оксида алюминия и с увеличением концентрации электролитов коэффициент адсорбции уменьшается. Эмпирически производим уравнения сравнения коэффициента адсорбции с кобальтовым катализатором с концентрацией нанокобальта и концентрацией системы растворов соли.

Ключевые слова: коэффициент адсорбции, система растворов соли, кобальтовый катализатор, удельная поверхность, суммарный объем пор, адсорбционный метод, время.

STUDY OF THE COBALT CATALYSTS ADSORPTION COEFFICIENT UNDER THE CONDITIONS OF THE KUSHONIYON RIVER IN THE ENVIRONMENT OF ELECTROLYTES

This article investigates the adsorption coefficient of a cobalt catalyst based on porous aluminum in an electrolyte medium (depending on the concentration %, ω = 0.5; 1; 1.5; 2; 2.5%) at a temperature of 308 K and atmospheric pressure of 0.101 MPa. As a result of the experiment, we find that the specified catalyst with an increase in the concentration of nanocobalt (n) in the composition of aluminum oxide and with an increase in the concentration of electrolytes, the adsorption coefficient decreases. Empirically we produce equations comparing the adsorption coefficient with a cobalt catalyst with a nanocobalt concentration and a concentration of a salt solution system.

Key words: adsorption coefficient, salt solution system, cobalt catalyst, specific surface, total pore volume, adsorption method, time.

Сведения об авторах: ***Назримадов Далер Амрохонович*** – Институт энергетики Таджикистана, старший преподаватель кафедры «электрическая станция и сети». **Адрес:** 735162, Республика Таджикистан, р. Кушониён, улица Н. Хусрава 73. Телефон: **939-96-95-32**. E-mail: **daler.nazrimadov@bk.ru**

СафаровМахмадали Махмадиевич – Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в г.Душанбе, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники Таджикистана, зав. лабораторией физики. **Адрес:** 734003, г. Душанбе, улица Бохтар, 35/1. Телефон: **(+992) 931-63-15-85.** E-mail: **mahmad1@list.ru**

Мирзомамадов Алимамад Гулмамадович – Таджикский государственный педагогический университет им. Садриддина Айни, кандидат технических наук, и.о.доцента кафедры «Общей физики». **Адрес**: 734003, Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки 121. Телефон: **501-10-39-44.** E-mail: **ptuh1985@mail.ru**

Абдуназаров Сунатулло Савзаалиевич – Институт энергетики Таджикистана, старший преподаватель кафедры «электроснабжения и релейной защиты» **Адрес:** 735162, Таджикистан, р. Кушониён, улица Н. Хусрава 73. Телефон: **919-52-26-49**. E-mail: **abdunazarov2017@mail.ru**

Information about authors: ***Nazrimadov Daler Amrokhonovich*** - Institute of Energy of Tajikistan, senior lecturer of the department "power station and networks." **Address:** 735162, Republic of Tajikistan, p. Kushoniyon, 73 N. Khusrava street. Phone: **939-96-95-32.** E-mail: **daler.nazrimadov@bk.ru**
SafarovMahmadali Makhmadievich - Branch of Moscow State University named after M.V. Lomonosov in Dushanbe, Doctor of Technical Sciences, Professor, Honored Worker of Science and Technology of Tajikistan, Head. physics laboratory. **Address:** 734003, Dushanbe, Bohtar street, 35/1. Phone: **(+992) 931-63-15-85.** E-mail: **mahmad1@list.ru**
Mirzomamadov Alimamad Gulmamadovich - Tajik State Pedagogical University named after Sadriddina Aini, candidate of technical sciences, acting associate professor of the Department of General Physics. **Address:** 734003, Tajikistan, Dushanbe, 121 Rudaki Ave. Phone: **501-10-39-44.** E-mail: **ptuh1985@mail.ru**
Abdunazarov Sunatullo Savzaalievich - Institute of Energy of Tajikistan, Senior Lecturer, Department of "Power Supply and Relay Protection" **Address:** 735162, Tajikistan, p. Kushoniyon, 73 N. Khusrava street. Phone: **919-52-26-49.** E-mail: **abdunazarov2017@mail.ru**

УДК. 541.123.6

ТАҲЛИЛИ МУҚОИСАВИИ СОХТОРИ КОМПЛЕКСИ ФАЗАГИИ СИСТЕМАИ Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O ДАР ҲАРОРАТИ 75 ва 100^0C

Солиев Л., Жумаев М.Т., Тураев Р.О., Махмадов Х.Р., Олимҷонова Н.В.
Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи Садриддин Айнӣ

Омӯзиши системаҳои бисёркомпонента, аз он ҷумла системаҳои бисёркомпонентаи обӣ-намакӣ, яке аз проблемаҳои муҳимтарини химияи назариявӣ ва амалӣ мебошад. Натиҷаҳои бадастовардашуда асоси илмии коркарди технологии ашёи полиминералии табиӣ ва партовҳои саноатӣ ба ҳисоб мераванд.

Системаи чоркомпонентаи Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O яке аз қисмҳои таркибии системаи шашкомпонентаи $Na,Ca//SO_4,CO_3,HCO_3,F$-H_2O мебошад, ки қонуниятҳои мувозинатҳои фазагии он асоси назариявии коркарди ашёи полиминералии табиии аз сулфатҳо, карбонатҳо, гидрокарбонатҳо, фторидҳои натрию калий ташкилёфта ва партовҳои саноатии ин намакҳоро дошта, масалан, партовҳои моеи саноати истеҳсоли алюминий мебошанд.

Дар ин мақола сохтори комплекси фазагии системаи чоркомпонентаи Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O, барои ҳароратҳои 75 ва 100^0C, ки бо усули транслятсия [1,2] муайян карда шудааст, мавриди муҳокима қарор дода шудааст.

Усули транслятсия аз принсипи мутобиқат [3] бармеояд ва онро дар назар дорад, ки бо зиёдшавии компонентнокии система аз n то n+1 элементҳои геометрии системаи n компонента ченакҳои худро яктогӣ зиёд намуда, ба самти n+1 компонента транслятсия (интиқол) мешаванд ва дар ин сатҳ мутобиқ ба талаботи қоидаи фазаҳои Гиббс элементҳои геометрии дахлдорро ҳосил мекунанд.

Системаи чоркомпонентаи Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O аз системаҳои секомпонентаи Na_2SO_4-Na_2CO_3-H_2O; Na_2SO_4-$NaHCO_3$-H_2O; $NaHCO_3$-Na_2CO_3-H_2O ташкил ёфтааст ва барои онҳо дар ҳарорати 75 ва 100^0C чунин нуқтаҳои нонвариантӣ бо фазаҳои сахти мувозинатӣ хос мебошад, ки аз [4] ҷамъ оварда шуда, дар ҷадвали 1 пешкаш шудааст.

Ҷадвали 1. Мувозинатҳои фазагии системаи чоркомпонентаи Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O дар сатҳи секомпонентагӣ

Table 1. Phase equilibrium of the four-component system of Na2SO4-Na2CO3-NaHCO3-H2O

Системаҳои секомпонента	Изотерма, ^{0}C	Нуқтаҳои нонвариантӣ	Фазаҳои сахти мувозинатӣ
Na_2SO_4-Na_2CO_3-H_2O	75	E_1^3	Те+Бр
		E_2^3	Бр+Na·1
	100	E_1^3	Те+Бр

		E_2^3	Бр+Na·1
Na_2SO_4-$NaHCO_3$-H_2O	75	E_3^3	Те+Нх
	100	E_3^3	Те+Нх
Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O	75	E_4^3	Нх+Тр
		E_5^3	Тр+ Na·1
	100	E_4^3	Нх+3Na·C
		E_5^3	3Na·C+Тр
		E_6^3	Тр+Na·1

Дар ҷадвали 1 ва минбаъд Е ишораи нуқтаи нонвариантӣ буда, дараҷааш ифодаи компонентнокии система ва индексаш ифодаи рақами тартибии нуқтаи нонвариантӣ аст. Барои фазаҳои сахти мувозинатӣ чунин ишораҳо қабул карда шудаанд: Нх – нахколит $NaHCO_3$; Тр – трона $NaHCO_3 \cdot Na_2CO_3 \cdot 2H_2O$; Na·1 – моногидрати карбонати натрий $Na_2CO_3 \cdot H_2O$; Те – тенардит Na_2SO_4; Бр – беркеит $2Na_2SO_4 \cdot Na_2CO_3$; 3Na·C – $3NaHCO_3 \cdot Na_2CO_3$.

Транслятсияи нуқтаҳои нонвариантии сатҳи секомпонентагӣ ба сатҳи чоркомпонентагӣ ба пайдошавии чунин нуқтаҳои нонвариантии ин сатҳ меоварад.
Барои ҳарорати 75^{0}C:

$E_1^3 + E_3^3 \dashrightarrow E_1^4$ = Те + Нх + Бр;

$E_2^3 + E_2^5 \dashrightarrow E_2^4$ = Бр + Тр + Na·1;

E_4^3 + Бр $\dashrightarrow E_3^4$ = Нх + Бр + Тр.

Барои ҳарорати 100 ^{0}C:

$E_2^3 + E_6^3 \dashrightarrow E_1^4$ = Бр + Na·1 + Тр;

$E_3^3 + E_4^3 \dashrightarrow E_2^4$ = Нх + Те + 3Na·C;

E_1^3 + Тр $\dashrightarrow E_3^4$ = Бр + Те + Тр;

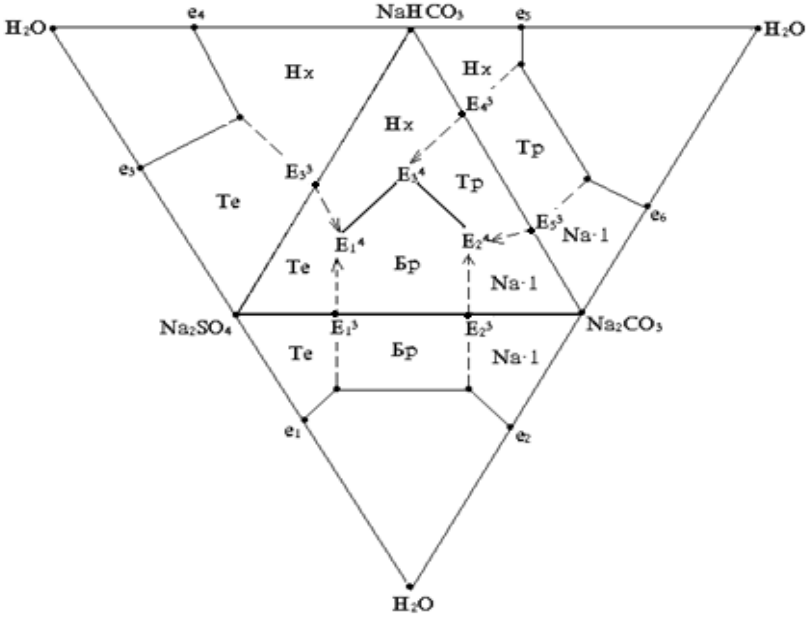
E_5^3 + Те $\dashrightarrow E_4^4$ = 3Na·C + Тр + Те.

Чи тавре ки мебинем, дар ҳарорати 75 ^{0}C транслятсияи нуқтаҳои нонвариантии сатҳи секомпонента ба сатҳи чоркомпонента ба пайдошавии 3 нуқтаи нонвариантии сатҳи чоркомпонента меоварад, ки аз онҳо дутоаш (E_1^4, E_2^4) бо усули транслятсияи «дутарафа» ва яктоаш (E_3^4) бо усули транслятсияи яктарафа [1,2] ҳосил шудаанд.

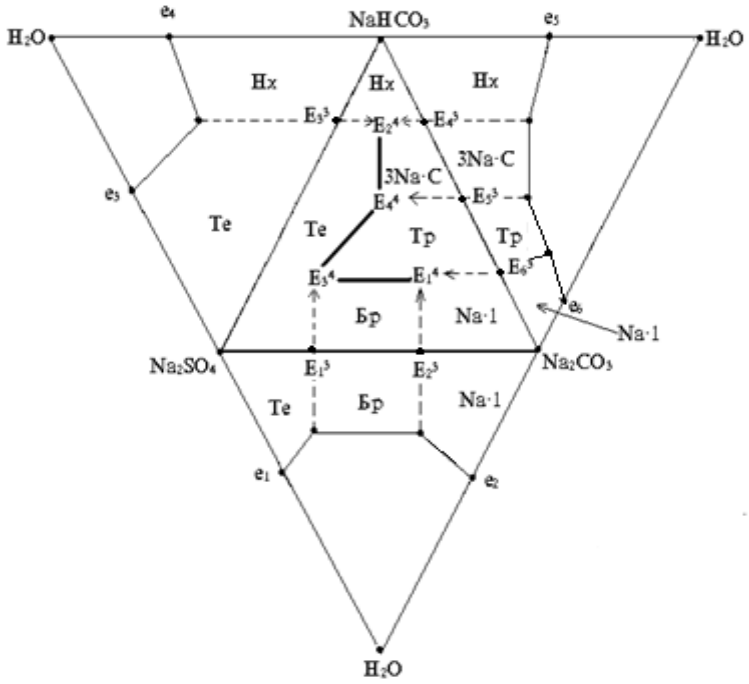
Дар ҳарорати 100 ^{0}C бошад, дар натиҷаи транслятсияи нуқтаҳои нонвариантии сатҳи секомпонента ба сатҳи чоркомпонента 4 нуқтаи нонвариантии ин сатҳ ҳосил мешавад, ки аз онҳо дутоаш (E_1^4, E_2^4) бо усули транслятсияи «дутарафа» ва дутои дигараш (E_3^4, E_4^4) бо усули транслятсияи «яктарафа» [1, 2] ҳосил шудаанд.

Дар расм сохтори схемагии диаграммаи мувозинатҳои фазагии системаи чоркомпонентаи Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O барои ҳароратҳои 75 ва 100^{0}C, ки бо усули транслятсия сохта шудааст, пешкаш мешавад.

Расми 1. Сохтори диаграммаи мувозинатҳои фазагии системаи Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O барои ҳароратҳои: а) 75 ва б) 100^0C, ки бо усули транслятсия сохта шудааст
Picture 1. Diagram structure of phase equations of the Na2SO4-Na2CO3-NaHCO3-H2O system for the temperature a) 75 a and b) 100^0C



а)



б)

Дар ҷадвали 2 контури майдонҳои кристаллизатсияи фазаҳои сахти алоҳида бо рамзҳои дахлдор ишора шудаанд. Ин майдонҳо дар ҳарорати 75^0C 5-то ва дар ҳарорати 100^0C 6-то мебошанд.

Ҷадвали 2. Контури майдонҳои дивариантии фазаҳои сахти мувозинатии системаи Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O дар ҳароратҳои 75 ва 100^{0}C

Table 2. Contours of the divergent fields of the solid equilibrium phases of the Na2SO4-Na2CO3-NaHCO3-H2O system at temperatures of 75 and 100^{0}C

Фазаҳои сахти мувозинатии майдонҳо	Контури майдонҳо дар диаграмма	Фазаҳои сахти мувозинатии майдонҳо	Контури майдонҳо дар диаграмма
Изотерма 75 ^{0}C			
Te	Na_2SO_4 — E_1^3; E_3^3 → E_1^4	Тр	E_4^3 → E_3^4; E_5^3 → E_2^4
Нх	$NaHCO_3$ — E_4^3; E_3^3 → E_1^4 — E_3^4	Бр	E_1^3 → E_1^4; E_2^3 → E_2^4 — E_3^4
Na·1	Na_2CO_3 — E_5^3; E_2^3 → E_2^4		
Изотерма 100 ^{0}C			
Na·1	Na_2CO_3 — E_6^3; E_2^3 → E_1^4	Тр	E_5^3 → E_4^4; E_6^3 → E_1^4 — E_3^4
Нх	$NaHCO_3$ — E_4^3; E_3^3 → E_2^4	3Na·C	E_4^3 → E_2^4; E_5^3 → E_4^4
Te	Na_2SO_4 — E_3^3 → E_2^4	Бр	E_1^3 → E_3^4

Майдони 6-ми кристаллизатсия ба фазаи 3Na·C ($3NaHCO_3 \cdot Na_2CO_3$) тааллуқ дошта, он барои ин система аз ҳарорати 100^{0}C хос мебошад. Хатҳои моноварианти майдонҳоро аз якдигар ҷудо намуда, дар мувозинат будани ду фазаи сахтро бо маҳлули сер ифода мекунанд. Онҳо табиати (пайдоиши) ҳархела доранд. Хатҳои фосиладори (пунктирӣ) дар натиҷаи транслятсияи нуқтаҳои нонвариантии сатҳи секомпонента ба сатҳи чоркомпонента ҳосил шудаанд. Тирча дар онҳо самти транслятсияро нишон медиҳад. Зиёдшавии элементҳои геометрӣ бо баландшавии ҳарорат аз 75 то 100^{0}C ба ҳосилшавии фазаи нави мувозинати дар ин ҳарорат – 3Na·C алоқаманд аст, ки ин аз принспҳои асосии таҳлили физикӣ-химиявӣ [5] бармеояд.

Ҳамин тавр омӯзиши мувозинатҳои фазагии системаи Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O барои ҳароратҳои 75 ва 100 ^{0}C бо усули транслятсия нишон дод, ки барои он дар ин ҳароратҳо чунин теъдоди элементҳои геометрӣ хос мебошад (ҷадвали 3).

Ҷадвали 3. Элементҳои геометрии системаи Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O барои ҳароратҳои 75 ва 100^{0}C, ки бо усули транслятсия муайян карда шудаанд

Table 3. Geometric elements of the Na2SO4-Na2CO3-NaHCO3-H2O system for the temperatures of 75 and 100^{0}C, as determined by the transmission method

Элементҳои геометрӣ	Изотерма, ^{0}C	
	75	100
Майдонҳои дивариантӣ	5	6
Хатҳои моноварианӣ	7	9
Нуқтаҳои нонвариантӣ	3	4

АДАБИЁТ

1. Солиев Л. Прогнозирование строения диаграмм фазовых равновесий многокомпонентных водно-солевых систем методом трансляции / Л. Солиев. -М., 1987. -28с. Деп. в ВИНИТИ АН СССР 20.12.87г. №8990-В87.
2. Солиев Л. Прогнозирование фазовых равновесий в многокомпонентной системе морского типа методом трансляции. книга 1 / Л. Солиев. –Душанбе: ТГПУ, 2000. -247 с.
3. Горошенко Я.Г. Массцентрический метод изображения многокомпонентных систем / Я.Г. Горошенко. -Киев: Наукова думка, 1982. -264 с.
4. Справочник экспериментальных данных по расворимости многокомпонентных водно-солевых систем. т.I., кн. 1-2. -СПб.: Химиздат, 2003. -1152 с.
5. Аносов В.Я. Основы физико-химического анализа / В.Я. Аносов, М.И. Озерова, Ю.Я. Фиалков. –М: Наука, 1976. -504 с.

ТАҲЛИЛИ МУҚОИСАВИИ СОХТОРИ КОМПЛЕКСИ ФАЗАГИИ СИСТЕМАИ Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O ДАР ҲАРОРАТҲОИ 75 ВА 100^0C

Таҳлили муқоисавии сохтори диаграммаи комплекси фазагии системаи Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O дар ҳароратҳои 75 ва 100^0C, ки бо усули транслятсия сохта шудааст, анҷом дода шуд. Муқаррар карда шудааст, ки баландшавии ҳарорат аз 75 то 100^0C ва пайдошавии фазаи сахти мувозинатии нави 3Na·C ($3NaHCO_3 \cdot Na_2CO_3$) шаклҳои геометрии (майдонҳо, каҷхатҳо, нуқтаҳо) иловагиро ба миён меоварад ва сохтори система мураккабтар мешавад. Муқаррар карда шудааст, ки барои системаи омӯхташуда дар ҳароратҳои 75 ва 100^0C, мутаносибан чунин миқдор шаклҳои геометрӣ хос мебошад: майдонҳои дивариантӣ – 5 ва 6; каҷхатҳои моновариантӣ – 7 ва 9; нуқтаҳои нонвариантӣ – 3 ва 4. Зиёдшавии миқдори шаклҳои геометрӣ, бо баландшавии ҳарорат аз 75 то 100^0C, ба ҳосилшавии фазаҳои сахти мувозинатии нав алоқаманд буда, ба талаботи принсипҳои асосии таҳлили физикӣ-химиявӣ ва қоидаи фазаҳои Гиббс мувофиқат мекунад.

Калидвожаҳо: усули транслятсия, диаграмма, майдонҳо, каҷхатҳо, нуқтаҳо, натрий, сулфат, карбонат, гидрокарбонат, система.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СТРОЕНИЯ ФАЗОВЫХ КОМПЛЕКСОВ СИСТЕМЫ Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O ПРИ ТЕМПЕРАТУРЕ 75 И 100 ^{0}C

Осуществлен сравнительный анализ строения диаграммы фазовых комплексов системы Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O при температуре 75 и 100^0C построенная методом трансляции. Установлено, что повышение температуры с 75 до 100^0C и появление новой равновесной твердой фазы 3Na·C ($3NaHCO_3 \cdot Na_2CO_3$) сопротивляется появлении новых геометрических элементов (поля, кривые, точки), что приводит к усложнению строения диаграммы. Показано, что для исследованной четырёхкомпонентной системы характерно наличие следующего количества геометрических образов, соответственно для температуры 75 и 100^0C: дивариантные поля – 5 и 6; моновариантные кривые – 7 и 9; нонвариантные точки – 3 и 4. Увеличение количества геометрических образов с повышением температуры от 75 до 100^0C связано с образованием новых равновесных фаз, что вполне согласуется с основными принципами физико-химического анализа и правилом фаз Гиббса.

Ключевые слова: метод трансляции, диаграмма, поля, кривые, точки, натрий, сульфат, карбонат, гидрокарбонат, система.

THE COMPARATIVE ANALYSIS A STRUCTURE OF THE PHASE COMPLEX OF SYSTEM Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O AT 75 AND 100 ^{0}C

The comparative analysis a structure of the diagram phase complex of system Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O is carried out at 75 and 100^0C constructed by a method of compilation. Is established, that increase of temperature with 75 up to 100^0C and occurrence of a new equilibrium firm phase 3Na·C ($3NaHCO_3 \cdot Na_2CO_3$) occurrence of new geometrical elements (field, curve, point), that results to is complicated structures of the diagram. It is shown that the studied four-component system is characterized by the presence of the following number of geometric patterns, respectively for 75 and 100^0C: divariant fields – 5 and 6; monovariant curves – 7 and 9; invariant points – 3 and 4. An increase in the number of geometric patterns with an increase in temperature from 75 to 100^0C is associated with the formation of new aquilibrium phases, which is consistent with the basic principles of physicochemical analysis and the Gibbs phase rule.

Key words: a method of compilation, diagram, field, curve, point, натрий, sulfate, carbonate, bicarbonate, system.

Сведения об авторах: ***Солиев Лутфулло*** – Таджикский государственный педагогический университет им. С.Айни, доктор химических наук, профессор кафедры «Общая и неорганическая химия». **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 121. Телефон: **(+992 37) 236-14-82.** E-mail: **Soliev.Lutfullo@yandex.com**

Жумаев Маъруфжон Тагоймуротович - Таджикский государственный педагогический университет им. С.Айни, кандидат химических наук, доцент кафедры «Общая и неорганическая химия». **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 121. Телефон: **(+992) 919-93-00-00**

Тураев Ривоч Остонаевич - Таджикский государственный педагогический университет им. С.Айни, соискатель кафедры «Общая и неорганическая химия». **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 121. Телефон: **(+992) 988-82-73-94**

Махмадов Хафизулло Рахматуллоевич **-** Таджикский государственный педагогический университет им. С.Айни, аспирант кафедры «Общая и неорганическая химия». **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 121. Телефон: **(+992) 988-82-73-94**
Олимжонова Нилуфар Вахобджоновна - Таджикский государственный педагогический университет им. С.Айни, магистр кафедры «Общая и неорганическая химия». **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 121. Телефон: **(+992) 917-41-55-65**

Information about the authors: ***Soliev Lutfullo*** - Tajik State Pedagogical University named after S. Aini, Doctor of Chemistry, Professor of the Department of General and Inorganic Chemistry. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 121. Phone: **(+992 37) 236-14-82.** E-mail: **Soliev.Lutfullo@yandex.com**
Zhumaev Marufjon Tagoymurotovich - Tajik State Pedagogical University named after S. Aini, Candidate of Chemical Sciences, Associate Professor of the Department of General and Inorganic Chemistry. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 121. Phone: **(+992) 919-93-00-00**
Turaev Rivoch Ostonaevich - Tajik State Pedagogical University named after S. Aini, the applicant of the department "General and inorganic chemistry". **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, 121 Rudaki Avenue. Phone: **(+992) 988-82-73-94**
Makhmadov Hafizullo Rakhmatulloevich - Tajik State Pedagogical University named after S. Aini, PhD student, Department of General and Inorganic Chemistry. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, 121 Rudaki Avenue. Phone**: (+992) 988-82-73-94**
Olimjonova Nilufar Vakhobdzhonovna **-** Tajik State Pedagogical University named after S. Aini, master of the department "General and inorganic chemistry". **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 121. Phone: **(+992) 917-41-55-65**

УДК 553.94:662.74

ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИ СЖИГАНИИ УГЛЯ

Абдуллаев С.Ф., Пиров Ф.С., Абдуллоева М.С., Маслов В.А.
Физико-технический институт им. С. У. Умарова АН РТ, г. Душанбе,
Таджикский технический университет им. М.С. Осими

Экономические проблемы цементного производства. Наряду с металлургией, электроэнергетикой, химией и машиностроением цементная отрасль определяет экономический потенциал и уровень промышленного развития государства. Последние годы в Таджикистане динамично развивается строительно-инвестиционный комплекс, основу которого составляет цементная промышленность. Это позволяет расширять объемы производства и ассортимент выпускаемой продукции. Объекты, оказывающие воздействие на окружающую среду, подразделяются на четыре категории в соответствии с положениями Закона от 27.11.2014г. №1160 «Об охране окружающей среды» [1,с.6]. К первой категории отнесено производство цемента, как область применения наилучших доступных технологий (НДТ). Объектами, деятельность которых оказывает значительное негативное воздействие на окружающую среду и которые обязаны получать комплексные экологические разрешения на осуществление своей деятельности, являются профильные предприятия.

Необходим комплексный подход к экологическому нормированию хозяйственной деятельности, включающий совершенствование регулирования и контроля производственных процессов с целью обеспечения высокого уровня защиты окружающей среды. Для предотвращения загрязнения окружающей среды и рационального использования ресурсов хозяйствующие субъекты должны принимать все необходимые предупредительные меры, в частности, посредством внедрения НДТ, дающих возможность обеспечить выполнение экологических требований.

В Таджикистане в настоящее время функционируют 13 цементных заводов с общей производственной мощностью 4,8 млн. тонн в год. Последние годы в Таджикистане резко возросли потребность в производстве цемента в связи со строительством Рогунской ГЭС, автомобильных дорог и других объектов. Текущие ежегодные потребности Таджикистана в цементе составляют 2 млн. тонн.

Цемент, производимый «Таджикцементом», поставляется в основном на строительные площадки крупнейших ГЭС страны – Рогунской и Сангтудинской ГЭС-2. Цена за 1 тонну

цемента составляет 550 сомони. Между тем, многие предприятия в 2013 намеренно перешли на угольное топливо, что связано с ростом цен на природный газ на мировом рынке.

АООТ «Таджикцемент», проектная мощность которого составляет 1 млн. тонн цемента в год, сегодня работает на 20-25% мощности по причине изношенности основного оборудования. Завод был построен в 50-е годы XX века и производит портландцемент и сульфатостойкий цемент [2,с.1].

Общие запасы угля в Таджикистане оцениваются в 4,5 миллиардов тонн. Из них 714 миллионов тонн являются подтвержденными запасами. Однако большинство угольных шахт находятся в труднодоступных горных областях вдали от железной дороги, что делает промышленное развитие нерентабельным.

Хотя многие месторождения угля достаточно известны, в целом, угольные запасы республики изучены неравномерно и весьма слабо. Согласно геологическим данным, в Таджикистане имеется около 36 месторождений и проявлений угля, причем представлены различные его виды – начиная от бурого угля, заканчивая антрацитом и коксующимся углем. С 2001 года уголь добывается в основном открытым методом. Сегодня добычей этого твердого ископаемого топлива занимаются 14 предприятий, из них 8 являются частными.

Влияние цементного производства на запыленность воздуха. На рис.1 представлены результаты мониторинга массовой концентрации взвешенных частиц PM2.5 в различных точках Гиссарской долины. Как видно из рис.1, среднесуточные значения массовой концентрации взвешенных частиц PM2.5 превышают нормы ВОЗ(25мкг/м^3) в 26 раз при пылевых вторжениях, в 6-10 раз на территории цементного завода и 3 раза на территории ТАЛКО.

Летом, когда нет пылевых вторжений, воздух над г.Душанбе визуально намного прозрачнее, чем зимой. С территории полигона атмосферного мониторинга ФТИ им. С.У. Умарова АН РТ летом город хорошо просматривается до самых дальних микрорайонов. Поздней осенью, зимой и ранней весной, когда в частном секторе массово топят печи, с вершины полигона прилегающие районы видны сквозь густую дымку, а центральные и отдаленные районы г.Душанбе совсем не видны. Хотя зимой автотранспорта на улицах г.Душанбе меньше, чем летом, воздух загрязнен более чем в 2-5 раза [3,с.210]. Это наглядно подтверждает актуальность темы загрязнения окружающей среды при сжигании угля.

Анализ состава угля и золы. Нам представляется, что наиболее объективным методом оценки загрязнения окружающей среды за счет выбросов в атмосферу при сжигании угля является метод угольного кларка [4,с.2]. Этот метод позволяет проследить закономерности содержания примесей в каменном и буром угле, а также в золе из этих углей. В табл.1 приведены оценки кларка элементов-примесей, содержащихся в угле и в золе.

Рисунок 1. Мониторинг суточной вариации PM2.5 в различных зонах Гиссарской долины (ПВ - пылевое вторжения; СЧЦЗ- северная часть Цементного завода; ЗЧЦЗ- западная часть цементного завода; ТАЛКО- Таджикская алюминиевая компания; ФТИ – полигон атмосферного мониторинга лаборатории физики атмосферы ФТИ им. С.У.Умарова АН РТ; с.Дара- село Дара в Вахдатском районе)

Figure 1. Monitoring of daily variation of PM2.5 in different zones of the Hissar Valley (PV - dust intrusion; SCCHZZ - the northern part of the Cement Plant; ZCHZZZ - the western part of the cement plant; TALCO - Tajik Aluminum Company; Physicotechnical Institute - atmospheric monitoring polygon of the Laboratory of Atmospheric Physics of the Physicotechnical Institute named after S.U. Umarova, Academy of Sciences of the Republic of Tatarstan; Dara village, Dara village, Vakhdat district)

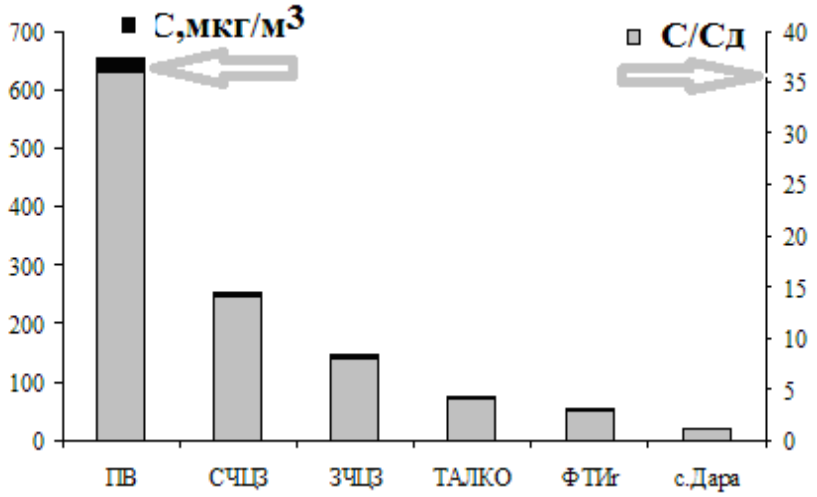


Таблица 1. Оценки кларка элементов-примесей в углях, г/т (расчеты М.П. Кетрис 2005г)
Table 1. Estimates of the clarke of impurity elements in coal, g / t (calculations MP Ketris 2005)

Элемент	Угли			Золы углей		
	Бурые	Каменные	Все	Бурые	Каменные	Все
Li	10±1.0	14±1	12	49±4	82±5	66
Rb	10±0.9	18±1	14	48±5	110±10	79
Cs	0.98±0.10	1.1±0.12	1.0	5.2±0.5	8.0±0.5	6.6
Tl	0.68±0.07	0.58±0.4	0.63	5.1±0.5	4.6±0.4	4.9
Sr	120±10	100±7	110	740±70	730±50	740
Ba	150±10	150±10	150	900±70	980±60	940
Be	1.2±0.1	2.0±0.1	1.6	6.7±0.5	12±1	9.4
Sc	4.1±0.2	3.7±0.2	3.9	23±1	24±1	23
Y	8.6±0.4	8.2±0.5	8.4	44±3	547±2	51
La	10±0.5	11±1	11	61±3	76±3	69
Ce	22±1	23±1	23	120±10	140±10	130
Pr	3.5±0.3	3.4±0.2	3.5	13±2	26±3	20
Nd	11±1	12±1	12	58±5	75±4	67
Sm	1.9±0.1	2.2±0.1	2.0	11±1	14±1	13
Eu	0.50±0.02	0.43±0.02	0.47	2.3±0.2	2.6±0.1	2.5
Gd	2.6±0.2	2.7±0.2	2.7	16±1	16±1	16
Tb	0.32±0.03	0.31±0.02	0.32	2.0±0.1	2.1±0.1	2.1
Dy	2.0±0.1	2.1±0.1	2.1	12±1	15±1	14
Ho	0.50±0.05	0.75±0.04	0.54	3.1±0.3	4.8±0.2	4.0
Er	0.85±0.8	1.00±0.07	0.93	4.6±0.2	6.4±0.3	5.5
Tm	0.31±0.02	0.30±0.02	0.31	1.8±0.3	2.2±0.1	2.0

Yb	1.0±0.05	1.0±0.06	1.0	5.5±0.2	6.9±0.3	6.2
Lu	1.19±0.02	0.20±0.01	0.20	1.10±0.10	1.3±0.1	1.2
Ga	5.5±0.3	6.0±0.2	5.8	29±1	36±1	33
Ge	2.0±0.1	2.4±0.2	2.2	11±1	18±1	15
Ti	720±40	890±40	800	4000±200	5300±200	4650
Zr	35±2	36±3	36	190±10	230±10	210
Hf	1.2±0.1	1.2±0.1	1.2	7.5±0.4	9.0±0.3	8.3
Th	3.3±0.2	3.2±0.1	3.3	19±1	23±1	21
Sn	0.79±0.09	1.4±0.1	1.1	4.7±0.4	8.0±.4	6.4
V	22±2	28±1	25	140±10	170±10	155
Nb	3.3±0.3	4.0±0.4	3.7	18±1	22±1	20
Ta	0.26±0.3	0.30±0.02	0.28	1.4±0.1	2.0±0.1	1.7
Mo	2.2±0.2	2.1±0.1	2.2	15±1	14±1	14
W	1.2±0.2	0.99±0.11	1.1	6.0±1.7	7.8±0.6	6.9

Таблица 2. Оценки кларка элементов-примесей в угле и золе, г/т (расчеты М.П. Кетрис 2005 г) (продолжение)

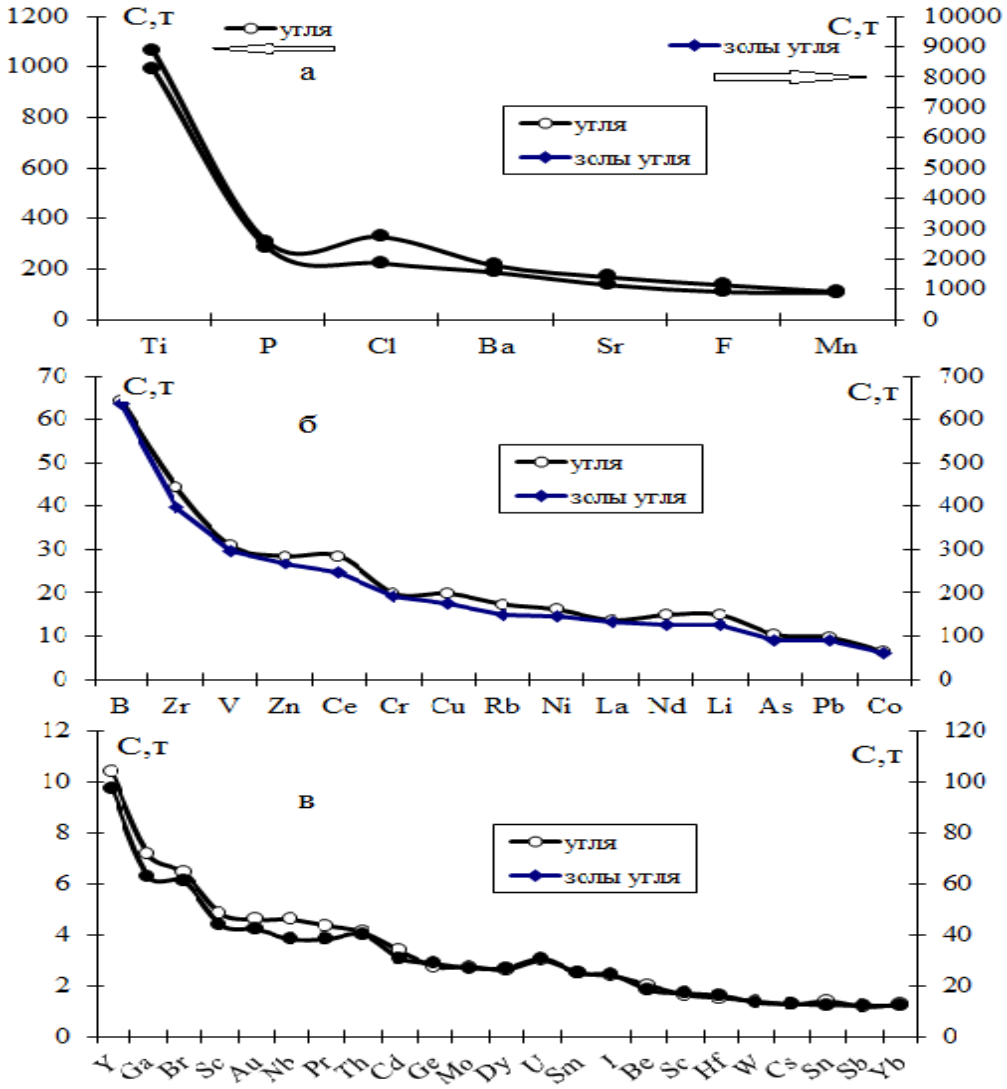
Table 2. Estimates of clarke elements-impurities in coal and ash, g / t (calculations by MP Ketris 2005) (continued)

Элемент	Угли			Золы углей		
	Бурые	Каменные	Все	Бурые	Каменные	Все
U	2.9±0.3	1.9±0.1	2.4	16±2	15±1	16
B	56±3	47±3	52	410±30	260±20	335
P	200±30	250±10	230	1200±100	1500±100	1350
F	90±7	82±6	88	630±50	580±20	605
Cl	120±20	340±40	180	770±120	2100±300	1440
Br	4.4±0.8	6.0±0.8	5.2	32±5	32±9	32
I	2.3±0.4	1.5±0.3	1.9	13±2	12.5±5.4	12.6
Cu	15±1	16±1	16	74±4	110±5	92
Ag	0.090±0.020	0.100±0.016	0.095	0.59±0.09	0.63±0.10	0.61
Au, мг/т	3.0±0.6	4.4±1.4	3.7	20±5	24±10	22
Zn	18±1	28±2	23	110±10	170±10	140
Cd	0.24±0.04	0.20±0.04	0.22	1.10±0.17	1.20±0.30	1.2
Hg	0.10±0.01	0.10±0.01	0.10	0.62±0.06	0.87±0.07	0.75
In	0.021±0.002	0.040±0.020	0.031	0.11±0.01	0.21±0.18	0.16
Pb	6.6±0.4	9.0±0.7	7.8	38±2	55±6	47
Bi	0.84±0.09	1.1±0.1	0.97	4.3±0.8	7.5±0.4	5.9
As	7.6±1.3	9.0±0.7	8.3	48±7	46±5	47
Sb	0.84±0.09	1.00±0.09	0.92	5.0±0.4	7.5±0.6	6.3
Se	1.0±0.15	1.6±0.1	1.3	7.6±0.6	10.0±0.7	8.8
Cr	15±1	17±1	16	82±5	120±5	100
Mn	100±6	71±5	86	550±30	430±30	490
Co	4.2±0.3	6.0±0.2	5.1	26±1	37±2	32
Ni	9.0±0.9	17±1	13	52±5	100±5	76
Pd	0.0135±0.0057	0.0013±0.0022	0.0074	0.066±0.027	0.007±0.011	0.37
Ir	0.0024±0.0057	0.0014±0.0003	0.0019	0.013±0.031	0.0070±0.0025	0.010
Pt	0.065±0.018	0.0050±0.0032	0.035	0.22±0.04	0.038±0.018	0.13

В Таджикистане добыча угля в 2018 г составила 1.9 млн. тонн. Поскольку данные о соотношении сжигаемого бурого и каменного угля в Таджикистане отсутствуют, в качестве кларка примесей для угля и золы использовались среднеарифметические значения для этих углей. Используя данные табл.1 и полного содержания перечисленных в таблице элементов, их содержание в золе можем получить величину содержания примесей на одну тонну угля и золы.

Результаты приведены на рис.2 и рис. 3. Все элементы-примеси можно условно разделить на пять групп, в соответствии с количеством содержащихся в угле и золе примесей (рис.2-3).

Рисунок 2. Содержание примесей в угле и золе
Fig.2. The content of impurities in coal and ash



Характерной особенностью является то, что состав примесей в угле и в золе очень близок. Коэффициенты корреляции для приведенных групп примесей составляют 97–99%. Это означает, что почти такое же соотношение между концентрациями элементов-примесей будет и в газопылевых выбросах при сжигании угля.

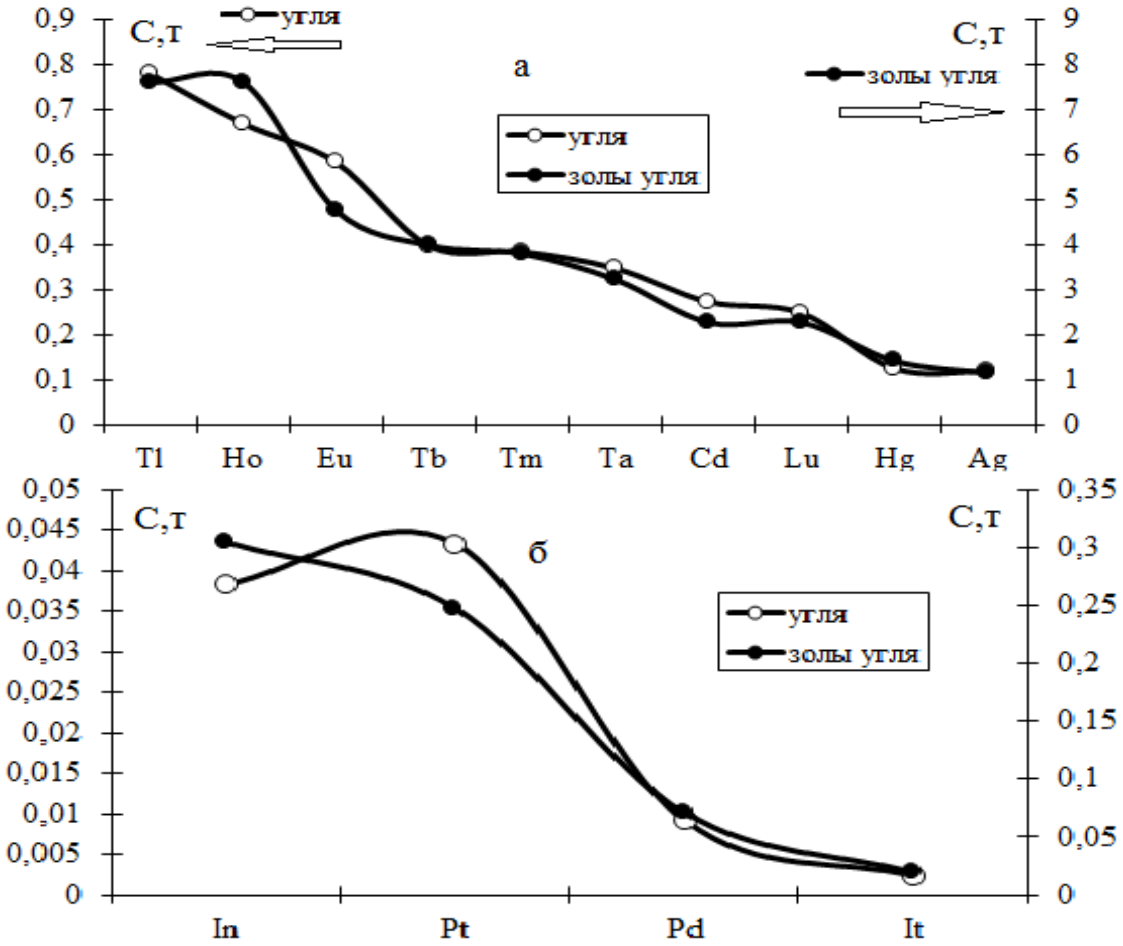
Другой важной закономерностью является то, что практически все особо опасные тяжелые металлы (As, Pb, Cr, Ni, Cu, Zn) оказались во второй группе среднераспространенных элементов (рис.2.б).

В комплексе отраслей, производящих строительные материалы, цементная промышленность является базовой отраслью. Роль цемента в современном строительстве очень велика, его ничем невозможно равноценно заменить. Цемент остается относительно простым, универсальным и дешевым веществом, для изготовления которого требуются широко распространенные материалы - известняк, глины, мел, а также вода.

Экологические проблемы цементного производства. При всей важности цементного производства, оно создает ряд проблем, как в экономической, так и в экологической сфере.

В производстве цемента в развитых странах обычно практикуется более эффективный сухой способ, тогда как цементные заводы Таджикистане используют более затратный и энергоемкий мокрый способ. В нашей стране высокие транспортные издержки препятствуют высокой эффективности экономической деятельности компаний.

Рисунок 3. Содержание микропримесей в угле и золе
Fig.3. Trace content in coal and ash



Основными проблемами всех цементных заводов являются выбросы углекислого газа (CO_2) и твердых веществ (пыль).

Влияние цементного производства на растения [5,с.4], животных [6,с.3; 7,с.4] и человека [8,с.5; 9,с.2; 10,с.2] можно отнести к негативным факторам.

Цементная пыль изменяет химический состав растений и снежного покрова, приводит к изменению видового состава растений, угнетению жизненного состояния леса и антропогенной трансформации растительных сообществ в зоне загрязнения.

Цементная пыль вызывает у животных развитие воспалений слизистых оболочек и повреждения кожных покровов тела. Оседая в бронхах и легких животных, наибольшее влияние пыль оказывает на дыхательные пути животных.

Ряд серьезных заболеваний дыхательной системы у человека вызывает цементная пыль. К серьезным заболеваниям кожи, дыхательных путей и слизистых оболочек носоглотки и полости рта у человека могут приводить щелочная основа цемента и высокая аллергенность хроматов.

Известно, что уголь – грязное топливо. Какую бы технологию мы ни применяли, выбросы и отходы будут токсичными или особо токсичными. Концентрация их будет возрастать с годами по мере эксплуатации цементного завода и ТЭЦ.

Основные выводы и рекомендации. Вопросы утилизации отходов цементного производства требуют внедрения новых передовых технологий и постоянного контроля состояния окружающей среды. Необходимо создание системы мониторинга загрязняющих веществ атмосферы в зоне цементного завода для контроля вредных выбросов. Для улучшения экологической ситуации г.Душанбе желательно построить малые ГЭС на реке Варзоб, которые бы смогли обеспечить предприятия и население г.Душанбе чистой энергией и предусмотреть возможности широкого использования возобновляемых источников энергии в городе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Закон Республики Таджикистан об охране окружающей среды 27.11.2014г. №1160.
2. [Электронный ресурс]. https://www.news.tj/ru/news/tajikistan/20100616/tadzhiktsement-uvelichil-proizvodstvo-tsementa-v-17-raza
3. Назаров Б.И. Атмосферный аэрозоль Центральной Азии / Б.И. Назаров, С.Ф. Абдуллаев, В.А. Маслов. -Душанбе: Дониш, 2017. -416 с. ISBN 978-99975-55-36-6
4. Юдович Я.Э. Токсичные элементы-примеси в ископаемых углях /Я.Э. Юдович, М.П. Кетрис. -Екатеринбург: УрО РАН, 2005. -655 с.
5. Шелухо В.П. Ослабление сосновых насаждений выбросами цементного производства / В.П. Шелухо // Изв. вузов, лес. ж. –М., 1997. -№1-2. -С.155-118.
6. Иванов К.М. Приусадебное животноводство / К.М. Иванов. -Л.: Агропромиздат. Ленинградское отделение, 1996. -257 с.
7. Новиков Ю.Ф. Беседы о животноводстве / Ю.Ф. Новиков. -М.: Молодая гвардия, 1997. - 195 с.
8. Буйволов М.В. Кравченко А.С. Боголюбов. -М.: Экосистема, 1998. -25 с.
9. Вишаренко В.С. Экологические проблемы городов и здоровье человека / В.С. Вишаренко. -М.: Экосистема, 2000. - 25 с.
10. Аржакова, М.В. Анализ состояния экологической среды и инвестиции в природоохранные мероприятия (на примере республики Саха (Якутия): дис. ... канд. экон. наук / М.В. Аржакова. -СпБ.: Пушкин, 2003. -230 с.

ПРОБЛЕМАҲОИ ЭКОЛОГӢ ҲАНГОМИ СӮЗИШИ АНГИШТ

Дар баробари металлургия, неруи барқ, химия ва мошинсозӣ, саноати семент иқтидори иқтисодӣ ва сатҳи рушди саноатро муайян мекунад. Дар солҳои охир, маҷмӯи сохтмон ва сармоягузорӣ ба он дар Тоҷикистон ба таври динамикӣ рушд меёбанд, ки асоси онро саноати семент ташкил медиҳад. Ин имкон медиҳад, ки ҳаҷми истеҳсолот ва миқдори маҳсулотро зиёд намоем. Мақолаи мазкур натиҷаҳои мониторинги консентратсияи зарраҳои муаллақи андозаи то 2,5мкм (PM2.5)-ро дар нуқтаҳои гуногуни водии Ҳисор пешниҳод мекунад. Миқдори шабонарӯзии консентратсияи зарраҳои муаллақи андозаи то 2,5мкм PM2.5 аз меъёрҳои ТУС (25 мг/м³) 26 маротиба ҳангоми чангу ғубор, 6-10 маротиба дар ҳудуди заводи семент ва 3 маротиба дар ҳудуди ТАЛКО зиёдтар аст. Бо истифода аз усули кларк миқдори партови элементҳо дар ангишт ва дар хокистари он дар фазо ва хок, нишон дода шудааст. Хусусияти хос дар он аст, ки таркиби ифлосӣ дар ангишт ва хокистар хеле наздик аст. Коэффитсиенти мутобиқат барои гурӯҳҳои номбаршуда 97-99%-ро ташкил медиҳад. Ин маънои онро дорад, ки тақрибан ҳамон як таносуби байни консентратсияи элементҳо дар газ ва партовҳо аз сӯзишвории ангишт хоҳанд буд. Намунаи дигари муҳим он аст, ки қариб ҳама металлҳои хеле хатарнок (As, Pb, Cr, Ni, Cu, Zn) дар гурӯҳи дуюми элементҳои муътадил ҷойгиранд.

Калидвожаҳо: элемент, кларк, семент, ангишт, чанг, аэрозол, хокистари ангишт.

ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИ СЖИГАНИИ УГЛЯ

Наряду с металлургией, электроэнергетикой, химией и машиностроением цементная отрасль определяет экономический потенциал и уровень промышленного развития государства. Последние годы в Таджикистане динамично развивается строительно-инвестиционный комплекс, основу которого составляет цементная промышленность. Это позволяет расширить объемы производства и ассортимент выпускаемой продукции. В настоящей работе представлены результаты мониторинга массовой концентрации взвешенных частиц PM2.5 в различных точках Гиссарской долины. Среднесуточные значения массовой концентрации взвешенных частиц PM2.5 превышают нормы ВОЗ(25мкг/м^3) в 26 раз при пылевых вторжениях, в 6-10 раз на территории цементного завода и 3 раза на территории ТАЛКО. Методом угольного кларка приведены оценки выбросов элементов-примесей, содержащихся в угле и в золе в атмосфере и почве. Характерной особенностью является то, что состав примесей в угле и в золе очень близок. Коэффициенты корреляции для приведенных групп примесей составляют 97–99%. Это означает, что почти такое же соотношение между концентрациями элементов-примесей будет и в газопылевых выбросах при сжигании угля. Другой важной закономерностью является то, что практически все особоопасные тяжелые металлы (As, Pb, Cr, Ni, Cu, Zn) оказались во второй группе средне- распространенных элементов.

Ключевые слова: элемент, кларк, цемент, уголь, пыль, аэрозоль. пылевые вторжения.

ECOLOGICAL PROBLEM AT INCINERATIONS OF COAL

Along with metallurgy, electric power, chemistry and mechanical engineering, the cement industry determines the economic potential and level of industrial development of the state. In recent years, a construction and investment complex has been developing dynamically in Tajikistan, the core of which is the cement industry. This allows to expand production volumes and product range. This paper presents the results of monitoring the mass concentration of particles matter PM2.5 at various points in the Gissar Valley. The daily average values of the mass concentration of suspended particles PM2.5 exceed WHO standards (25μg/m^3) by 26 times in dust intrusions, by 6-10 times in the territory of the cement plant and 3 times in the territory of the TALCO. The clarke method provides an estimate of emissions of impurity elements contained in coal and in ash in the atmosphere and soil. A characteristic feature is that the composition of impurities in coal and in ash

is very close. The correlation coefficients for the given groups of impurities are 97–99%. This means that almost the same ratio between the concentrations of impurity elements will be in the gas and dust emissions from coal combustion. Another important pattern is that almost all highly dangerous heavy metals (As, Pb, Cr, Ni, Cu, Zn) were in the second group of moderately common elements.

Key words: element, Clarke, cement, coal, dust, aerosol, dust intrusion.

Сведения об авторах: ***Абдуллаев Сабур Фузайлович*** **-** Физико-технический институт им. С.У. Умарова АН Республики Таджикистан, доктор физико-математических наук, профессор, заведующей лабораторией физики атмосферы. **Адрес:** 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Айни 299/1. Телефон: **(+992 37) 22-24-18-26; 934-89-60-14.** E-mail: **sabur.f.abdullaev@gmail.com**

Пиров Фуркат Сайфуллоевич **-** Таджикский технический университет им. М.С. Осими, кандидат технических наук, и.о.доцента. **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г Душанбе, улица академиков Раджабовых 10. Телефон: **(+992) 880-00-05-98**. E-mail: **furkatpirov@gmail.com**

Абдуллаева Марджона Сабуровна – Таджикский технический университет им. М.С. Осими, магистрант. **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г Душанбе, улица академиков Раджабовых 10. Телефон: **(+992) 933-00-29-90**

Маслов Владимир Анатольевич - Физико-технический институт им. С.У. Умарова АН Республики Таджикистан, кандидат физико-математических наук в.н.с. лаборатории физики атмосферы. **Адрес:** 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Айни 299/1. Телефон: **(+992 37) 235-57-80**; факс.: **(+992 37) 222-10-01.** E-mail: **vamaslov@inbox.ru**

Information about the authors: ***Abdullaev Sabur Fuzailovich*** - Institute of Physics and Technology named after S.U. Umarova, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Laboratory of Atmospheric Physics. **Address:** 734063, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Aini Avenue 299/1. Phone: **(+992 37) 22-24-18-26; 934-89-60-14.** Email: **sabur.f.abdullaev@gmail.com**

Pirov Furkat Sayfulloevich - Tajik Technical University. M.S. Osimi, candidate of technical sciences, acting associate professor. **Address:** 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Academician Radjabov Street 10. Phone: **(+992) 880-00-05-98**. Email: **furkatpirov@gmail.com**

Abdullaev Mardzhon Saburovna - Tajik Technical University named after M.S. Osimi, undergraduate. **Address**: 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Academician Radjabov Street 10. Phone: **(+992) 933-00-29-90**

Maslov *Vladimir Anatolyevich* - Institute of Physics and Technology named after S.U. Umarova, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, Candidate of Physical and Mathematical Sciences atmospheric physics laboratories. **Address:** 734063, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Aini Avenue 299/1. Phone: **(+992 37) 235-57-80;** fax.: **(+992 37) 222-10-01**. E-mail: **vamaslov@inbox.ru**

УДК 544

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЛИЯНИЯ СИЛИЦИЯ НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК

Гиёсов С.С., Нематов Д.Д., Каюмов М.М.

Технический колледж Таджикского технического университета имени М.С. Осими, Таджикский технический университет имени М.С. Осими

1. Введение. В данной работе представлены результаты кванто – химического моделирования с применением ТФП [1,с. 64] и использованием пакета WIEN2к [2] с целью изучения электронно-энергетического спектра *УНТ* (3,3) и оценки влияния атомов Si на электронные свойства данного материала. Очень важно отметить, что в настоящее время квантово-химические расчеты в рамках ТФП используются для изучения широкого круга теоретических и прикладных проблем в физике конденсированных сред, биохимии и нанотехнологии [3].

В рамках ТФП и с помощью разных вычислительных квантово-химических программных обеспечений, таких как WIEN2к и VASP, можно вычислять широкий спектр структурных, оптических, химических и электрических свойств конденсированных сред, а также исследовать ряд параметров атомов и молекул, таких как полная энергия системы, плотность заряда, электронная энергия, энергия распыления, длина связи, числа заполнения, ширина запрещённой зоны, энергия поверхности, энергия атомизации, распределение Ферми-Дирака, градиент электрического поля, спин-поляризованная и спин-орбитальная связь и т. д.

Суть ТФП состоит в том, что полная энергия системы взаимодействующих частиц в заданном внешнем поле представляется как однозначный функционал, который зависит только

от плотности частиц $\rho(r)$, и электронная плотность является функцией координат электронов. Обычно полная энергия взаимодействующих частиц должна определяться с помощью многоэлектронной волновой функции в зависимости от переменных 3N, решение которых не является возможным для физической системы, которая содержит большое число атомов и, соответственно, большое число электронов. Это связано с тем, что число решений волнового уравнения экспоненциально растёт с числом электронов [4].

Таким образом, решение волновой функции для исследования систем с большим числом атомов и электронов невозможно даже с применением современных вычислительных машин. В таких случаях очень удобно проводить расчеты через электронную плотность, которая зависит от трёх переменных (то есть зависит от трёх координат) и не зависит от размера молекулы. Ферми и Л. Томас сделали первый и начальный шаг для решения данной проблемы, а также дали толчок в развитии квантовой физики. Э. Модель Томас - Ферми в свое время отражала идею об использовании электронной плотности для вычисления атомной энергии и энергии взаимодействия [5]. Однако их модель имела заметный недостаток, поскольку они не учитывали энергию электронной корреляции, обменное взаимодействие (обменно-корреляционное взаимодействие). После Хоэнберг и Кон предложили ТФП и включили в нём энергию обменно-корреляционного взаимодействия.

Так как П. Хоэнберг и В. Кон в рамках квантовой физики предложили теорему, которая считается основой теории функционала плотности [6], и согласно этому полная энергия основного состояния (необходимо отметить что ТФП предназначен для расчета основного состояния) системы взаимодействующих электронов является функционалом от плотности электронов $\rho(r)$:

$$E_0 = E[\rho(r)]$$

Хоэнберг и Кон предложили следующие две теоремы [7]:

- Внешний потенциал (и, следовательно, полная энергия взаимодействующих частиц) является уникальным функционалом электронной плотности.
- Функционал, который доставляет энергию основного состояния системы, дает самую низкую энергию тогда и только тогда, когда входная плотность является истинной плотностью основного состояния.

Так как ТФП представляет собой квантовый метод численного моделирования, который используется в физике, химии и материаловедении, а также для исследования электронной структуры многочастичных систем, в частности атомов, молекул в конденсированных средах.

Кроме того, ТФП даёт хорошее описание свойств основного состояния. Практическое применение ТФП основано на аппроксимации обменного корреляционного потенциала. Обменно - корреляционный потенциал описывает эффекты принципа Паули и кулоновского потенциала электростатического взаимодействия электронов. Литературные данные показывают, что в зависимости от функции электронной плотности результаты расчетов ряда физико-химических параметров конденсированных сред точно совпадают с экспериментальными данными [8–9].

Для реализация кванто-химических расчетов в рамках ТФП применяется (в нашем случае) многоцельный пакет WIEN2k.

Расчеты в рамках ТФП - WIEN2k выполняются на основе данных о кристаллической решетке вещества в виде c*if*-файлах. Схема работы WIEN2k для проведения квантово-химических расчетов была показана в нашей предыдущей работе [10]. Данные по кристаллической УНТ (3,3) были взяты из онлайн-базы данных сайта TubeGen 3.4 [11] и программы Nanotube Modeler [12], а также из нашей предыдущей работы [13].

2. Структурные характеристики УНТ (3,3). УНТ с фундаментальной точки зрения представляет большой интерес во многих областях современной науки и био-нанотехнологии.

Наиболее привлекательными свойствами обладают структуры УНТ (одностенные углеродные нанотрубки считаются длинно- обернутыми графеновыми листами), сопряженные с уникальными их физическими (электронными, механическими и оптическими) и химическими свойствами. Металлические УНТ (3,3) [14]

были предложены в качестве соединительных материалов из-за их высокой токонесущей емкости (большой плотности тока), а также их механической устойчивости. Все вышеотмеченные характеристики УНТ(3,3), несомненно, открывают путь к их будущему использованию и многоцелевым разработкам [15].

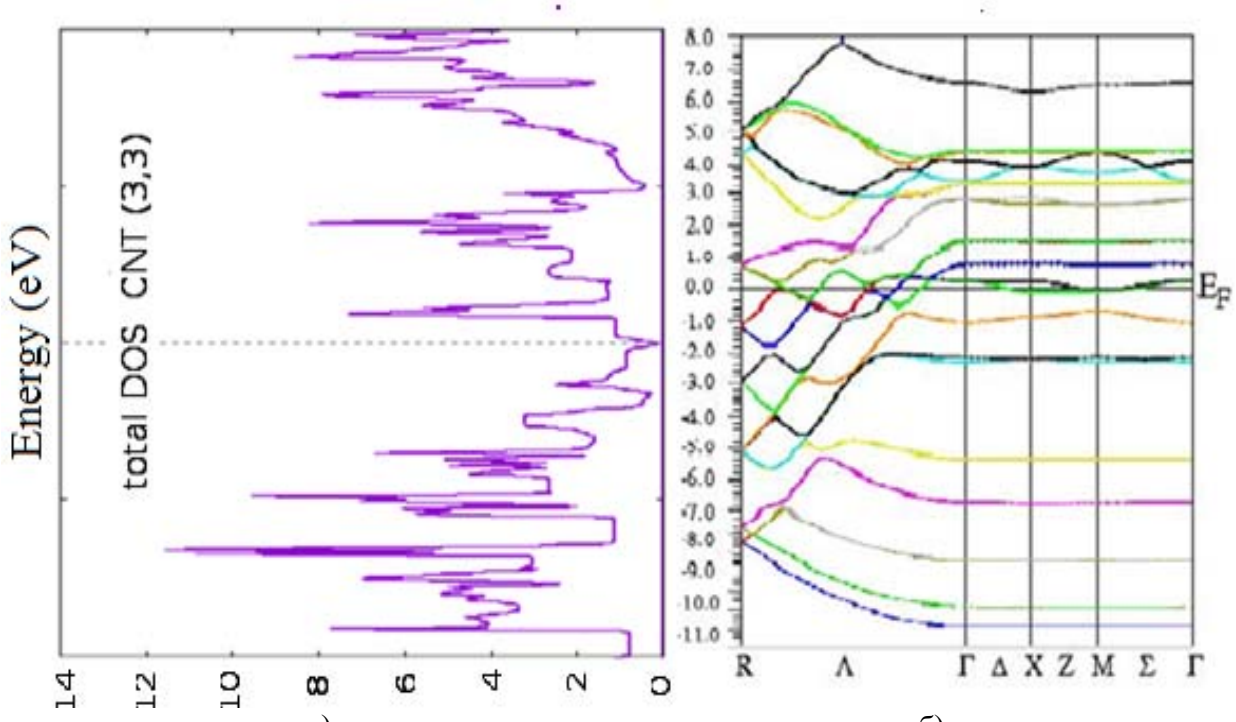
Графеновый лист представляет собой металлический материал с нулевой шириной запрещенной зоны, а электронные состояния бесконечно длинной нанотрубки распределены непрерывно вдоль нано-оси трубки и квантуются по окружности [15]. Кристаллические постоянные для нелегированного УНТ (3,3) имеют следующие значения: a=7.47620 Å, b=7.47620 Å, c =7.39290Å, с углами α=β=γ=90° и пространственной группой 11_P21/m, а для легированного УНТ (3,3) a= 7.47620 Å, b= 7.47620 Å, c = 7.39290 Å, с углами α=β=γ=90° и пространственной группой 6_Pm.

Длина C - C связей в УНТ (3,3) составляет 1.4210*Å*. Ниже оптимизации атомной геометрии УНТ (3,3) выполнены в k-точке зона Бриллюэна. Следуя методикам расчета по WIEN2k и *ТФП [16],* мы имеем атомы C, окруженные сферой Маттина (MuffSin; MT), где общая площадь делится на две зоны. Одна область включает внутреннюю часть сфер, а вторая - часть пространства, которая имеет форму промежуточной области. Радиусы сфер MT равны 1.33 a_0 для C и 1.3 a_0 для Si, где a_0 - радиус Бора.

3. ***Результаты и их обсуждение.*** Результаты расчетов в рамках WIEN2k - *ТФП* методом mBJ [17-19] по расчету энергетических зонных структур и определение ширины запрещенной зоны до и после легирования приведены с помощью рисунка 1 (а, б) и 2 (а, б). Пунктирные линии соответствуют уровням Ферми (E_F).

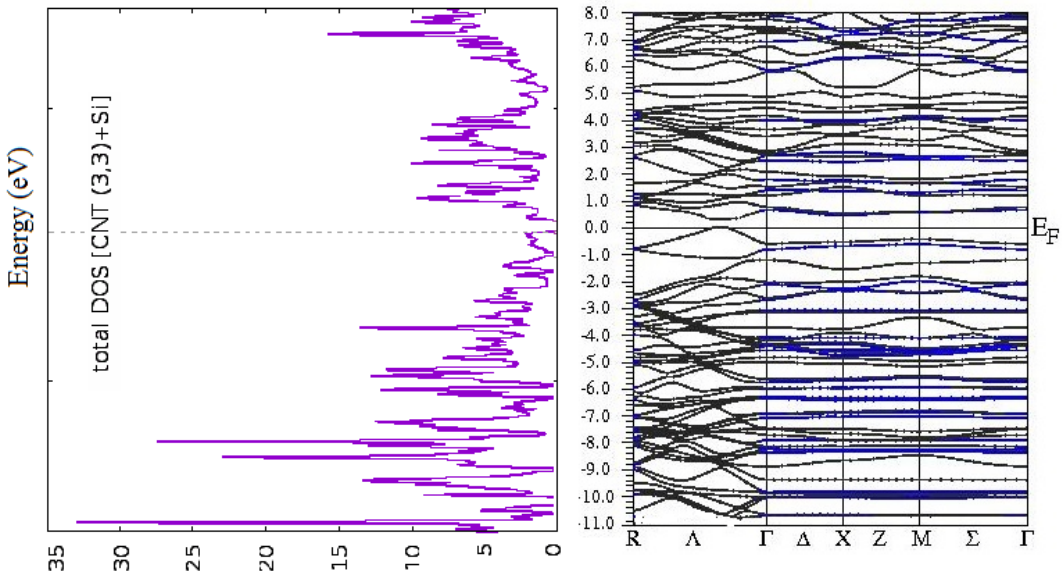
Рисунка 1. Общая плотность электронных состояний (а) и распределение энергетических зон (б) для УНТ (3,3)

Figure 1. The total density of electronic states (a) and the distribution of energy bands (b) for CNTs (3.3)



а) б)

Рисунка 2. Общая плотность электронных состояний (а) и распределение энергетических зон (б) для УНТ (3,3), легированной одним атомом Si
Figure 2. The total density of electronic states (a) and the distribution of energy bands (b) for CNTs (3.3) doped with one Si atom



а) б)

На рисунках 2 (а, б) четко показано, что чистая и нелегированная УНТ (3,3) подтверждает полное металлическое свойство и не имеет запретной зоны для электронов. Но, согласно рисункам 2 (а, б), можно сказать, что данный материал потеряет свое металлическое свойство и энергетическую устойчивость при малых внешних воздействиях. Например, в нашем случае исследование показывает, что легирование всего одним атомом Si в УНТ (3,3) оказывает сильное влияние на модификацию их электронных свойств, и материал преобладает полупроводниковыми свойствами. Ширина запрещенной зоны, согласно нашим расчетам, для системы, легированной силицием, составляет 0.4 эВ. Так как в случае, когда замещение одного атома углерода атомом Si, который составляет всего 0.01% от общего количества атомов в системе УНТ (3,3)+Si, заставляет систему принимать новые свойства, можно сказать, что УНТ (3,3) входит в ряд функциональных материалов, которые легко можно изменить и контролировать (настраивать) их электрофизические и оптические свойства. Такие материалы имеют широкую область применения. Например, УНТ (3,3) после легирования Si обладает полупроводниковыми свойствами и становится полупроводником с узкими запрещенными зонами, материал которых имеет широкое применение [20]. Можно напомнить, что узкополосные материалы применяются в создании детекторов ИК-излучения, фоторезистивных детекторов, вентильных фотодетекторов, инжекционных лазеров, термо-и фотоэлектрических приборов, Холл-датчиков, магниторезисторов и т.д.

Таким образом, при сравнении результатов, приведённых в рисунках 1 и 2, можно сказать, что легирование Si в УНТ (3,3) оказывает существенное влияние на модификацию их электронных свойств. На основе данных электронных свойств УНТ (3,3) в дальнейшем представляется возможным изучать многомасштабные динамические и структурные процессы УНТ (3,3) и других материалов.

Выводы. В работе были представлены результаты кванто – химических расчетов с применением ТФП и использованием пакета WIEN2к электронного состояния УНТ (3,3) с целью изучения влияния Si на их электронные свойства. Результаты показали, что Si оказывает сильное влияние на электронно-энергетические свойства УНТ(3,3). Данное исследование послужит основой для дальнейших работ, которые приведут к пониманию роли замещения Si-подобных атомов электронными свойствами УНТ (3,3), которые используются в современном

материаловедении, наномедицине, наноэлектронике, в полевых эмиссионных устройствах и т. д.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сатанин А.М. Введение в теорию функционала плотности / А.М. Сатанин. -Н. Новгород: НГУ им. Н.И. Лобачевского, 2009. -64 с.
2. Schwars K. Solid state calculaSions using WIEN2k / K. Schwars, P. Blaha // ComputaSional Materials Sciens. - 2003. - V.28. -P.259-273.
3. The quantum-chemistry calculations of electronic structure of boron nitride nanocrystals with density Functional theory realization / D. Nematov, A. Burhonzoda, M. Khusenov, Kh.Kholmurodov and Medhat Ibrahim // Egyptian Journal of Chemistry. – 2019. -Volume 62. -Issue 4. -P.29-40.
4. Dirac P.A.M. Quantum mechanics of many-electron systems / P.A.M. Dirac // Proceedingsof the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character. - 1929. -V.123.
5. Thomas L.H. The calculation of atomic fields / L.H. Thomas // Math. Proc. Cam. Phil. Soc. - 1927. -V.23. -P.542-448.
6. Hohenberg P. Inhomogeneous electron gas / P. Hohenberg, W. Kohn // Phys. Rev. - 1964. -V.136. -P.864-871.
7. Kohn W. Self-Consistent Equations Including Exchange and Correlation Effects / W. Kohn, L.J. Sham // Phys. Rev., Ser. A. - 1965. -V.140. -P.1133-1965.
8. Theoretical and Experimental Study on the Optoelectronic Properties of Nb3O7 (OH) and Nb2O5 Photoelectrodes /[W. Khan, S. Betzler, O. Sipr et al.]// J. Physical Chemistry C. - 2016. -V.120. -P.23329-23338.
9. David S.S. Density Functional Theory: A Practical Introduction / S.S. David, A.S. Janice // Wiley. - 2009.
10. Квантово-химический расчет электронной структуры нанокристаллов ZrO2 в рамках теории функционала плотности /[Д.Д. Нематов, А.С. Бурхонзода, Ш.У. Фозилов и др.] // Materials the scientific-practical international confe-rence of students, magi ster, phd students and young scientists «Muhandis-2019». - 2019. - Part-2. –С.35-48.
11. [Электронный ресурс]. http://turin.nss.udel.edu/research/tubegenonline.html/
12. [Электронный ресурс]. http://www.jcrystal.com/products/wincnt/, Nanotube Modeler, JCrystalSoft. Ed., 2005.
13. Нематов Д.Д. Влияние чужеродных атомов на электронные структуры бор-азотных нанотрубок / Д.Д. Нематов // Конференция «Ломоносов 2019» Секция «Физ. тверд. тел» -С.912-916. [Электронный ресурс]. http://scidep.phys.msu.ru/files/lomonosov2019/sbornik/018_sb.pdf
14. Kreupl F. Carbon Nanotubes in Interconnect Applications / F. Kreupl // Microelectronic Engineering. – 2002. -Vol.64. - P.399-408.
15. Iijima, S. Helical microtubules of graphitic carbon / S. Iijima, A. Sumio // Nature (ISSN 0028-0836). - 1991. -vol.354. - P.56-58.
16. Кванто-химический расчет электронной структуры перовскита CsSnI3, легированного Cl, методом ТФП / Д.Д. Нематов, А.С. Бурхонзода, М.А. Хусенов [и др.] // Materials the scientific-practical international confe-rence of students, magi ster, phd students and young scientists «Muhandis-2019» Part-3. -P.279-300.
17. Tran, F. Band Gap Calculations with Becke-Johnson Exchange Potential / F. Tran, P. Blaha, K. Schwarz // J. Phys.: Condens. - 2007. -V.19. -P.196-208.
18. Tran F. Accurate Band Gaps of Semiconductors and Insulators with a Semilocal Exchange-Correlation Potential / F. Tran, P. Blaha // Phys. Rev. Lett. - 2009. -V.102. -P.226-401.
19. Koller D.; Tran F.; Blaha P. Merits and Limitsof the Modified Becke-Johnson Exchange Potential. Phys. Rev. – 2011. - 83. -P.195-134.
20. Кикоин И.И. Полупроводники с узкой запрещенной зоной и их применение/И.И. Кикоин. -М.: Мир, 1969.-256 с.

МОДЕЛСОЗИИ РАВАНДИ ТАЪСИРИ СИЛИТСИЙ БА СПЕКТРИ ЭНЕРГЕТИКИИ НАНОНАЙЧАҲОИ КАРБОНӢ

Дар мақолаи мазкур бо истифода аз методи назарияи функсионали зиччӣ (НФЗ) ва коди барномавии WIEN2k, сохтори электронӣ-энергетикии нанонайчаи карбонӣ моделиронӣ карда шуд. Ба ҳайси объекти таҳқиқот нанонайчаи карбонии навъи кресло (ННК (3,3)) интихоб карда шуд. Ҳисоббарориҳо нишон доданд, ки нанонайчаи карбонӣ материалӣ дорои хосияти соф металлӣ мебошад. Баъд аз ин ҳисобҳои такрорӣ бо мақсади омӯзиши хосиятҳои электронӣ-энергетикии нанонайчаи карбонии бо силитсий легиронидашуда ва мушоҳидаи таъсири атомҳои силистсий ба сохтори электронӣ-энергетикии он гузаронида шудааст. Ҳамин тавр, дар кори мазкур гузариши нанонайчаи карбонӣ аз ҳолати металлӣ ба ҳолати нимноқилӣ ҳангоми легиронӣ бо силитсий мушоҳида карда шуд. Дар ин мақола натиҷаҳои таҳқиқоти сохтори электронии ННК (3,3) то ва баъди легиронӣ бо Si оварда шудаанд.

Калидвожаҳо: нанонайчаҳои карбонӣ, зичии ҳолат, зонаи маҳдуд, назарияи функсионали зичӣ, пакети WIEN2k.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЛИЯНИЯ СИЛИЦИЯ НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК

В настоящей работе с использованием метода теории функционала плотности (ТФП) и программного пакета WIEN2k была смоделирована электронно-энергетическая структура углеродной нанотрубки (УНТ). В качестве объекта исследования была выбрана углеродная нанотрубка (3,3) типа кресло. Начальные расчеты показали, что УНТ представляет собой металлический материал с нулевой запрещённой зоной. После этого были проведены повторные расчеты с целью изучения влияния чужих атомов на их энергетическое строение после замещения

атомов Si, так как в данной работе был фиксирован переход УНТ от металлического материала с нулевой запрещенной зоной на полупроводниковый материал с узкой запрещенной зоной. В работе приведены результаты исследования электронной структуры УНТ (3,3) до и после легирования.

Ключевые слова: углеродные нанотрубки, хиральность, плотность состояния, запрещенная зона, теория функционала плотности, пакет WIEN2k.

MODELING THE INFLUENCE OF SILICTIONS ON THE ENERGY SPECTRUM OF CARBON NANOTUBES

In this paper, using the density functional theory (DFT) method and the WIEN2k software package, we simulated the electron-energy structure of a carbon nanotube (CNT). A carbon nanotube (3.3) of the armchair type was chosen as the object of study. Initial calculations showed that CNT is a metallic material with zero band gap. After this, repeated calculations were carried out in order to study the effect of foreign atoms on their energy structure after the replacement of Si atoms. Since in this work, the transition of a CNT from a metallic material with a zero band gap to a semiconductor material with a narrow band gap was fixed. The paper presents the results of a study of the electronic structure of CNT (3.3) before and after doping.

Key words: carbon nanotubes, chirality, density of state, forbidden zone, density functional theory, WIEN2k package.

Сведения об авторах: ***Нематов Дилшод Давлатшоевич*** – Таджикский технический университет имени М.С. Осими, ассистент кафедры физики. **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г Душанбе, улица академиков Раджабовых 10. Телефон: **900-99-22-35.** E–mail: **dilnem@mail.ru**
Гиёсов Сайфиддин Сафаралиевич - Технического колледжа ТТУ имени М.С. Осими, ассистент кафедры «ИТ и М». **Адрес:** 734000, Республика Таджикистан, г.Душанбе, улица Айни 41. Телефон: **939-00-93-96.** E–mail: **ghiyosov95@mail.ru**
Каюмов Махмадзоир Махмараджабович – Таджикский технический университет имени М.С. Осими, докторант PhD. **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г Душанбе, улица академиков Раджабовых 10. Телефон: **934-10-23-17**. E–mail: **arrow_0101@mail.ru**

Information about the authors: ***Nematov Dilshod Davlatshoevich*** - Tajik Technical University named after M.S. Osimi, assistant professor of physics. **Address:** 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Academician Radjabov Street 10. Phone: **900-99-22-35**. E-mail: **dilnem@mail.ru**
Giyosov Sayfiddin Safaralievich - Technical College of TTU named after M.S. Osimi, assistant at the IT and M department. **Address:** 734000, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Aini street 41. Phone: **939-00-93-96**. E-mail: **ghiyosov95@mail.ru**
Kayumov Makhmadzoir Makhmaradzhabovich - Tajik Technical University named after M.S. Osimi, PhD student. **Address:** 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Academician Radjabov Street 10. Phone: **934-10-23-17**. E – mail: **arrow_0101@mail.ru**

УДК 531.12.33

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ ГИДРАЗИНА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ И АТМОСФЕРНЫХ ДАВЛЕНИЯХ

Хусайнов З.К., Ойматова Х.Х., Сафаров М.М., Тургунбоев М.Т.
Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава,
Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Душанбе

Диэлектрическая проницаемость - величина, характеризующая изменение силы взаимодействия двух электрических зарядов в среде по ее отношению к вакууму. Сравнением известных данных по диэлектрической проницаемости воды и углеводородов установлено, что эти параметры различаются между собой в 39,5 раз [3,с.165].

Растворитель с высокой условностью и высокой диэлектрической проницаемостью (например, гидразин) превращает любые, даже слабые, кислоты в истинные электролиты. Превращение кислот в истинные электролиты имеет место и в основных растворителях с низкой диэлектрической проницаемостью (например, в пиридине). Об этом свидетельствует образование солей этими основаниями (например, аммиаком, пиридином, анилином) и кислотами и их полная ионизация в средах с высокой диэлектрической проницаемостью (например, в воде). Такая конфирмация молекулы N_2H_4, наиболее энергетически выгодна. Диамид представляет собой бесцветную, легко испаряемую токсичную жидкость с высокой диэлектрической проницаемостью ($\varepsilon = 52$ при 20°C). Гидразин, подобно аммиаку, является

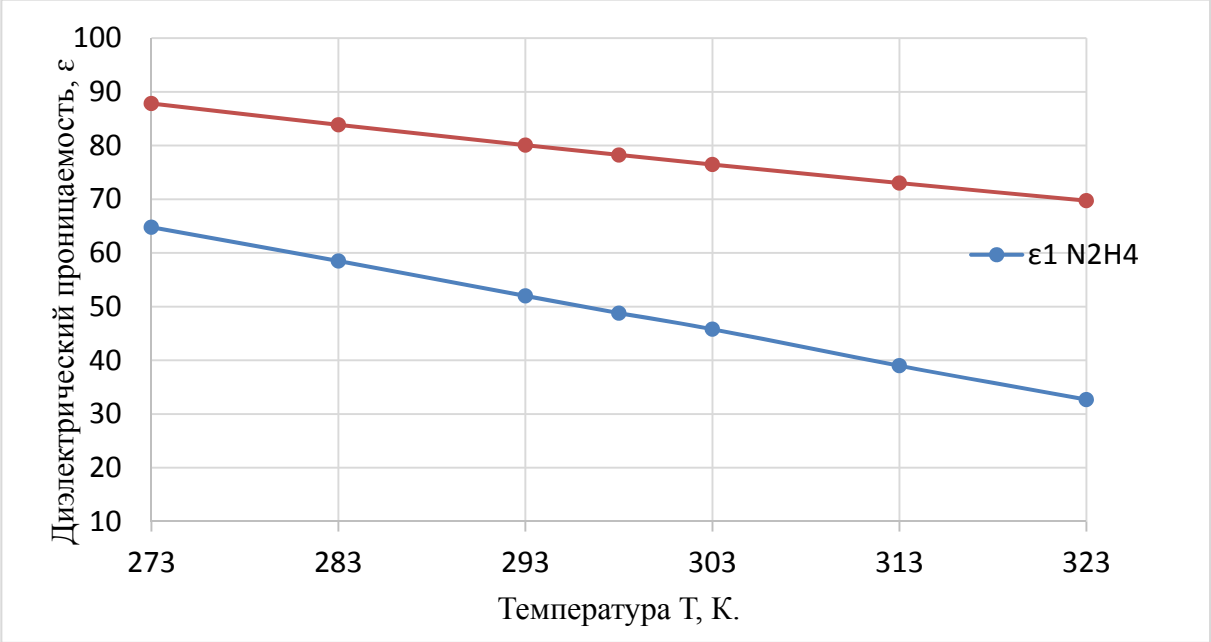
хорошим ионизирующим растворителем. Собственная ионизация жидкого гидразина больше, чем аммиака, а ионное произведение [N H_2[N H_2-] порядка 10- при-35°C.

Диэлектрическая проницаемость двух веществ, вода и гидразина, измерена в зависимости от температуры, по отдельности. Результат измерения показал, что с увеличением температуры диэлектрическая проницаемость общих веществ уменьшается. Результаты измерения приведены в таблице 1 и рисунке 1.

Таблица 1. Диэлектрическая проницаемость гидразина и воды
Table 1. The dielectric constant of hydrazine and water

T, K	ε_1 гидразин	ε_2 вода
273	64,8	87,83
283	58,5	83,86
293	52,0	80,08
298	48,8	78,25
303	45,8	76,47
313	39,0	73,02
323	32,7	69,73

Рисунок 1. Зависимость изменения диэлектрической проницаемости гидразина и воды от температуры
Figure 1. The temperature dependence of the change in the dielectric constant of hydrazine and water



Целью исследования была проверка диэлектрической проницаемости водного раствора гидразина при нормальном состоянии. С этой целью мы исследовали диэлектрическую проницаемость водных растворов гидразина 9 образцов, которые включают в себя разные концентрации гидразина и воды при температуре от 273К до 393 К. Основные компоненты образцов (электролитов) приведены ниже (таблица 2).

Диэлектрическую проницаемость исследуемых растворов численным методом определили по формуле:

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{n_1}{\varepsilon_1} + \frac{n_2}{\varepsilon_2}, \qquad (1)$$

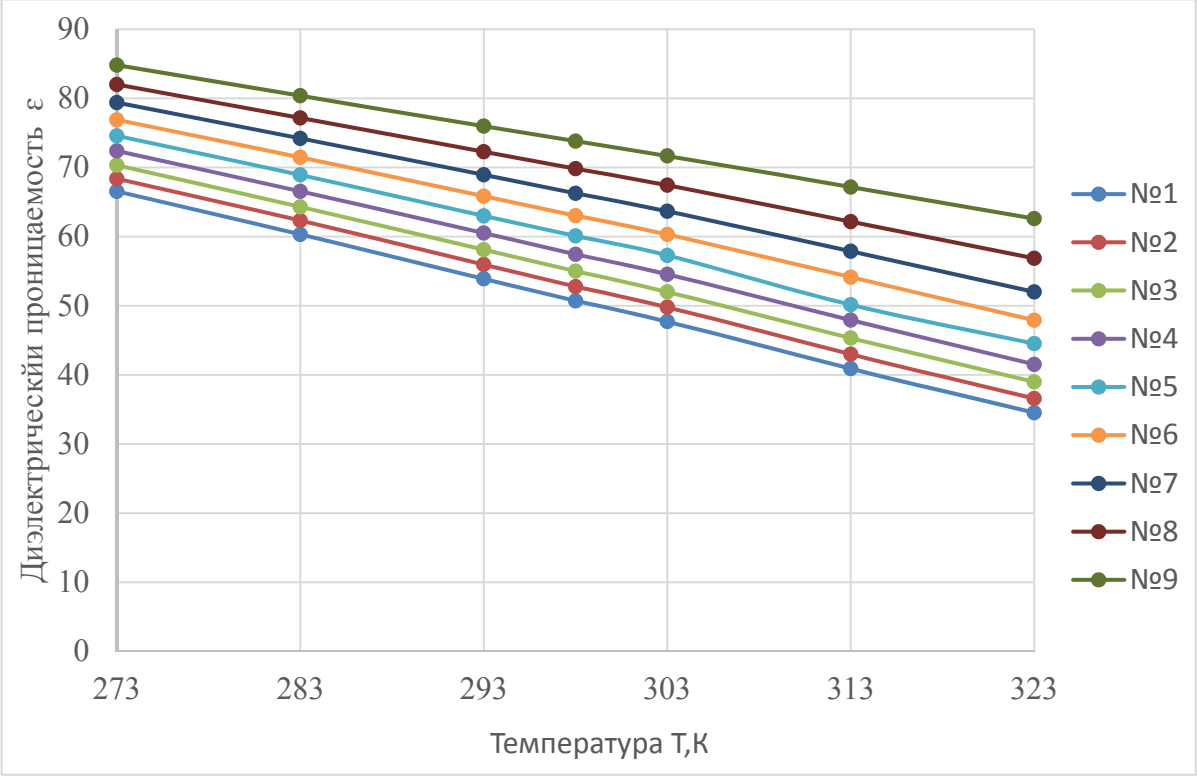
Здесь: n_1-концентрация гидразина, ε_1- диэлектрическая проницаемость гидразина, n_2-концентрация воды, ε_2- диэлектрическая проницаемость воды. Результаты численных расчетов диэлектрической проницаемости представлены в таблице 2.

Таблица 2. Диэлектрическая проницаемость водных растворов электролита системы (гидразина и воды) при разных температурах
Table 2. The dielectric constant of aqueous solutions of the electrolyte of the system (hydrazine and water) at different temperatures

T, K	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9
273	66,55	68,38	70,33	72,40	74,58	76,90	79,39	82,00	84,81
283	60,32	62,33	64,30	66,55	68,92	71,47	74,21	77,17	80,38
293	53,89	55,96	58,11	60,52	63,00	65,85	68,94	72,28	75,98
298	50,71	52,77	55,00	57,44	60,10	63,03	66,26	69,82	73,80
303	47,71	49,79	52,00	54,55	57,29	60,32	63,67	67,44	71,68
313	40,91	43,00	45,33	47,93	50,14	54,14	57,88	62,17	67,16
323	34,53	36,58	38,98	41,52	44,52	47,90	52,00	56,86	62,60

Образец №1 0,9 N_2H_4 + 0,1 H_2O; Образец №2 0,8 $N_2H_4N_2H_4$ + 0,2 H_2O; Образец №3 0,7 N_2H_4+ 0,3 H_2O; Образец №4 0,6 N_2H_4 + 0,4 H_2O; Образец №5 0, 5 N_2H_4 + 0,5 H_2O; Образец №6 0,4 N_2H_4 + 0,6 H_2O;Образец №7 0, 3 N_2H_4 + 0,7 H_2O; Образец №8 0,2 N_2H_4+ 0,8 H_2O; Образец №9 0,1 N_2H_4 + 0,9 H_2O.

Рисунок 2. Зависимость диэлектрической проницаемости электролита системы (гидразина и воды) от температуры при атмосферном давлении
Figure 2. The temperature dependence of the dielectric constant of the system electrolyte (hydrazine and water) at atmospheric pressure



Образец №1 0,9 N_2H_4 + 0,1 H_2O; Образец №2 0,8 $N_2H_4N_2H_4$ + 0,2 H_2O; Образец №3 0,7 N_2H_4+ 0,3 H_2O; Образец №4 0,6 N_2H_4 + 0,4 H_2O; Образец №5 0,5 N_2H_4 + 0,5 H_2O; Образец №6 0,4 N_2H_4 + 0,6 H_2O;Образец №7 0, 3 N_2H_4 + 0,7 H_2O; Образец №8 0,2 N_2H_4+ 0,8 H_2O; Образец №9 0,1 N_2H_4 + 0,9 H_2O.

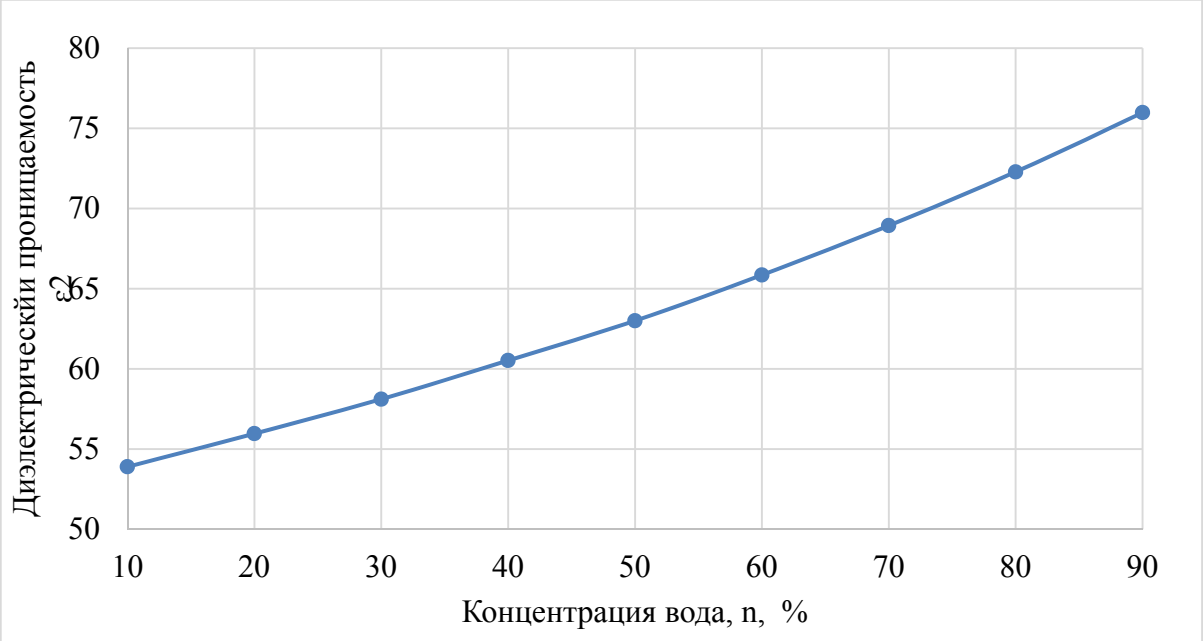
Результаты измерения показали, что при постоянной температуре с увеличением концентрации воды в растворах, диэлектрическая проницаемость тоже увеличивается. Концентрационные зависимости диэлектрической проницаемости водных растворов гидразина представлены на рисунке 3.

Таблица 3. Изменение диэлектрической проницаемости водных растворов от концентрации второго компонента, т.е. воды при комнатной температуре (Т=293К)
Table 3. The change in the dielectric constant of aqueous solutions from the concentration of the second component, ie water at room temperature (T = 293K)

№	n, H_2O %	ε_2
1	10	53,89
2	20	55,96
3	30	58,11
4	40	60,52
5	50	63,00
6	60	65,85
7	70	68,94
8	80	72,28
9	90	75,98

Из таблицы 3 получим следующий график, представленный на рисунке 3.

Рисунок 3. Зависимость изменения диэлектрической проницаемости водных растворов от концентрации второго компонента, при комнатной температуре (Т=293К)
Figure 3. The dependence of the change in the dielectric constant of aqueous solutions on the concentration of the second component, at room temperature (T = 293K)



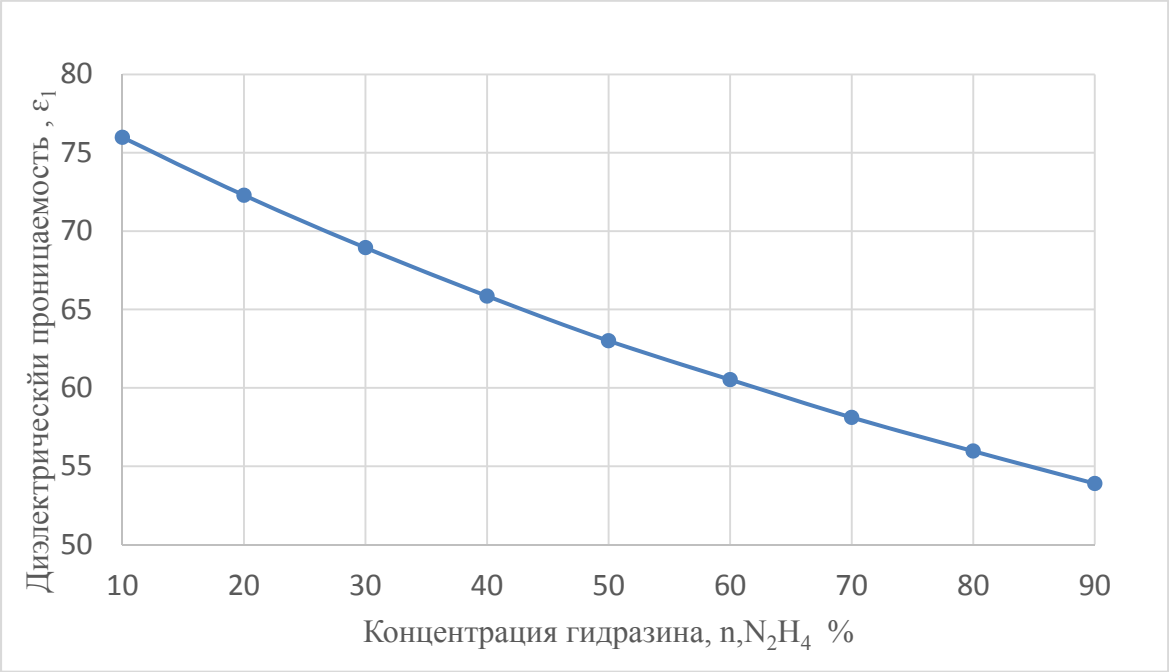
Как видно из таблицы 3, на рисунке 3 с ростом концентрации воды, в растворах диэлектрическая проницаемость возрастает.

Таблица 4. Изменение диэлектрической проницаемости водных растворов от концентрации первого компонента, т.е. гидразина при комнатной температуре (Т=293К)
Table 4. Change in the dielectric constant of aqueous solutions from the concentration of the first component, i.e. hydrazine at room temperature (T = 293K)

№	n,N_2H_4 %	ε_1
1	10	75,98
2	20	72,28
3	30	68,94
4	40	65,85
5	50	63,00
6	60	60,52

7	70	58,11
8	80	55,96
9	90	53,89

Рисунок 4. Зависимость изменения диэлектрической проницаемости водных растворов от концентрации первого компонента, гидразина при комнатной температуре (Т=293К)
Figure 4. The dependence of the change in the dielectric constant of aqueous solutions on the concentration of the first component, hydrazine at room temperature (T = 293K)



Вода имеет высокую диэлектрическую проницаемость, что обеспечивает длительное пребывание веществ в растворенном состоянии и приводит к тому, что в биосфере вода никогда не бывает чистой.

Для обобщении экспериментальных и численных растворов диэлектрической проницаемости растворов системы гидразина и воды при различных концентрациях (N_2H_4 и H_2O) при Т=293К и атмосферном давлении нами был использован метод термодинамического подобия и закон соответственных состояний в следующем виде:

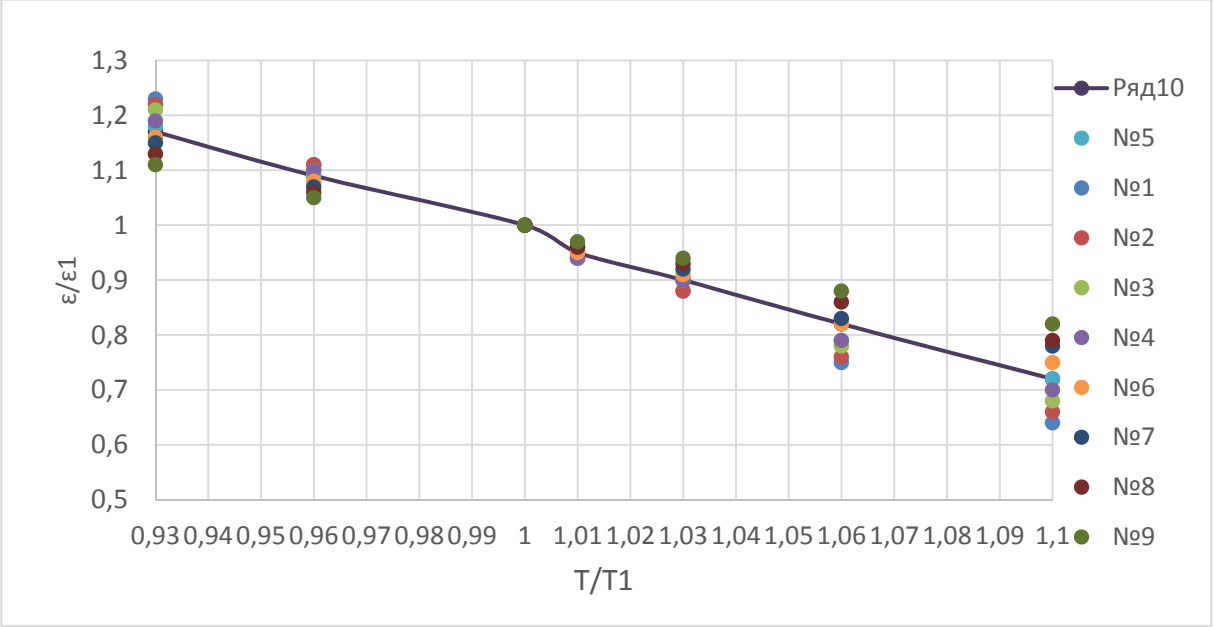
$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = f\frac{T}{T_1}, \qquad (2)$$

где ε_1 и ε_2- диэлектрическая проницаемость растворов при Т,К и T_1=293К

Зависимость выражения (2) графически представлена на рисунке 5.

Рисунок 5. Зависимость относительной диэлектрической проницаемости $^{\varepsilon}/_{\varepsilon_1}$ от относительной температуры $^{m}/_{m_1}$ при атмосферном давлении

Figure 5. The dependence of the relative dielectric constant ε⁄ε_1 on the relative temperature t⁄t_1 at atmospheric pressure



(№1. ε_1=53,89; №2. ε_1=55,96; №3. ε_1=58,11; №4. ε_1=60,52; №5. ε_1=63; №6. ε_1=65,85; №7. ε_1=68,94; №8. ε_1=72,28; №9. ε_1=75,98)

Как видно из рисунка 5 график относительной диэлектрической проницаемости $(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1})$ от относительной температуры $(\frac{T}{T_1})$ при атмосферном давлении (P=0,101МПа) уменьшается по закону параболы.

Уравнение кривой, представленной на рисунке 5, имеет следующий вид:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = [-0{,}896\left(\frac{T}{T_1}\right)^2 - 0{,}521\left(\frac{T}{T_1}\right) + 2{,}426\,], \qquad (3)$$

Из уравнения (3) получим;

$$\varepsilon = \left[-0{,}896\left(\frac{T}{T_1}\right)^2 - 0{,}521\left(\frac{T}{T_1}\right) + 2{,}426\right]\varepsilon_1, \qquad (4)$$

Анализ значений при $T_1 = 293К$ и P=0,101МПа, показал, что они являются аукционами второго компонента [рисунок 3, зависимость ε_2 от концентрации воды при температуре 293К и P=0,101МПа]. Уравнение кривой, представленной на рисунке 3, имеет параболический характер и описывается в следующем выражении:

$$\varepsilon_1 = [1{,}183 * 10^{-3}(n_{H2O})^2 + 15{,}5(n_{H2O}) + 52{,}31]\,, \qquad (5)$$

Из уравнения (4) и (5) получим:

$$\varepsilon = \left[-0{,}896\left(\frac{T}{T_1}\right)^2 - 0{,}521\left(\frac{T}{T_1}\right) + 2{,}426\right][1{,}183 * 10^{-3}(n_{H2O})^2 + 15{,}5(n_{H2O})52{,}31], \qquad (6)$$

Из выражения (6) можно рассчитать температурную и концентрационную зависимость диэлектрической проницаемости электролитов системы воды и гидразина при атмосферном давлении и разных температурах, с максимальной погрешностью 1,2%, для этого необходимо знать значение и концентрацию воды при $T_1 = 293К$.

Таблица 6. Оценка концентрации воды в водных растворах гидразина при нормальном состоянии

Table 6. Assessment of water concentration in aqueous hydrazine solutions under normal conditions

Т,К	Образец.№1 $0{,}9\ N_2H_4 + 0{,}1\ H_2O$			Образец.№2 $0{,}8\ N_2H_4 + 0{,}2\ H_2O$			Образец.№3 $0{,}7\ N_2H_4 + 0{,}3\ H_2O$		
	$\varepsilon_{экс}$	$\varepsilon_{рас}$	Δ, %	$\varepsilon_{экс}$	$\varepsilon_{рас}$	Δ, %	$\varepsilon_{экс}$	$\varepsilon_{рас}$	Δ, %
273	66, 55	62,62	6,2	68,38	64,85	5,4	70,33	67,34	4,4
283	60,32	59,36	1,6	62,33	61,45	1,4	64,3	63,77	0,8
293	53,89	53,89	0	55,96	55,96	0	58,11	58,11	0
298	50,71	52,9	-4,1	52,77	54,78	-3,6	55	56,88	-3,3
303	47,71	50,2	-8,7	49,79	51,98	-4,2	52	53,98	-3,6
313	40,91	46,96	-12,8	43	48,63	-11,5	45,33	50,5	-10,2
323	34,53	41,02	-15,7	36,58	42,48	-13,8	38,89	44,11	-11,8
			-4,78%			-3,75%			-3,38%
	Образец.№4 $0{,}6\ N_2H_4 + 0{,}4\ H_2O$			Образец №5 $0{,}5\ N_2H_4 + 0{,}5\ H_2O$			Образец №6 $0{,}4\ N_2H_4 + 0{,}6\ H_2O$		
273	72,4	70,1	3,28	74,58	73,1	1,9	76,9	76,45	0,6
283	66,55	66,34	0,3	68,92	68,8	0,2	71,47	71,14	0,46
293	60,52	60,52	0	63	63	0	65,85	65,85	0
298	57,44	59,1	-2,8	60,1	61,3	-1,9	63,03	63,98	-1,4
303	54,55	56,19	-2,9	57,29	58,6	-2,3	60,32	61,29	-1,5
313	47,93	52,57	-8,8	50,14	54,8	-8,5	54,14	57,34	-5,5
323	41,52	45,92	-9,5	44,52	47,9	-7	47,9	50	-4,2
			-2,91%			-2,51%			-1,64%
	Образец.№7 $0{,}6\ N_2H_4 + 0{,}4\ H_2O$			Образец.№8 $0{,}5\ N_2H_4 + 0{,}5\ H_2O$			Образец №9 $0{,}4\ N_2H_4 + 0{,}6\ H_2O$		
273	79,39	80,05	-0,82	82	83,9	-2,2	84,81	88	-3,6
283	74,21	74,26	-0,06	77,17	77,3	-0,1	80,38	82,7	-2,8
293	68,94	68,94	0	72,28	72,28	0	75,98	75,98	0
298	66,26	66,76	-0,74	69,82	69,76	0,08	73,8	73,75	0,13
303	63,67	64,17	-0,7	67,44	67,27	0,04	71,68	70,58	1,55
313	57,88	60,03	-3,58	62,17	62,93	-1,2	67,16	66,03	1,71
323	52	52,44	-0,8	56,86	54,97	3,4	62,6	57,67	8,5
			-0,95%			-1%			-2,60%
									±2,6%

При расчете общая относительная погрешность концентрации воды в водном растворе гидразина при нормальном состоянии получилась равной ±2,6%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зеленин К.Н. Химия, гидразин: Военно-медицинская академия / К.Н. Зеленин. -Санкт-Петербург, 1998. -60 с.
2. Химическая энциклопедия / И.Л. Кунунянс [и др.]. -М.: Советская энциклопедия, 1990. -Т.2. -671 с.
3. Свойства элементов. Физические свойства: Справочник / под. ред. Г. В. Самсонова. -М.: Металлургия, 1976. -Ч. 1. -600 с.
4. Сафаров М.М. Теплофизические свойства простых эфиров и водных растворов гидразина при различных температурах и давлениях: дисс…. д-ра техн.наук / М.М. Сафаров. -Душанбе, 1993. -220 с.
5. Белинский Л.Г. Гидратация в растворах электролитов / Л.Г. Белинский, Б.А. Белинский // Изв. ТСХА. - 1988. - Вып.2. -С.174-179.
6. Введенский А.А. Термодинамические функции гидразина и его метилпроизводных / А.А. Введенский, Т.Н. Масамиженова.// Органическая химия. – 1966. -40. -№6. –С.1372-1377.
7. Дульнев Г.Н. Теплопроводность смесей и композиционных материалов /Г.Н. Дульнев, Ю.П. Заричняк. -Л.: Энергия, 1974. – 264 с.
8. Зарипова М.А. Теплофизические и термодинамические свойства водных растворов гидразина и фенилгидразина. Монография / М.А. Зарипова, А.Б. Бадалов, М.М. Сафаров. -Душанбе, 2007. -128 с.
9. Сафаров М.М. Теплофизические свойства некоторых электролитов / М.М.Сафаров, Х. Маджидов, М.А. Зарипова // 24 Междунар. конф. Тез.докл.-США. -Аризона, 1993. -С.123.

НУФУЗПАЗИРИИ ДИЭЛЕКТРИКИИ МАҲЛУЛҲОИ ОБИИ ГИДРАЗИН ДАР ҲАРОРАТҲОИ ГУНОГУН ВА ФИШОРИ АТМОСФЕРӢ

Нуфузпазирии диэлектрикӣ бузургие мебошад,ки тағйирёбии қувваи таъсири байниҳамдигарии ду заряди электрикиро дар муҳит нисбати чунин қувваи таъсири байниҳамдигарии зарядҳоро дар вакуум тавсиф медиҳад. Нуфузпазирии диэлектрикии гидразин ва об аз ҳамдигар фарқ менамоянд. Сабаби асосӣ, потенсиали электродҳо дар гидразин ва об мумкин аст энергияи солвататсия бошад. Ба қимати потенсиали электродӣ ҳангоми таъсири байниҳамдигарии гидразин ва ионҳои металл ва гидроген ташкил шудани комплекси ионҳо таъсир мерасонад.

Дар мақола нуфузпазирии диэлектрикии маҳлули обии гидразин дар ҳолати муътадил ва ҳангоми тағйирёбии ҳарорат санҷида шуд. Бо ин мақсад нуфузпазирии диэлектрикии маҳлули обии гидразин дар 9 ҳолат, ки ҳар кадомашон дорои консентратсияи гуногуни гидразин ва об мебошад, дар ҳароратҳои аз 273К то 393К дида баромада шуд.

Натиҷаи таҷриба нишон дод, ки ҳангоми баланд шудани ҳарорат нуфузпазирии диэлектрикии маҳлул кам мешавад. Дар ҳолати нормалӣ, ҳангоми афзоиш ёфтани консентратсияи об дар маҳлул нуфузпазирии диэлектрикӣ низ зиёд мешавад.

Калидвожаҳо: гидразин, об, маҳлули обӣ, нуфузпазирии диэлектрикӣ, ҳарорат, фишори атмосферӣ, ҳолати муътадил.

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ ГИДРАЗИНА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ И АТМОСФЕРНЫХ ДАВЛЕНИЯХ

Диэлектрическая проницаемость - величина, характеризующая изменение силы взаимодействия двух электрических зарядов в среде по ее отношению к вакууму. Так как диэлектрическая проницаемость гидразина и воды мало различается, то основной причиной различия электродных потенциалов в гидразине и воде может быть разность энергий сольватации. На значение электродного потенциала при взаимодействии гидразина с ионами металлов и водорода влияет образование комплексных ионов. Диэлектрическая проницаемость двух веществ, воды и гидразина, измерены в зависимости от температуры, по отдельности. Результаты измерения показали, что с увеличением температуры диэлектрическая проницаемость общих веществ уменьшается.

В данной статье была проведена проверка диэлектрической проницаемости водного раствора гидразина при нормальном состоянии и при различной температуре. С этой целью мы исследовали диэлектрическую проницаемость водных растворов гидразина в 9 образцах, которые включают в себя разные концентрации гидразина и воды при температуре от 273К до 393 К. Результат измерения показывает, что при увеличенной температуре диэлектрическая проницаемость уменьшается. При нормальном состоянии результат измерения показывает, что с увеличением концентрации воды в растворах, диэлектрическая проницаемость тоже увеличивается.

Ключевые слова: гидразин, вода, водные растворы, диэлектрическая проницаемость, температура, атмосферное давление, нормальное состояние.

THE PERMITTIVITY OF AQUEOUS SOLUTIONS OF HYDRAZINE AT DIFFERENT TEMPERATURES AND ATMOSPHERIC PRESSURES

Dielectric permittivity is a value that characterizes the change in the force of interaction between two electric charges in the medium in its relation to vacuum. Since the dielectric permittivity of hydrazine and water differ little, the main reason for the difference in electrode potentials in hydrazine and water may be the difference in solvation energies. The value of the electrode potential in the interaction of hydrazine with metal ions and hydrogen affects the formation of complex ions.

Dielectric permittivity two substances, water and hydrazine are measured according to temperature, separately. The measurement result showed that the dielectric constant of common substances decreases with increasing temperature

In this article, the dielectric permittivity of an aqueous solution of hydrazine was tested at a normal state and at different temperatures. To this end, we investigated the dielectric permittivity of aqueous hydrazine solutions in 9 samples which are included in different concentrations of hydrazine and water at temperatures from 273K to 393 K.

The result is a measurement that shows that with increased temperatures the dielectric permittivity fits. Under normal condition, the result of measurement shows that with increase in the concentration of water in solution, the permittivity also increases.

Key words: hydrazine, water, aqueous solutions, dielectric constant, temperature, atmospheric pressure, normal state.

Сведения об авторах: ***Хусайнов Зубайдулло Курбоналиевич*** **–** Бохтарский государственный университет им. Носира Хусрава, преподаватель кафедры общей физики. **Адрес:** 735140, Республика Таджикистан, г. Бохтар, улица Айни, 67. Телефон: (**+992) 985-55-82-62.** E-mail: **husainov@mail.ru**

Ойматова Хожармо Холмуродовна **–** Бохтарский государственный университет им. Носира Хусрава, доцент, декан физического факультета. **Адрес:** 735140, Республика Таджикистан, г. Бохтар, улица Айни, 67. Телефон: (**+992) 935-91-23-61.** E- mail: **hojarmo@mail.ru**

Сафаров Махмадали Махмадиевич **–** Филиал МГУ им. М.В. Ломоносов в г. Душанбе, доктор технических наук, профессор, зав.лабораторией физики. **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, улица Бохтар, 35/1. Телефон: (**+992) 931-63-15-85.** E- mail: **mahmadali@list.ru**

Тургунбоев Мусожон Турсуналиевич **-** Бохтарский государственный университет им. Носира Хусрава, доцент, зав. каф. методики приподавания технологии. **Адрес:** 735140, Республика Таджикистан, г. Бохтар, улица Айни, 67. Телефон: (**+992) 985-03-23-40.** E- mail: **muso1970@mail.ru**

Information about the authors: ***Khusainov Zubaydullo Kurbonalievich*** **-** Bokhtar State University named after Nosira Khusrava, lecturer at the Department of General Physics. **Address:** 735140, Republic of Tajikistan, Bohtar, Aini Street, 67. Phone: **(+992) 985-55-82-62.** E-mail: **husainov@mail.ru**
Oimatova Hozharmo Kholmurodovna **-** Bohtar State University named after Nosira Khusrava, Associate Professor, Dean of the Faculty of Physics. **Address:** 735140, Republic of Tajikistan, Bohtar, Aini Street, 67. Phone: **(+992) 935-91-23-61.** E-mail: **hojarmo@mail.ru**
Safarov Makhmadali Makhmadievich **-** Branch of Moscow State University M.V. Lomonosov in Dushanbe, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Laboratory of Physics. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Bohtar street, 35/1. Phone: **(+992) 931-63-15-85.** E-mail: **mahmadali @ list.ru**
Turgunboyev Musozhon Tursunalievich - Bohtar State University named after Nosira Khusrava, Associate Professor, Head. cafe Technological techniques. **Address:** 735140, Republic of Tajikistan, Bohtar, Aini Street, 67. Phone**: (+992) 985-03-23-40.** E-mail: **muso1970@mail.ru**

УДК 620:193

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ТЕПЛОЁМКОСТИ И ИЗМЕНЕНИЙ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ СПЛАВА Zn5Al, ЛЕГИРОВАННОГО МАРГАНЦЕМ

Рахимов Ф.А., Ганиев И.Н., Обидов З.Р.
Институт химии им. В.И. Никитина АН Республики Таджикистан

За последние годы интерес исследователей к цинк-алюминиевым сплавам возрос в связи с широким их применением в различных отраслях промышленности [1-5]. Наиболее универсальными и распространенными являются цинк-алюминиевые покрытия типа «Гальфан-1» и «Гальфан-2» (сплавы цинка с 5 и 55 мас.% алюминия) с высокими защитными свойствами, которое можно наносить горячим методом путем погружения стальных конструкций в расплав покрываемого металла [6-8].

Сведение о теплофизических свойствах металлов и сплавов необходимы для высокотемпературной техники, и без них невозможно создание надежных аппаратов и конструкций в атомной энергетике, авиации, космической и лазерной технике, прогнозирование поведения материалов в экстремальных условиях.

Изменения теплоёмкости и её температурного хода играют большую роль в исследованиях твёрдых тел и сплавов. В сети Интернета и технической литературе не удалось найти сведения о влиянии марганца на теплоёмкость и изменение термодинамических функций сплава Zn5Al с марганцем. С другой стороны, авторами [9-10] изучены теплофизические свойства и термодинамические функции сплавов Zn5Al и Zn55Al с некоторыми элементами периодической таблицы.

Сплав Zn5Al с содержанием марганца от 0.05 и 0.1 мас.% для исследования получали в шахтной печи электрического сопротивления типа СШОЛ. Содержание марганца в сплавах контролировалось с помощью прибора SEM сери AIS-2100. Исследуемые образцы имели цилиндрическую форму диаметром 16 и высотой 30мм. Для измерения удельной теплоёмкости сплавов в широкой области температур используется закон охлаждения Ньютона – Рихмана. Всякое тело, имеющее температуру выше окружающей среды, будет охлаждаться, причем скорость охлаждения зависит от величины теплоёмкости тела [11].

В данной работе приведены результаты исследования температурной зависимости теплоемкости и изменений термодинамических функций сплава Zn5Al с марганцем, которое проводилось по методикам, описанным в работах [12-14].

Зная массы образцов m_1 и m_2, скорости их охлаждения и удельную теплоемкость эталона (Cu марки М00) C_{p1}^0, можно вычислить удельную теплоемкость неизвестного образца C_{p2}^0 по уравнению:

$$C^{0}_{P_2} = C^{0}_{P_1} \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{\left(\frac{dT}{d\tau}\right)_1}{\left(\frac{dT}{d\tau}\right)_2}, \qquad (1)$$

где $m_1=\rho_1 V_1$ –масса эталона, $m_2=\rho_2 V_2$ –масса изучаемого образца, $\left(\frac{dT}{d\tau}\right)_1, \left(\frac{dT}{d\tau}\right)_2$ - скорости охлаждения эталона изучаемого образца при данной температуре.

Для определения скорости охлаждения строят кривые охлаждения исследуемых образцов сплавов и эталона. Кривая охлаждения представляет собой зависимость температуры образца от времени при охлаждении его в неподвижном воздухе.

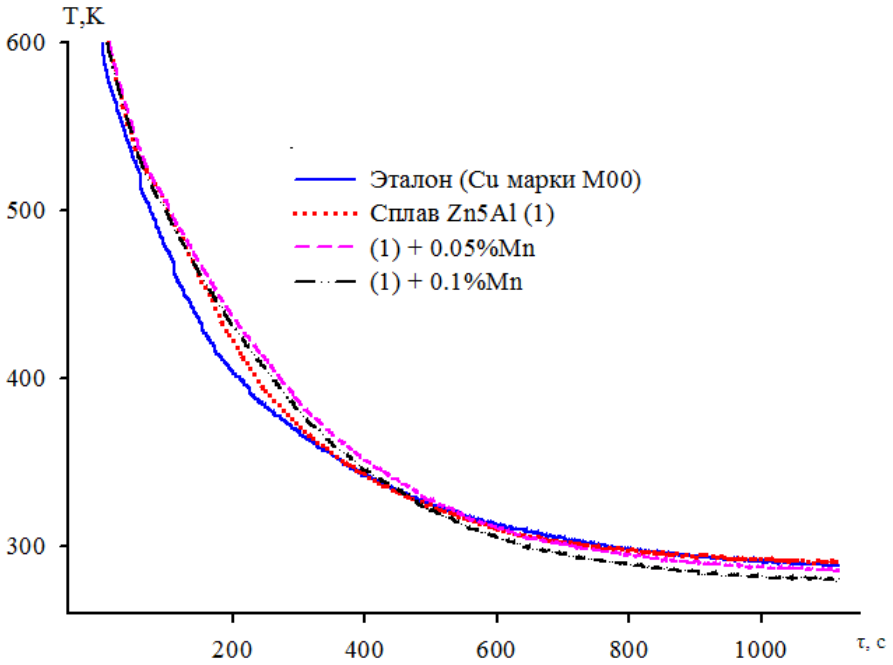
Экспериментально полученные кривые охлаждения образцов из сплава Zn5Al с марганцем представлены на рис. 1. Временной интервал фиксации температуры составлял 10 секунд. Относительная ошибка измерения температуры в интервале от 40 ^{0}C до 400 ^{0}C составляла ±1%, а при более 400 ^{0}C ±2,5%. Погрешность измерения теплоемкости по предлагаемой методике не превышает 4%.

Полученные кривые охлаждения сплавов (рис. 1) описываются уравнением вида:

$$T = T_0 + (T_1 - T_0)\, e^{-\tau/\tau_1} + (T_2 - T_0)\, e^{-\tau/\tau_2} . \qquad (2)$$

Рис. 1. Зависимость температуры охлаждения образцов из сплава Zn5Al, легированного марганцем от времени

Fig. 1. Dependence of the cooling temperature of samples from of Zn5Al alloy, doped with manganese from time



Скорости охлаждения образцов нами были рассчитаны по уравнению (3).

$$\frac{dT}{d\tau} = -\left(\frac{T_1 - T_0}{\tau_1}\right) e^{-\tau/\tau_1} + \left(\frac{T_2 - T_0}{\tau_2}\right) e^{-\tau/\tau_2} . \qquad (3)$$

В табл. 1 для исследованных сплавов представлены значения коэффициентов ΔT_{01}, τ_1, ΔT_{02} ,τ_2 в уравнении (3).

Табл. 1. Значения коэффициентов ΔT_1 ,τ_1, ΔT_2 ,τ_2 в уравнении (3) для сплава Zn5Al, легированного марганцем

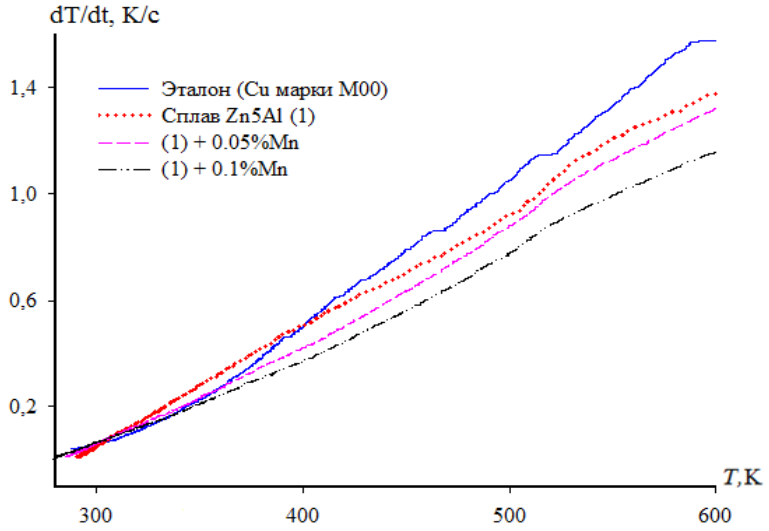
Table 1. The values of the coefficients ΔT1, τ1, ΔT2, τ2 in equation (3) for the manganese-doped Zn5Al alloy

Содержание Mn в сплаве, мас.%	$\frac{1}{\tau_1}, c$	$(T_1\text{-}T_0)_{e=0}$	$\frac{1}{\tau_2}, c$	$(T_2\text{-}T_0)_{e=0}$	$\frac{T_1 - T_0}{\tau_1}$	$\frac{T_2 - T_0}{\tau_2}$
Сплав Zn5Al (1)	326.26	4.46	288.04	1.24	1.46	3.57
(1)+0.05	331.55	4.44	289.37	6.78	1.45	1.96
(1)+0.1	332.42	4.56	290.15	6.85	1.52	1.97
Эталон (Cu марки M00)	267.49	5.88	332.47	1.38	1.57	0.05

Температурная зависимость скорости охлаждения образцов из сплава Zn5Al, легированного марганцем, представлена на рис. 2.

Рис. 2. Температурная зависимость скорости охлаждения образцов из сплава Zn5Al, легированного марганцем

Fig. 2. Temperature dependence of the rate of cooling of samples from of Zn5Al alloy, doped with manganese



Полученные значения теплоемкости сплавов описываются общим уравнением

$$C_P(T) = C_p(300) + a(T-300) + b(T-300)^2 + c(T-300)^3 \quad (4)$$

Для определения удельной теплоемкости сплав Zn5Al с марганцем использовали уравнение (1). Температурная зависимость удельной теплоемкости сплава Zn5Al с марганцем приведена в табл. 2 и на рис. 3.

Табл. 2. Температурная зависимость удельной теплоемкости сплава Zn5Al с марганцем

Table 2. Temperature dependence of specific heat alloy Zn5Al with manganese

Температура, К	Эталон (Cu марки M00)	Содержание марганца в сплаве, мас.%			Рост C_p ,%
		0.0	0.05	0.1	
300	385.0	374	402	458	18,38
350	392	401	413	479	16,39
400	398	435	445	523	16,86
450	403	474	490	583	18,68
500	408	515	540	651	20,94
550	413	553	587	719	23,09
600	417	585	622	779	24,85

Используя интегралы от молярной теплоемкости, были рассчитаны температурные зависимости энтальпии (5), энтропии (6) и энергии Гиббса (7):

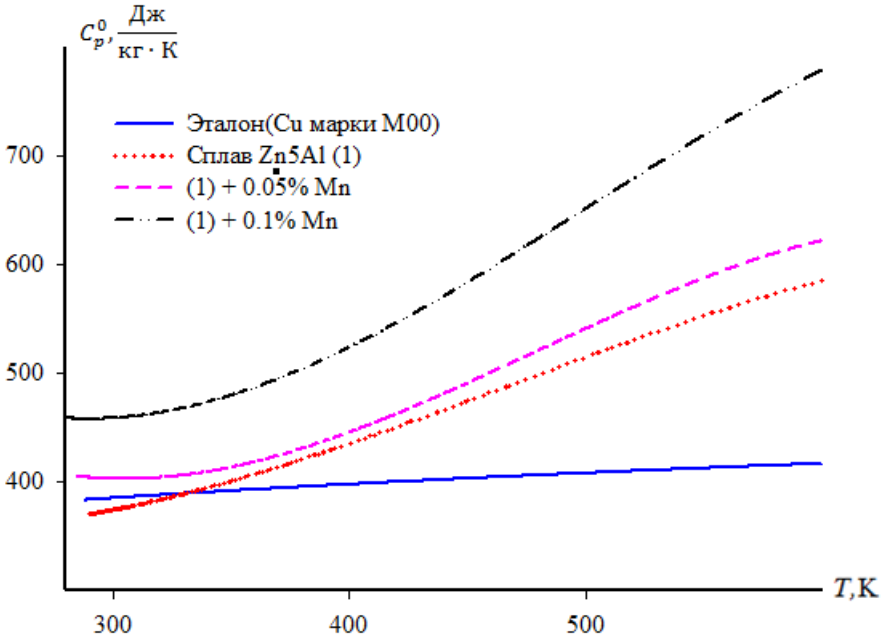
$$H^{o}(T)-H^{o}(T_0)=a(T-T_0)+\frac{b}{2}(T^2-T_0^2)+\frac{c}{3}(T^3-T_0^3)+\frac{d}{4}(T^4-T_0^4); \quad (5)$$

$$S^{o}(T)-S^{o}(T_0)=a\ln\frac{T}{T_0}+b(T-T_0)+\frac{c}{2}(T^2-T_0^2)+\frac{d}{3}(T^3-T_0^3); \quad (6)$$

$$[G^0(T)-G^0(T_o)]=[H^0(T)-H^0(T_o)]-T[S^0(T)-S^0(T_o)]. \quad (7),$$

где T_0- 300К.

Рис. 3. Температурная зависимость теплоемкости сплава Zn5Al с марганцем
Fig. 3. Temperature dependence of the heat capacity of Zn5Al alloy with manganese



Расчет температурной зависимости изменений термодинамических функций (энтальпия, энтропия, энергия Гиббса) (5-7) сплава Zn5Al с марганцем проводился с использованием (4). Результаты расчета через 100 К приведены в табл. 3.

Табл. 3. Температурная зависимость изменений энтальпии (H, T), энтропии (S, T) и энергии Гиббса (G, T) для сплава Zn5Al с марганцем
Table 3. Temperature dependence of enthalpy changes (H, T), entropy (S,T) and Gibbs energy (G, T) for alloy Zn5Al with manganese

T, K	Эталон (Cu марки МОО)	Содержание марганца в сплаве, мас.%			Рост, %
		0.0	0.05	0.1	
		$[H^0(T)-H^0(T_0^*)]$, кДж/кг для сплавов			
300	0.712	0,69	0,75	0,85	18,45
350	20.132	20,04	21,04	24,19	17,18
400	39.867	40,92	42,44	49,20	16,82
450	59.888	63,67	65,81	76,84	17,14
500	80.167	88,42	91,61	107,71	17,91
550	100.682	115,13	119,85	141,99	18,91
600	121.419	143,63	150,16	179,49	19,98
$[S^0(T)-S^0(T_0^*)]$, кДж/кг · K для сплавов					
300	0,0024	0,0023	0,0025	0,0028	18,45
350	0,062	0,062	0,065	0,075	17,21
400	0,115	0,118	0,122	0,141	16,86

450	0,162	0,171	0,177	0,207	17,12
500	0,205	0,223	0,231	0,272	17,76
550	0,244	0,274	0,285	0,337	18,59
600	0,280	0,324	0,338	0,402	19,47
$[G^0(T) - G^0(\mathrm{T}_0^*)]$, кДж/кг для сплавов					
300	-0,0022	-0,0021	-0,0023	-0,0026	-22,66
350	-1,65	-1,63	-1,72	-1,98	-21,30
400	-6,11	-6,13	-6,42	-7,39	-20,65
450	-13,05	-13,36	-13,90	-16,10	-20,53
500	-22,24	-23,22	-24,12	-28,05	-20,78
550	-33,47	-35,66	-37,04	-43,25	-21,28
600	-46,58	-50,62	-52,63	-61,73	-21,95

В целом, выявлено, что с ростом температуры удельная теплоёмкость, энтальпия и энтропия сплавов увеличиваются, а значения энергии Гиббса уменьшается. Удельная теплоемкость сложным образом зависит от концентрации марганца.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кечин В.А. Цинковые сплавы / В.А. Кечин, Е.Я. Люблинский. – М.: Металлургия, 1986. – 247 с.
2. Виткин А.И. Металлические покрытия листовой и полосовой стали / А.И. Виткин, И.И. Тейндл. – М.: Металлургия, 1971. – 493 с.
3. Amini R.N. Galfan I and Galfan II doped with calcium, corrosion resistant alloys / R.N. Amini, M.B. Irani, I.N. Ganiev, Z.R. Obidov // Oriental Journal of Chemistry. – 2014. – Vol. 30. – No. 3. – P. 969-973.
4. Обидов З.Р. Анодное поведение и окисление сплавов Zn5Al и Zn55Al, легированных барием / З.Р. Обидов // Известия СПбГТИ (ТУ). – 2015. – № 31(57). – С. 51-54.
5. Obidov Z.R. Anodic behavior and oxidation of strontium-doped Zn5Al and Zn55Al alloys / Z.R. Obidov // Protection of Metals and Physical Chemistry of Surfaces. – 2012. – Vol. 48. – No. 3. – P. 352-355.
6. Обидов З.Р. Влияние pH среды на анодное поведение сплава Zn5Al, легированного бериллием и магнием / З.Р. Обидов // Известия СПбГТИ (ТУ). – 2015. – № 32 (58). – С. 52-55.
7. Рахимов Ф.А. Влияния марганца и молибдена на потенциал коррозии сплава Zn5Al, в нейтральной среде / Ф.А. Рахимов, З.Р. Обидов, И.Н. Ганиев // Вестник современных исследований. – 2017. – № 7-1 (10). – С. 170-175.
8. Обидов З.Р. Влияние pH среды на анодное поведение сплава Zn55Al, легированного бериллием и магнием / З.Р. Обидов // Журнал прикладной химии. – 2015. – Т. 88. – № 9. – С. 1306-1312.
9. Amini, R.N. Temperature dependence of thermodynamic properties of Zn-5Al and Zn-55Al alloys with magnesium / R.N. Amini, Z. Nizomov, Z.R. Obidov ets. // Oriental Journal of Chemistry, 2012, vol.28, No.2, p.841-846.
10. Obidov Z.R. Thermophysical properties and thermodynamic functions of the beryllium, magnesium and praseodymium alloyed Zn-55Al alloy / Z.R. Obidov // High Temperature. – 2017.– Vol. 55.– No. 1.– P. 150-153.
11. Малый патент Республики Таджикистан № TJ 510, МПКG01K17/08. Установка для измерения теплоёмкости твёрдых тел / З. Низомов, Б. Гулов, Р.Саидов, З.Р. Обидов, Ф.Мирзоев, З.Авезов, Н. Иброхимов / №1100659; заявл. 03.10.11; опубл. 12.04.12, Бюл. 72, 2012.- 3 с.
12. Гулов, Б.Н. Теплофизические свойства особочистого алюминия и его сплавов с кремнием, медью и некоторыми редкоземельными металлами: автореф. дисс. … канд. физ.- мат. наук / Гулов Бобомурод Нурович.– Душанбе, 2015.– 25 с.
13. Низомов, З. Исследование удельной теплоемкости алюминия, меди и цинка методом охлаждения и сравнение с теорией Дебая / З. Низомов, Б.Н. Гулов, Р.Х. Саидов, З. Авезов // Матер. IV Межд. научно-практ. конф. «Перспективы развития науки и образования». ТТУ им. М.С. Осими, 2010.– С. 188-191.
14. Обидов З.Р. Физикохимия цинк-алюминиевых сплавов с редкоземельными металлами. Монография / З.Р. Обидов, И.Н. Ганиев. – Душанбе: ООО «Андалеб-Р», 2015. – 334 с.

ВОБАСТАГИИ ҲАРОРАТИИ ГАРМИҒУНҶОИШ ВА ТАҒЙИРЁБИИ ФУНКСИЯҲОИ ТЕРМОДИНАМИКИИ ХӮЛАИ Zn5Al, КИ БО МАНГАН ҶАВҲАРОНИДА ШУДААСТ

Солҳои охир таваҷҷуҳи таҳқиқотчиён ба хӯлаҳои руҳ-алюминий дар алоқамандӣ бо васеъ истифодабарии он дар соҳаҳои гуногуни саноат бештар мегардад. Бештарин ва маъмултарин хӯлаҳо ин рӯйпӯшҳои руҳ-алюминийи намуди «Галфан-1» ва «Галфан-2» (хӯлаҳои руҳ бо 5 ва 55%-и вазнӣ алюминий) бо хосиятҳои муҳофизатии баланд ба шумор меравад, ки метавон бо усули воридкунии конструксияи пӯлодӣ ба гудохтаи металли рӯйпӯшкунанда амалӣ намуд.

Гармиғунҷоиш хосияти муҳимтарини модда буда, аз рӯйи тағйирёбии он аз вобастагии ҳарорат, гузариши фазавии ҳарорати Дебай, энергияи ҳосилшавии ҷойҳои холии таркиби кристаллӣ, зариби электронии гармиғунҷоиш ва дигар хосиятҳоро муайян кардан мумкин аст. Дар таҳқиқоти мазкур гармиғунҷоиши хӯлаи Zn5Al бо манган дар реҷаи хунуккунӣ аз рӯйи гармиғунҷоиши муайяни намунаи эталонии мисӣ муайян карда шудааст.

Полиномаи муодилаҳо дарёфт шудааст, ки вобастагии ҳароратии гармиғунҷоиш ва тағйирёбии функсияҳои термодинамикии хӯлаҳои таҳқиқшударо муайян менамояд. Аниқ карда шудааст, ки бо афзоиши ҳарорат ва консентратсияи компоненти ҷавҳаронӣ гармиғунҷоиш, энталпия ва энтропияи хӯлаҳо зиёд гардида, дар ин ҳолат қимати энергияи Гиббс кам мешавад.

Калидвожаҳо: хӯлаи Zn5Al, манган, реҷаи «хунуккунӣ», гармиғунҷоиши хос, энталпия, энтропия, энергияи Гиббс.

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ТЕПЛОЁМКОСТИ И ИЗМЕНЕНИЙ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ СПЛАВА Zn5Al, ЛЕГИРОВАННОГО МАРГАНЦЕМ

За последние годы интерес исследователей к цинк-алюминиевым сплавам возрос в связи с широким их применением в различных отраслях промышленности. Наиболее универсальными и распространенными сплавами являются цинк-алюминиевые покрытия типа «Гальфан-1» и «Гальфан-2» (сплавы цинка с 5 и 55 мас.% алюминия) с высокими защитными свойствами, которые можно наносить горячим методом путем погружения стальных конструкций в расплав покрываемого металла.

Теплоёмкость является важнейшей характеристикой веществ и по её изменению от температуры можно определить тип фазового превращения, температуру Дебая, энергию образования вакансий, коэффициент электронной теплоёмкости и др. свойства. В настоящей работе теплоёмкость сплава Zn5Al с марганцем определялась в режиме «охлаждения» по известной теплоёмкости эталонного образца из меди.

Получены полиномы описывающие температурную зависимость теплоемкости и изменения термодинамических функций исследованных сплавов. Установлено, что с ростом температуры и концентрации легирующего компонента теплоёмкость, энтальпия и энтропия сплавов увеличиваются, а значения энергии Гиббса при этом уменьшается.

Ключевые слова: сплав Zn5Al, марганец, режим «охлаждения», удельная теплоёмкость, энтальпия, энтропия, энергия Гиббса.

TEMPERATURE DEPENDENCE OF HEAT CAPACITY AND CHANGES OF THERMODYNAMIC FUNCTIONS OF Zn5Al ALLOY, DOPED WITH MANGANESE

In recent years, the interest of researchers to alloys zinc-aluminum has increased due to their widespread use in various industries. The most versatile and common alloys are zinc-aluminum coatings of the type "Gulfan-1" and "Galfan-2" (zinc alloys with 5 and 55 wt.% aluminum) with high protective properties, which can be applied by hot method by immersion of steel structures in the molten metal.

The heat capacity is the most important characteristic of substances and by its change from temperature one can determine the type of phase transformation, the Debye temperature, the energy of formation of vacancies, the coefficient of electronic heat capacity, and other properties. In the present research, the heat capacity of the alloy Zn5Al with manganese was determined in the “cooling” mode from the known heat capacity of a reference copper sample.

Polynomials describing the temperature dependence of the heat capacity and the change in thermodynamic functions of the studied alloys were obtained. It has been established that with increasing temperature and concentration of the doping component, the heat capacity, enthalpy and entropy of the alloys increase, and the values of the Gibbs energy decrease.

Key words: Zn5Al alloy, manganese, “cooling” mode, specific heat capacity, enthalpy, entropy, Gibbs energy.

Сведения об авторах: ***Рахимов Фируз Акбарович*** – Институт химии им. В.И. Никитина АН Республики Таджикистан, старший научный сотрудник. **Адрес:** 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Айни 299/2. Телефон: **931-00-36-74.** E-mail: **r.f.a-040891@bk.ru**

Ганиев Изатулло Наврузович – Институт химии им. В.И. Никитина АН Республики Таджикистан, доктор химических наук, профессор, академик АН Республики Таджикистан, заведующий лабораторией. **Адрес:** 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Айни 299/2. E-mail: **ganiev48@mail.ru**

Обидов Зиёдулло Рахматович – Институт химии им. В.И. Никитина АН Республики Таджикистан, доктор химических наук, доцент, главный научный сотрудник. **Адрес:** 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Айни 299/2. E-mail: **z.r.obidov@rambler.ru**

Information about the authors: ***Rakhimov Firuz Akbarovich*** **-** Institute of Chemistry named after IN. Nikitina, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, senior researcher. **Address:** 734063, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Aini Avenue 299/2. Phone: **931-00-36-74.** E-mail: **r.f.a-040891@bk.ru**

Ganiev Izatullo Navruzovich **-** Institute of Chemistry named after IN. Nikitina, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, Doctor of Chemical Sciences, professor, academician of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, head of the laboratory. **Address:** 734063, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Aini Avenue 299/2. E-mail: **ganiev48@mail.ru**

Obidov Ziyodullo Rakhmatovich **-** Institute of Chemistry named after IN. Nikitina, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, Doctor of Chemistry, Associate Professor, Chief Researcher. **Address:** 734063, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Aini Avenue 299/2. E-mail: **z.r.obidov@rambler.ru**

УДК 546

ПОТЕНЦИОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ КОМПЛЕКСООБРАЗОВАНИЯ СЕРЕБРА (I) С 2-МЕТИЛИМИДАЗОЛОМ ПРИ 288-318К

Содатдинова А.С., Сафармамадов С.М., Бахридин Абдурасул
Таджикский национальный университет

Производные имидазола находят широкое применение в фармакологии. Так, 2-метилимидазол (2-МИ) используется в качестве исходного сырья для получения противоинфекционных веществ [1]. 1-метил 2-меркаптоимидазол проявляет антитериодную активность и широко используется при лечении бронхиальной астмы [2]. Координационные соединения ионов переходных металлов на основе азотсодержащих гетероциклов, в частности азолов, обладают эффективным фармакологическим действием и участвуют в ключевых процессах жизнедеятельности. В работах [3,4] установлен состав и исследована биологическая активность комплексов рения (V) с имидазолами. Показано, что фторидный комплекс рения (V) с 1-метил-2-меркаптоимидазолом не уступает по антитериоидной активности 1-метил-2-меркаптоимидазолу.

Для координационной химии имидазолы представляют большой научный интерес потому, что проявляют основные свойства и могут участвовать в реакциях комплексообразования, образуя мономерные, димерные и мостиковые комплексы, причём дентатность имидазолов зависит от многих факторов, в том числе кислотности среды, природы растворителя и центрального атома- комплексообразователя. В работе [5] получены некоторые смешанолигандные соединения солей металлов с производными имидазола (1-этилимидазол, 1-метилимидазол и др.). С 2-метилимидазолом (L) и бромидом меди(II) из этанольных растворов синтезированы комплексы различного состава: $[CuL_2Br_2]$ получен из нейтральных растворов; $(HL)_2[CuBr_4]\cdot H_2O$ – из растворов в присутствии HBr, при соотношении M: L = 1:2 и pH=1 (согласно ИК- спектрам, лиганд входит во внешнюю сферу комплекса); $(HL)_2[Cu_2Br_6]$ – из растворов с pH=2-3, HL^+ - внешнесферный катион. В работе [6] определены состав и строение мономерных, димерных и полимерных бензимидазольных комплексов меди (II), полученных при взаимодействии хлорида меди с бензимидазолом в среде этанола. В работе [7] исследовано комплексообразование имидазола, 2-метилимидазола, бензимидазола, пиразола и обнаружена их донорная способность в реакциях с солями многих металлов (меди, палладия, платины, кобальта). В этих комплексах имидазолы ведут себя как монодентатные лиганды с координацией к иону металла через атом азота. Автором [8] разработаны оптимальные условия синтеза комплексов рения (V) с имидазолом и 2-меркаптоимидазолом в зависимости от соотношения исходных реагентов и концентрации галогенводородных кислот. Установлено, что имидазол к рению (V) координируется посредством атома азота, а 2-меркаптоимидазол через атом серы. Авторы [9] исследовали комплексообразование нитрата серебра с имидазолом, 3-аминопиридином, никатиоамидом, 5-бром-2-амино-пиридином в водно-этанольных растворах. Используя значение ΔE гальванической цепи двумя независимыми методами, определены константы устойчивости комплексов. Для имидазола, 3-аминопиридина и никатинамида с увеличением содержания спирта в растворе наблюдается увеличение общей константы устойчивости. В работах [10-12] разработаны условия синтеза и определены константы устойчивости комплексов серебра (I) с имидазолин-2-тионом (N,N-этилентиомочевиной). Показано, что имидазолин-2-тион координируется с серебром(I) посредством атома серы. Установлено, что устойчивость комплексов серебра (I) при переходе от имидазола к имидазолин-2-тиону возрастает. Основываясь на проведённом литературном обзоре, исследование комплексообразования серебра (I) с 2-метилимидазолом целесообразно как с научной точки зрения, так и имеет прикладной характер- получения новых соединений, проявляющих биологическую активность.

Целью настоящей работы явилось изучение процесса комплексообразования серебра(I) с 2-метилимидазолом при 288-318К, установление состава, устойчивости и термодинамических характеристик образующихся комплексов.

Экспериментальная часть. Для исследования комплексообразования серебра с 2-метилимидазолом использовали гальванический элемент с переносом, где в качестве индикаторного электрода использовали пластинку из чистого серебра, электродом сравнения служил хлорсеребряный. Процесс комплексообразования исследовали в водном растворе с ионной силой 0,1моль/л, создаваемой $NaNO_3$. Начальная концентрация $AgNO_3$ составила $1\cdot10^{-4}$ моль/л, а 2-метилимидазола $1\cdot10^{-2}$ моль/л. Потенциал системы при потенциометрическом титровании измеряли с помощью pH-метра марки PHS-25. Равновесное значение потенциала на индикаторном электроде устанавливалось в течение 5-10 мин. Температуру в ячейке поддерживали постоянной при помощи водяного термостата ($\pm0,5^0$C). Равновесную концентрацию ионов серебра и 2-метилимидазола (L) определяли по уравнениям [13]:

$$\lg[Ag^+] = \lg C_{Ag^+} - \frac{\Delta E}{1{,}834\cdot10^{-4}\cdot T}$$

$$[L] = C_L - n(C_{Ag^+} - [Ag])$$

Результаты и их обсуждение. При потенциометрическом исследовании комплексообразования серебра (I) в водных и неводных растворах широко используется серебряный электрод, так как даёт очень надёжные и воспроизводимые результаты, а его обратимость сохраняется при температурах, отличающихся от комнатной. В таблице 1 приведены экспериментальные данные по изменению потенциала системы (ΔE) Ag/Ag^+ при потенциометрическом титровании $AgNO_3$ раствором 2-метилимидазола при 288-318К. Анализ данных таблицы 1 позволяет установить чёткую зависимость в изменении ΔE от концентрации добавленного 2-метилимидазола к $AgNO_3$ и температуры.

Таблица 1. Изменение потенциала (ΔE) системы Ag/Ag^+ в процессе потенциометрического титрования $AgNO_3$ раствором 2-метилимидазола при 288К-318К, $C_{Ag^+}=1\cdot10^{-4}$ моль/л, $C_{2\text{-ми}}=1\cdot10^{-2}$ моль/л

Table 1. Change in the potential (ΔE) of the Ag / Ag + system during potentiometric titration of AgNO3 with a solution of 2-methylimidazole at 288K-318K, CAg + = 1 · 10-4 mol / l, C2-MI = 1 · 10-2 mol / l

$C_{2\text{-ми}}$, моль/л	ΔE, В			
	288К	298К	308К	318К
$3,98\cdot10^{-5}$	0,008	0,001	0,001	0,001
$7,94\cdot10^{-5}$	0,010	0,002	0,002	0,002
$1,19\cdot10^{-4}$	0,013	0,003	0,003	0,003
$1,57\cdot10^{-4}$	0,015	0,005	0,004	0,004
$1,96\cdot10^{-4}$	0,021	0,006	0,006	0,005
$2,34\cdot10^{-4}$	0,029	0,008	0,007	0,008
$3,10\cdot10^{-4}$	0,036	0,013	0,010	0,011
$3,85\cdot10^{-4}$	0,044	0,02	0,015	0,015
$4,58\cdot10^{-4}$	0,049	0,025	0,019	0,019
$5,30\cdot10^{-4}$	0,056	0,031	0,023	0,022
$6,02\cdot10^{-4}$	0,064	0,036	0,027	0,025
$6,72\cdot10^{-4}$	0,070	0,043	0,032	0,030
$7,41\cdot10^{-4}$	0,076	0,047	0,036	0,035
$8,42\cdot10^{-4}$	0,084	0,054	0,043	0,040
$9,42\cdot10^{-4}$	0,090	0,061	0,048	0,045
$1,04\cdot10^{-3}$	0,099	0,066	0,053	0,050
$1,13\cdot10^{-3}$	0,104	0,072	0,057	0,056
$1,26\cdot10^{-3}$	0,110	0,079	0,063	0,062
$1,38\cdot10^{-3}$	0,120	0,083	0,069	0,070

$1{,}50\cdot10^{-3}$	0,126	0,089	0,073	0,073
$1{,}64\cdot10^{-3}$	0,134	0,094	0,080	0,079
$1{,}78\cdot10^{-3}$	0,143	0,100	0,086	0,084
$1{,}94\cdot10^{-3}$	0,148	0,105	0,091	0,089
$2{,}19\cdot10^{-3}$	0,155	0,113	0,099	0,095
$2{,}42\cdot10^{-3}$	0,163	0,120	0,107	0,103
$2{,}65\cdot10^{-3}$	0,171	0,127	0,113	0,110
$2{,}86\cdot10^{-3}$	0,176	0,132	0,119	0,115
$3{,}24\cdot10^{-3}$	0,184	0,141	0,128	0,124
$3{,}59\cdot10^{-3}$	0,188	0,149	0,135	0,134
$3{,}90\cdot10^{-3}$	0,193	0,155	0,142	0,139
$4{,}19\cdot10^{-3}$	0,200	0,160	0,147	0,145
$4{,}57\cdot10^{-3}$	0,204	0,167	0,154	0,153
$4{,}90\cdot10^{-3}$	0,208	0,173	0,160	0,157
$5{,}19\cdot10^{-3}$	0,212	0,178	0,165	0,162
$5{,}54\cdot10^{-3}$	0,215	0,183	0,171	0,167
$5{,}83\cdot10^{-3}$	0,218	0,188	0,175	0,171
$6{,}15\cdot10^{-3}$	0,220	0,193	0,181	0,176

В таблице 2 в качестве примера приведены значения равновесной концентрации серебра (I), 2-метилимидазола и функция Ледена, рассчитанные с использованием данных таблицы 1 при 298К.

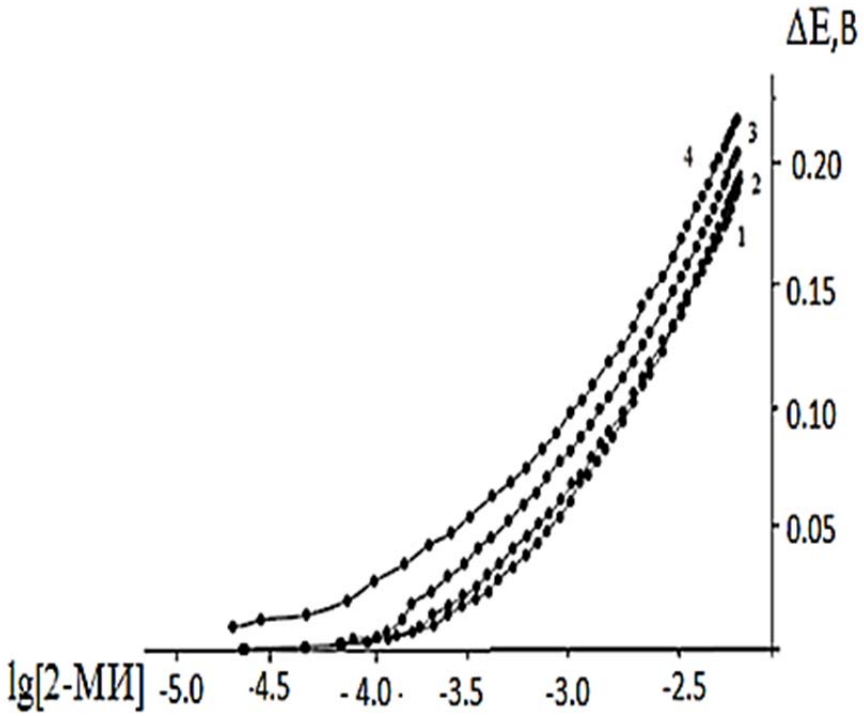
Таблица 2. Данные по определению равновесной концентрации ионов $[Ag^+]$, 2-метилимидазола и функции Ледена при 298К $C_{Ag^+}=1\cdot10^{-4}$ моль/л, $C_{2\text{-МИ}}=1\cdot10^{-2}$ моль/л
Table 2. Data on the determination of the equilibrium concentration of [Ag +], 2-methylimidazole ions and Leden function at 298 K CAg + = 1 · 10-4 mol / l, C 2-MI = 1 · 10-2 mol / l

ΔE,B	$C_{2\text{-МИ}}$, моль/л	C_{Ag^+}, моль/л	lg[Ag^+], моль/л	[2-МИ], моль/л	lgF_0
0,001	$3{,}98\cdot10^{-5}$	$9{,}96\cdot10^{-5}$	-4,019	$2{,}30\cdot10^{-5}$	3,280
0,002	$7{,}94\cdot10^{-5}$	$9{,}92\cdot10^{-5}$	-4,054	$3{,}24\cdot10^{-5}$	3,613
0,003	$1{,}19\cdot10^{-4}$	$9{,}88\cdot10^{-5}$	-4,090	$4{,}39\cdot10^{-5}$	3,719
0,005	$1{,}57\cdot10^{-4}$	$9{,}84\cdot10^{-5}$	-4,142	$4{,}58\cdot10^{-5}$	3,927
0,006	$1{,}96\cdot10^{-4}$	$9{,}80\cdot10^{-5}$	-4,195	$5{,}16\cdot10^{-5}$	4,040
0,008	$2{,}34\cdot10^{-4}$	$9{,}77\cdot10^{-5}$	-4,264	$5{,}22\cdot10^{-5}$	4,205
0,013	$3{,}10\cdot10^{-4}$	$9{,}69\cdot10^{-5}$	-4,386	$7{,}46\cdot10^{-5}$	4,283
0,020	$3{,}85\cdot10^{-4}$	$9{,}62\cdot10^{-5}$	-4,491	$1{,}14\cdot10^{-4}$	4,265
0,025	$4{,}58\cdot10^{-4}$	$9{,}54\cdot10^{-5}$	-4,595	$1{,}60\cdot10^{-4}$	4,265
0,031	$5{,}30\cdot10^{-4}$	$9{,}47\cdot10^{-5}$	-4,700	$2{,}10\cdot10^{-4}$	4,281
0,036	$6{,}02\cdot10^{-4}$	$9{,}40\cdot10^{-5}$	-4,822	$2{,}62\cdot10^{-4}$	4,333
0,043	$6{,}72\cdot10^{-4}$	$9{,}33\cdot10^{-5}$	-4,927	$3{,}19\cdot10^{-4}$	4,368
0,047	$7{,}41\cdot10^{-4}$	$9{,}26\cdot10^{-5}$	-5,014	$3{,}79\cdot10^{-4}$	4,391
0,054	$8{,}42\cdot10^{-4}$	$9{,}16\cdot10^{-5}$	-5,138	$4{,}72\cdot10^{-4}$	4,431
0,061	$9{,}42\cdot10^{-4}$	$9{,}06\cdot10^{-5}$	-5,261	$5{,}64\cdot10^{-4}$	4,485
0,066	$1{,}04\cdot10^{-3}$	$8{,}96\cdot10^{-5}$	-5,350	$6{,}57\cdot10^{-4}$	4,513
0,072	$1{,}13\cdot10^{-3}$	$8{,}87\cdot10^{-5}$	-5,439	$7{,}49\cdot10^{-4}$	4,549
0,079	$1{,}26\cdot10^{-3}$	$8{,}74\cdot10^{-5}$	-5,564	$8{,}70\cdot10^{-4}$	4,612
0,083	$1{,}38\cdot10^{-3}$	$8{,}62\cdot10^{-5}$	-5,654	$9{,}88\cdot10^{-4}$	4,650
0,089	$1{,}50\cdot10^{-3}$	$8{,}50\cdot10^{-5}$	-5,728	$1{,}10\cdot10^{-3}$	4,677
0,094	$1{,}64\cdot10^{-3}$	$8{,}36\cdot10^{-5}$	-5,820	$1{,}24\cdot10^{-3}$	4,718
0,100	$1{,}78\cdot10^{-3}$	$8{,}22\cdot10^{-5}$	-5,912	$1{,}38\cdot10^{-3}$	4,766
0,105	$1{,}94\cdot10^{-3}$	$8{,}06\cdot10^{-5}$	-5,988	$1{,}54\cdot10^{-3}$	4,796
0,113	$2{,}19\cdot10^{-3}$	$7{,}81\cdot10^{-5}$	-6,120	$1{,}79\cdot10^{-3}$	4,864
0,120	$2{,}42\cdot10^{-3}$	$7{,}58\cdot10^{-5}$	-6,252	$2{,}03\cdot10^{-3}$	4,943

0,127	$2,65\cdot10^{-3}$	$7,35\cdot10^{-5}$	-6,366	$2,25\cdot10^{-3}$	5,012
0,132	$2,86\cdot10^{-3}$	$7,14\cdot10^{-5}$	-6,447	$2,46\cdot10^{-3}$	5,054
0,141	$3,24\cdot10^{-3}$	$6,76\cdot10^{-5}$	-6,623	$2,84\cdot10^{-3}$	5,168
0,149	$3,59\cdot10^{-3}$	$6,41\cdot10^{-5}$	-6,747	$3,19\cdot10^{-3}$	5,243
0,155	$3,90\cdot10^{-3}$	$6,10\cdot10^{-5}$	-6,887	$3,50\cdot10^{-3}$	5,342
0,160	$4,19\cdot10^{-3}$	$5,81\cdot10^{-5}$	-6,993	$3,79\cdot10^{-3}$	5,414
0,167	$4,57\cdot10^{-3}$	$5,43\cdot10^{-5}$	-7,140	$4,17\cdot10^{-3}$	5,520
0,173	$4,90\cdot10^{-3}$	$5,10\cdot10^{-5}$	-7,252	$4,50\cdot10^{-3}$	5,599
0,178	$5,19\cdot10^{-3}$	$4,81\cdot10^{-5}$	-7,363	$4,79\cdot10^{-3}$	5,682
0,183	$5,54\cdot10^{-3}$	$4,46\cdot10^{-5}$	-7,513	$5,14\cdot10^{-3}$	5,803
0,188	$5,83\cdot10^{-3}$	$4,17\cdot10^{-5}$	-7,594	$5,43\cdot10^{-3}$	5,859
0,193	$6,15\cdot10^{-3}$	$3,85\cdot10^{-5}$	-7,696	$5,75\cdot10^{-3}$	5,936
0,197	$6,43\cdot10^{-3}$	$3,57\cdot10^{-5}$	-7,796	$6,03\cdot10^{-3}$	6,016
0,201	$6,67\cdot10^{-3}$	$3,33\cdot10^{-5}$	-7,894	$6,27\cdot10^{-3}$	6,097

Число координированных молекул 2-метилимидазола, присоединённых к иону серебра, определяли по тангенсу угла наклона зависимостей ΔE от -lg[2-МИ] (для выявления характера комплексообразования авторы работы [14-15] рекомендуют строить зависимость ΔE от -lg[L], если при этом зависимость ΔE от -lg[L] линейна, то в системе образуется одна комплексная частица, если эта зависимость не линейна, то идёт ступенчатое комплексообразование. На рисунке 1 представлены зависимости ΔE от -lg[2-МИ] для 2-МИ комплексов серебра(I) при 288-318К, эти зависимости имеют нелинейный характер, что свидетельствует в пользу ступенчатого комплексообразования между серебром(I) и 2-метилимидазолом.

Рис.1. Зависимость ΔE=f(-lg[2-МИ]) для 2-метилимидазольных комплексов серебра(I) при 1-288К, 2- 298К,3-308К, 4-318К, J=0,1моль/л
Fig. 1. Dependence ΔE = f (-lg [2-MI]) for 2-methylimidazole silver (I) complexes at 1-288K, 2-298K, 3-308K, 4-318K, J = 0.1 mol / l



Углы наклона зависимости ΔE от -lg[2-МИ] при избытке 2-метилимидазола в растворе составили 288К - 0,243 В·моль/л, 298К - 0,236В·моль/л, 308К-0,244В·моль/л, 318К-

0,237В·моль/л, что соответствует образованию высшего комплексного соединения $[Ag(2\text{-МИ})_4]^+$ независимо от температуры. Анализ зависимости ΔE=f(-lg[2-МИ]) показал, что на этих кривых имеются четыре прямолинейных участка, соответствующих последовательному образованию четырёх комплексных частиц по схеме:

$$[Ag(H_2O)_4]^+ + nL \leftrightarrow [Ag(H_2O)_{4-n}L_n]^+ + nH_2O$$

Для определения общих констант устойчивости 2-метилимидазольных комплексов использовали нелинейный метод наименьших квадратов [16]. Определённые нелинейным методом наименьших квадратов константы устойчивости 2-метилимидазольных комплексов при 288-308К приведены в таблице 3.

Таблица 3. Значения общих констант устойчивости 2-метилимидазольных комплексов Ag(I) при 288-318К. J=0,1моль/л

Table 3. Values of the general stability constants of 2-methylimidazole Ag (I) complexes at 288-318K. J = 0.1 mol / L

Т,К	$[Ag(H_2O)_3L]^+$ **$lg\beta_1$**	$[Ag(H_2O)_2L_2]^+$ **$lg\beta_2$**	$[Ag(H_2O)L_3]^+$ **$lg\beta_3$**	$[AgL_4]^+$ **$lg\beta_4$**
288	4,76±0,2	6,91±0,3	9,85±0,3	11,96±0,1
298	4,38±0,2	6,76±0,2	9,68±0,2	11,76±0,1
308	4,03±0,1	6,29±0,1	9,46±0,1	11,60±0,2
318	3,93±0,1	6,05±0,1	9,33±0,1	11,36±0,2

Из данных таблицы видно, что с увеличением температуры наблюдается уменьшение значений общих констант устойчивости для всех комплексных форм. При этом температурный фактор в большей степени влияет на устойчивость моно- и бизамещённого комплексов.

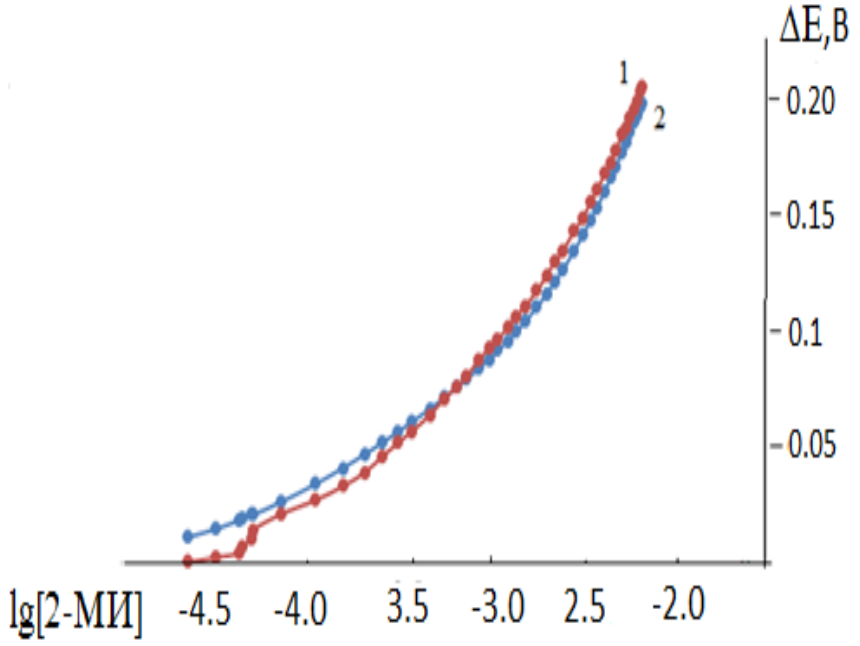
Сопоставление экспериментально найденных значений $\Delta E_{экс.}$ с величинами $\Delta E_{рассч}$, найденными из уравнения (1),

$$\Delta E_{рассч.} = 2{,}3RT/nF \cdot \lg (1 + \beta_1[L] + \beta_2[L]^2 + \beta_3[L]^3 + \beta_4[L]^4) \quad (1)$$

(где: [L] - равновесная концентрация 2-метилимидазола, β - общие константы устойчивости, найденные нелинейным методом наименьших квадратов) показывает их удовлетворительную сходимость (рис.2).

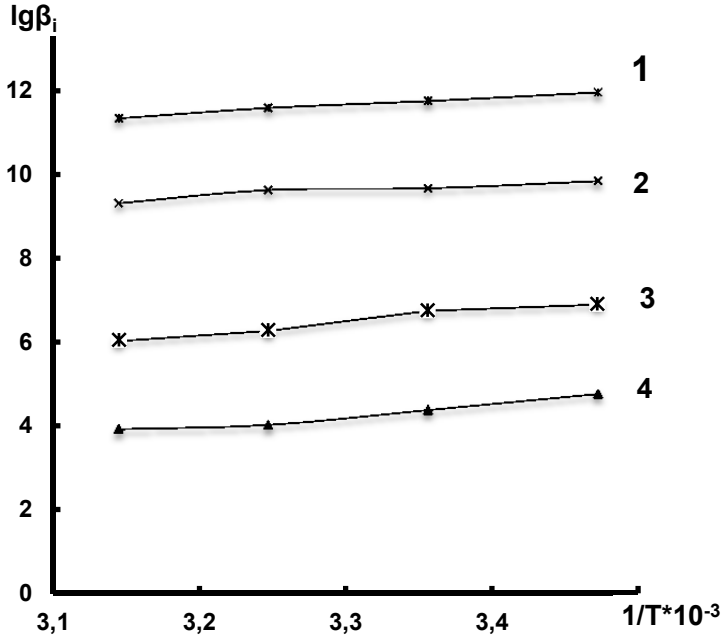
Рис. 2. Зависимость ΔE от -lg[2-МИ] при 298К: 1-$\Delta E_{эксп}$. 2- $\Delta E_{рассч.}$

Fig. 2. Dependence of ΔE on -lg [2-MI] at 298K: 1-ΔEexp. 2- ΔE



Одним из распространённых методов оценки ΔH реакции считается метод температурного коэффициента. Экспериментально найденные нами величины $lg\beta_i$ при разных температурах были использованы для расчёта ΔH. На рисунке 2 приведены зависимости $lg\beta_i$ от обратной температуры для комплексов серебра(I) с 2-метилимидазолом. Величину ΔH находили по тангенсу угла наклона зависимостей $lg\beta_i=f(1/T)$, из уравнения ΔH= -2,3Rtgα.

Рис. 3. Зависимость $lg\beta_i=f(1/T)$ для 2-метилимидазольных комплексов серебра (I) 1- $lg\beta_1$ ($[Ag(H_2O)_3L]^+$), 2- $lg\beta_2$ ($[Ag(H_2O)_2L_2]^+$), 3-$lg\beta_3$ ($[Ag(H_2O)L_3]$), 4-$lg\beta_4$($[AgL_4]^+$)
Fig. 3. Dependence logβi = *f* (1 / T) for 2-methylimidazole silver (I) complexes 1- logβ1 ([Ag (H2O) 3L] +), 2- logβ2 ([Ag (H2O) 2L2] +), 3- logβ3 ([Ag (H2O) L3]), 4-logβ4 ([AgL4] +)



Величину ΔG определяли по уравнению ΔG=-2,3RTlgβ, а ΔS из уравнения ΔG=ΔH-TΔS. Рассчитанные термодинамические функции реакций образования комплексов серебра(I) с 2-метилимидазолом представлены в таблице 4.

Таблица 4. Значения термодинамических функций реакций образования комплексов серебра (I) с 2-метилимидазолом. J=1моль/л
Table 4. The values of the thermodynamic functions of the reactions of the formation of complexes of silver (I) with 2-methylimidazole. J = 1 mol / L

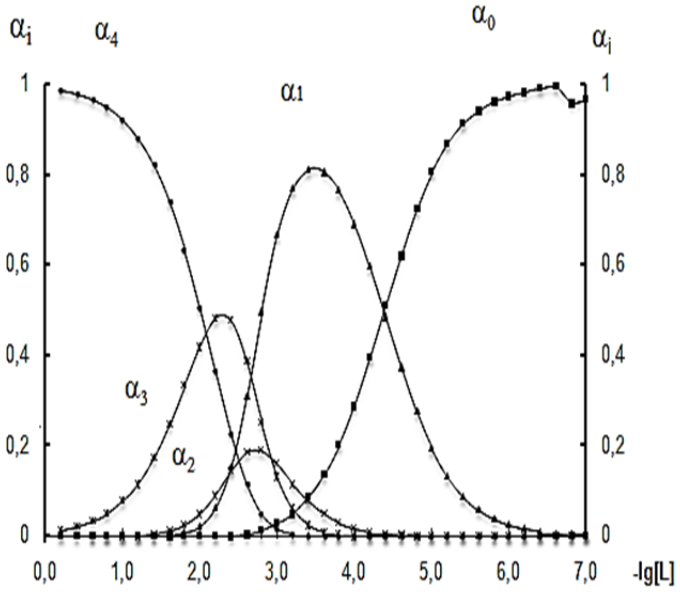
Уравнение реакции	ΔH, кДж/моль	ΔG, кДж/моль	ΔS, Дж/(моль·К)
$[Ag(H_2O)_4]^+ + L = [Ag(H_2O)_3L]^+ + H_2O$	-50,09	-25,15	-83,69
$[Ag(H_2O)_4]^+ + 2L = [Ag(H_2O)_2L_2]^+ + 2H_2O$	-53,34	-37,91	51,77
$[Ag(H_2O)_4]^+ + 3L = [Ag(H_2O)L_3]^+ + 3H_2O$	-31,24	-55,14	80,19
$[Ag(H_2O)_4]^+ + 4L = [AgL_4]^+ + 4H_2O$	-34,30	-67,11	110

Анализ термодинамических функций показывает, что образование всех четырёх комплексных частиц сопровождается выделением тепла. Однако максимальное тепловыделение происходит при образовании монозамещённого комплекса. На этой стадии комплексообразования наблюдается тепловыделение, хотя величина ΔS отрицательна, то есть знак величины ΔG определяется значением ΔH.

С целью определения области доминирования всех комплексных форм, образующихся в системе серебро(I) – 2-метилимидазол, были построены диаграммы их распределения при 288-318К. В качестве примера на рис.4. приведены диаграммы распределения всех комплексных частиц, образующихся в системе Ag(I) – 2-метилимидазол при 298К.

Рис.4. Кривые распределения 2-метилимидазольных комплексов серебра(I) при 298К, где α_0-$[Ag]^+$; α_1-$[Ag(H_2O)_3L]^+$;α_2-$[Ag(H_2O)_2L_2]^+$; α_3-$[Ag(H_2O)L_3]^+$; α_4-$[AgL_4]^+$

Fig. 4. Distribution curves of 2-methylimidazole silver (I) complexes at 298 K, where α0- $[Ag]^+$; α1- $[Ag\ (H2O)\ 3L]^+$;α2- $[Ag\ (H2O)\ 2L2]^+$; α3- $[Ag\ (H2O)\ L3]^+$; α4- $[AgL4]^+$



Анализ диаграмм распределения показал, что в системе Ag(I) – 2-метилимидазол при малых концентрациях 2-метилимидазола в растворе доминирует монозамещённый комплекс. С увеличением концентрации 2-метилимидазола наблюдается переход монозамещённого комплекса в двух, трёх и постепенно в четырёхзамещённый комплекс. С возрастанием температуры выход всех комплексных форм уменьшается.

Сопоставление полученных нами общих констант устойчивости 2-метилимидазолных комплексов с данными для имидазольных комплексов серебра [9] показало, что введение метильной группы в молекулу имидазола приводит к уменьшению устойчивости комплексов. Так, величина $lg\beta_2$ для имидазольного комплекса серебра составляет 6,93 лог.ед., а для 2-метилимидазольного комплекса – 6,76 лог.ед.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соединения кобальта(II) и меди (II) с карбоновыми кислотами, имидазолом и 2-метилимидазолом / Н.А. Скорик, М.М. Филипова, Е.И. Бухольцева [и др.] // журн. Неорган. химии. -Москва, 2015. - Том 60. -№6. -С.806-812.
2. Машковский М.Д. Лекарственные средства / М.Д. Машковский. –Москва, 1977. – Т.1. – 455 с.
3. Натаров В.В. Волковысский Л.Н, Аминджанов А.А., Божко Т.С., Бондалетова М.В., Бодрых Е.А. Трифтор-ди-(1-метил-2-меркаптоимидазол) оксорений дигидрат, проявляющий тиреостатическое действие: положительное решение о выдаче авторского свидетельства СССР по заявке № 4797226/04 (024668) от 25.06.91.
4. Аминджанов А.А. Каримова М.Х. Аква –тетро-(1-метил-2-тиоксо 1н, 3н-имидазол) - оксорений (V) - бромид дигидрат, проявляющий антитереоидно - анаболическую активность: Положительное решение о выдаче авторского свидетельства СССР по заявке. № 4849141/04-76035.
5. Тран Тхан Тун. Синтез и физико-химические исследования комплексных соединений бромида меди (II) с азотсодержащими гетероциклическими основаниями: автореф…дисс. к.х.н: 02.00.01 / Тран Тхан Тун. – Москва, 2007. – 17 с.
6. Pashchevskaya N.V. Effect of the Condition of Synthesis on the Composition and Structure of Copper(II) Complexes with Benzimidazole / N.V. Pashchevskaya, M.A., Nazarenko S.N. Bolotin // Russ. journ. inorg. chem. – 2010. -V. 55. - № 9. – P. 1425.
7. Зырянова И.А. Новые лиганды и металлокомплексы на базе функционально замещенных азолов: автореф. дис … канд. хим. наук: 02.00.03 / И.А. Зырянова. – Ирскутск, 2003. -23 с.
8. Орифов А.А. Комплексные соединения рения (V) с имидазолом и 2-меркаптоимидазолом: автореф. дис. …канд.хим. наук: 02.00.01 / А.А. Орифов. – Душанбе, 2000. -32 с.
9. Комплексообразование серебра (I) с N, N-этилентиомочевиной / А.С. Содатдинова, К.С. Мабаткадамова, С.М. Сафармамадов [и др.] // Извест. Академии наук. – Душанбе, 2012. – №4. –С.41-50.
10. Комплексообразование серебра (I) с N, N-этилентиомочевиной при 288-328К / А.С. Содатдинова, К.С. Мабаткадамова, С.М. Сафармамадов [и др.] // Док. Академии наук. – Душанбе, 2013 – №7. -Том 56. – С.541-547.

11. Содатдинова А.С. Комплексные соединения серебра (I) с N, N-этилентиомочевиной / С.М. Сафармамадов, А.С. Содатдинова // Вестник Таджикского национального университета, серия естественных наук. –Душанбе, 2015. –№1. – С.123-128.
12. Комплексообразование серебра (I) с 1-формил-и 1-ацетил-3-тиосемикарбазидом при 273-328К / А.А. Аминджанов, К.С. Мабаткадамова, С.М. Сафармамадов, А.С. Содатдинова // Извест. высш. учеб. завед. Химия и химич. техн. Иваново, 2014. –Том 57. – №7. –С.62-65.
13. Новаковский М.С. Лабораторные работы по химии комплексных соединений / М.С Новаковский. Харьковский университет, 1972. -217 с.
14. Хартли Ф. Равновесия в растворах / Ф. Хартли, К. Бергес и др. //–М.: Мир, 1983. – 365 с.
15. Капустин Е.И. Решение некоторых классов математических задач в программе Excel / Е.И. Капустин // Невинномысской химический колледж, г. Невинномысск. [Электронный ресурс]. (exponenta.ru/educat/systemat/Kapustin/014.asp.

УСУЛИ ПОТЕНСИОМЕТРИИ ТАҲҚИҚОТИ КОМПЛЕКСҲОСИЛШАВИИ НУҚРА(I) БО 2-МЕТИЛИМИДАЗОЛ ДАР ҲАРОРАТҲОИ 288-298К

Бо усули потенсиометрӣ равандаи комплексҳосилшавии нуқра(I) бо 2-метилимидазол дар ҳароратҳои 288-318К ва қувваи ионии 0,1 мол/л омӯхта шуд. Муқаррар карда шуд, ки нуқра бо 2-метилимидазол дар ҳудуди 288-318К чорто заррачаи комплексии таркибашон $[AgL_n]^+$ n=1-4 ҳосил менамояд. Барои ҳамаи заррачаҳои комплексӣ собитаҳои устуворӣ муайян карда шуданд. Нишон дода шуд, ки устувории комплексҳо бо зиёдшавии ҳарорат ва миқдори молекулаи 2-метилимидазол дар сфераи дохилии координатсионӣ кам мешавад.

Калидвожаҳо: нуқра, 2-метилимидазол, собитаи устуворӣ, комплексҳосилшавӣ.

ПОТЕНЦИОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ КОМПЛЕКСООБРАЗОВАНИЯ СЕРЕБРА (I)С 2-МЕТИЛИМИДАЗОЛОМ ПРИ 288-318К

Методом потенциометрического титрования исследован процесс комплексообразования серебра (I) с 2-метилимидазолом в водном растворе с ионной силой 0,1 моль/л, при 298 -318К. Установлено, что серебро с 2-метилимидазолом в интервале 288-318К образует четыре комплексные формы общего состава $[AgL_n]^+$ где n= =1-4. Для всех комплексных форм рассчитаны общие константы устойчивости. Показано, что устойчивость комплексов с повышением температуры и числа молекул 2-метилмидазола во внутренней координационной сфере уменьшается.

Ключевые слова: серебро, 2-метилимидазол, константа устойчивости, комплексообразование.

POTENTIOMETRIC METHOD OF RESEARCH OF COMPLEX FORMATION OF SILVER (I) WITH 2-METHYLIMIDAZOL AT 288-318K

The process of complexation of silver (I) with 2-methylimidazole in an aqueous solution with an ionic strength of 0.1 mol/l, generated by $NaNO_3$, at 298-318K was studied by potentiometric titration. It was found that silver with 2-methylimidazole in the different temperature of 288-318K forms four complex of the general composition [AgLn], + where n- = 1-4. For all complex forms, general stability constants were calculated. It was shown that the stability of the complexes decreases with increasing temperature and the number of 2-methyl-imidazole molecules in the internal coordination sphere.

Key words: silver, 2-methylimidazole, stability constant, complexation.

Сведения об авторах: ***Сафармамадов Сафармамад Муборакшоевич*** – Таджикский найиональный унеиверситет, проректор по международной отношении, доктор химических наук, профессор. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **(+992) 919-02-35-73.** E-mail**: sash65@mail.ru**
Содатдинова Анджуман Садриддиновна – Таджикский найиональный унеиверситет, кандидат химических наук, ассистент кафедры аналитической химии. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **(+992) 938-13-66-56.** E-mail: **anjuman87@mail.ru**
Бахридин Абдурасул – Таджикский найиональный унеиверситет, соискатель кафедры неорганической химии. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **(+992) 935-24-55-58.** E-mail: **abdurasul.@mail.ru**

Information about the authors: ***Safarmamadov Safarmamad Muborakshoevich*** - Tajik National University, Vice-Rector for International Relations, Doctor of Chemical Sciences, Professor. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **(+992) 919-02-35-73.** E-mail: **sash65@mail.ru**
Sodatdinova Anjuman Sadriddinovna - Tajik National University, Candidate of Chemical Sciences, Assistant of the Department of Analytical Chemistry. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **(+992) 938-13-66-56**. E-mail: **anjuman87@mail.ru**
Bahridin Abdurasul - Tajik National University, applicant for the Department of Inorganic Chemistry. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **(+992) 935-24-55-58**. E-mail: **abdurasul.@Mail.ru**

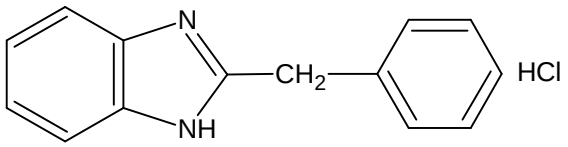
УДК 544.032.12

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И ТЕРМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ГИДРОГЕНХЛОРИД БЕНЗИЛБЕНЗИМИДАЗОЛА

Ёрмамадова С.Г., Раджабов У., Зоиров Х.А., Бадалов А.
Таджикский национальный университет,
Таджикский государственный медицинской университет им. Абуали ибн Сино,
Таджикский технический университет им. М.С. Осими

Координационные соединения переходных металлов, в частности биометаллы с гетероциклами играют важную роль в качестве катализаторов процессов окисления, имеющих место в живых организмах. Они входят в состав важнейших ферментов: креатинкиназы, химотрипсина и др. Иммунотропная и противомикробная активности, обнаруженные у этих и других азолов, используются в качестве противопаразитных, антигельментных и гипотензивных препаратов (тинидазол, тиабендазол и дибазол). Поэтому синтез новых координационных соединений производных бензимидазола является важной прикладной задачей современной координационной химии. Одним из путей её решения является разработка и внедрение иммуностимуляторов, повышающих резистентность организма. Производные азолов, особенно бензимидазол, гидрогенхлорид бензилбензимидазол (дибазол) и другие наряду с сосудорасширяющими, спазмолитическими и гипотензивными свойствами, проявляют также противовирусную и антимикробную активность.

Дибазол представляет собой белый, кристаллический порошок со слегка сероватым или желтоватым оттенком. Он гигроскопичен, горько-соленого вкуса и плавится в пределах 182÷186. Брутто формула дибазола гидрохлорида $C_{14}H_{12}N_2$:HCl; его графическая формула представляется следующим образом;



В молекуле дибазола один из атомов азота (I), обладающий относительно свободной электронной парой, является нуклеофильным центром, поэтому притягивает к себе протон. Другой атом азота (II) участвующий в сопряжённой кольцевой системе двумя электронами, характеризируется дефицитом электронной плотности. Первый атом азота, по аналогии с атомом азота в пиридине, называется пиридинным азотом, второй -в пирроле называется пирольным азотом .

Для определения константы ионизации дибазола проводено титрование раствора дибазола установленной концентрации кислотой и щелочью. Первая константа ионизации определена титрованием 0,1М раствором хлорной кислоты ($HClO_4$), а вторая 0,1М раствором гидроксида натрия. Согласно методикам, описанным в работе Альберта и Сержанта [2] из-за плохой растворимости дибазола в воде в качестве растворителя были использованы 5% и 10%-ные водные растворы этилового спирта. Титрование проведено в интервале температур от 288 до 318 К и концентрациях, соответствующих процессу комплекс образования в исследованной системе. Электролитическая ячейка находится в водяном термостате, где температура поддерживается с точностью до $\pm 0{,}1^0$C.

Исследование реакции ионизации дибазола проведено при температурах 288, 298, 308, 318 К и различных ионных силах, которые поддерживались добавлением рассчитанных количеств перхлората натрия $NaClO_4$ или хлорной кислоты [3-4]. Константы ионизации дибазола при выбранных концентрациях определены методом потенциометрического титрования 0,1М раствором NaOH [5].

В водном растворе дибазола в зависимости от pH может существовать следующее равновесие:

$$H_2Db^+ \xleftrightarrow{k_{11}} HDb + H^+ \xleftrightarrow{k_2} Db^- + H^+, \qquad (1.)$$

где Db- дибазол, HDb- нейтральная форма дибазола ,k- константа ионизации протонированного дибазола, k- константа ионизации пиридиновой группы дибазола.

Реакции ионизации дибазола и выражение для его константы можно представить следующими уравнениями:

$$H_2Db^+ \xleftrightarrow{1} H^+ + HDb \text{ и } [HDb] = K_{a1}C_a / [H^+], \qquad (2)$$

где C_a –исходная концентрация дибазола, которая при предположении, что дибазол является очень слабой кислотой, равна $C_a = [H_2Db^+]$.

Процесс ионизации нейтральной формы дибазола - *HDb* и его константы представляется следующими выражениями:

$$HDb \xleftrightarrow{k_{a2}} Db^- + H^+ \text{ и } [Db^-] = k_{a1}k_{a2}C_a / [H^+]^2 \qquad (3)$$

Для определения величины pK_a дибазола необходимо установить области существования равновесных концентраций продуктов его ионизации. Из данных литературы известно, что диссоциация второго иона водорода в дибазоле происходит в сильнощелочной среде (в пределах pH = 14). Расчет молярных долей дибазолого иона (H_2Db^+), его нейтральной формы (HDb) и дибазолат иона (Db^-) осуществлен в пределах pH от 1,0 до 14,0. Расчеты проводились согласно следующим уравнениям[1]:

$$\alpha_{H_2L^-},\% = [H_2L]/C_L = \left[h^2/(h^2 + hK_1 + K_1K_2)\right] * 100 \qquad (4)$$

$$\alpha_{HL^-},\% = [HL]/C_L = \left[hK_1/h^2 + hK_1 + K_1K_2\right] * 100 \qquad (5)$$

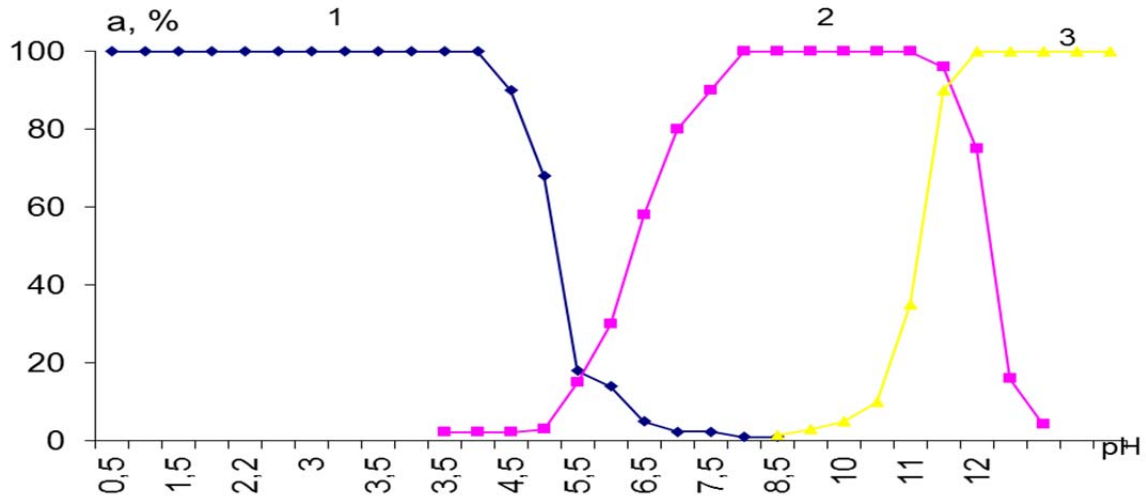
$$\alpha_{L^-},\% = [L^-]/C_L = \left[K_1K_2/h^2 + hK_1 + K_1K_2\right] * 100. \qquad (6)$$

Для дибазола достоверные сведения о величинах констант ионизации отсутствуют. Области существования равновесной концентрации дибазола и продуктов его ионизации были определены с использованием имеющихся литературных данных [6,7], а также наших экспериментально полученных результатов.

На рис.1 приведена диаграмма распределения дибазола и продуктов его ионизации, которая получена описанным выше методом.

Рисунок 1. Диаграмма распределения дибазола и продуктов его ионизации при Т=308К и ионной силе 1.0 Моль/л. Кривые: 1-H_2Db^+; 2-HDb; 3-Db^-.

Figure 1. Diagram of the distribution of dibazol and its ionization products at T = 308K and ionic strength of 1.0 mol / l. Curves: 1-H2Db +; 2-HDb; 3-db



[1] Поскольку при расчете равновесий комплексообразования приняты обозначения лиганда как L, поэтому в уравнения (1.) - (2) $H_2L^+ = H_2Db^+$, $HL^+ = HDb^+$ и $L = Db^-$.

Из рис.1 следует, что в области pH от 0,5 до 4,0 в растворе существует дибазолий – ион, (H_2L^+) в интервале pH от 4,0 до 11,5, в широкой области pH доминирует нейтральная молекула дибазола, (HL). При pH>10 происходит отщепление пиррольного атома водорода с образованием аниона дибазолата (L-), когда пиридиновый и пиррольный атомы азота свободно участвуют в реакциях комплексообразования и дибазол проявляет себя как амбидетный лиганд.

Процесс термического разложения дибазола исследован методом тензиметрии с мембранным нуль–манометром [8]. Метод не ограничен во времени и успешно применяется для изучения процесса парообразования химических соединений [9-12]. Мембрана была изготовлена из химического стекла «пирекс»-а, которое позволяет проводить измерения до температуры Т=450 К. Метод позволяет проводить исследования в двух режимах – неравновесных и равновесных. Предварительные опыты в неравновесных условиях проведены с целью подбора оптимальных условий эксперимента – температурного интервала, характера протекания процесса и подбора навески образцов. Результаты экспериментов по изучению процесса термического дибазола приведены в таблице 1.

Таблица 1. Давление паров продуктов термического разложения дибазола в равновесных условиях

Table 1. The vapor pressure of the products of thermal decomposition of dibazol in equilibrium conditions

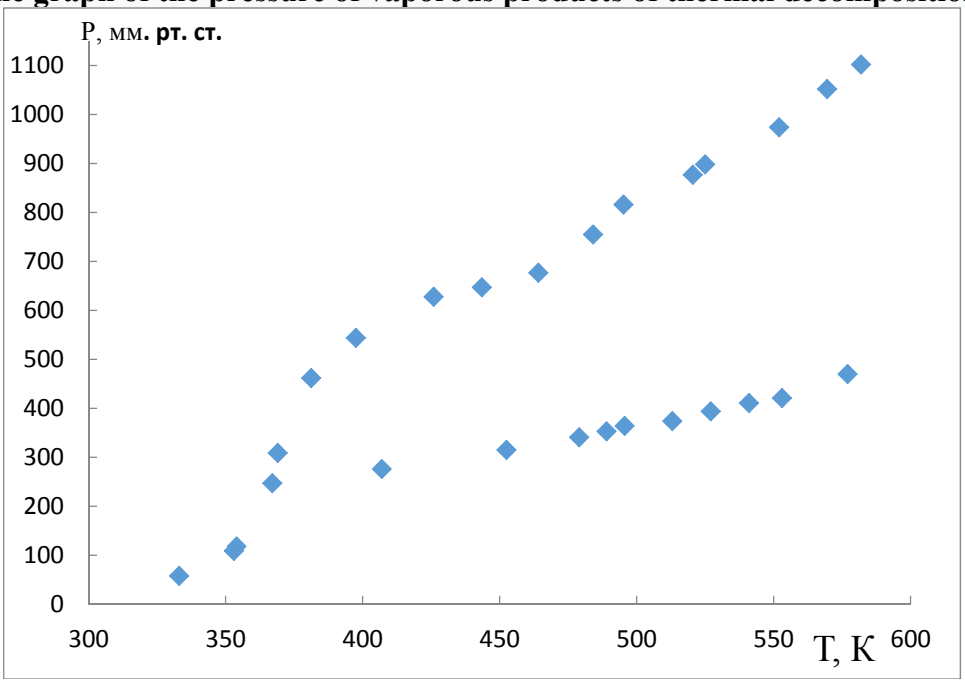
$T,^0$ C	$P_{общ.}$, мм.рт.ст.	T, K	$1/T,10^3$	Lg P	$T,^0$ C	$P_{общ.}$, мм.рт.ст.	T, K	$1/T, 10^3$	Lg P
Первый опыт					Второй опыт				
81	118	354	2,825	2,072	30	25	303	3,300	1,397
96	309	369	2,710	2,490	60	58	333	3,003	1,763
108,2	462	381,2	2,623	2,665	80	109	353	2,833	2,037
124,5	544	397,5	2,516	2,736	94	247	367	2,725	2,393
152,9	628	425,9	2,348	2,798	134	276	407	2,457	2,441
170,5	647	443,5	2,255	2,811	179,5	315	452,5	2,210	2,498
191,1	677	464,1	2,155	2,831	206	350	479	2,088	2,5544
211,1	755	484,1	2,066	2,878	216	365	489	2,045	2,562
222,2	816	495,2	2,019	2,912	222,6	386	495,6	2,018	2,586
247,5	877	520,5	1,921	2,943	240	398	513	1,949	2,599
252	898	525	1,905	2,953	254	405	527	1,898	2,607
279	974	552	1,812	2,989	268	412	541	1,848	2,614
296,5	1052	569,5	1,756	3,022	280	435	553	1,808	2,638
308,9	1102	581,9	1,719	3,042	304	490	577	1,733	2,690

Для достижения равновесия в системе каждая заданная температура выдерживается в изотермических условиях до достижения постоянного значения давления паров в течение более 48 часов. Температура в мембранной камере измерена с точностью ± $0,1^0$C, а давление в системе - ± 0,2 мм. рт. ст. Равновесия в системе проверялось как при прямом (нагреве), так и при обратном ходе (охлаждение) кривой зависимости давления пара от температуры (барограммы).

Процесс парообразования дибазола начинается при комнатной температуре (рисунок 2) и в изученном температурном интервале имеет многоступенчатый характер. Первая ступень протекает в интервале 300 -395 К. Вторая ступень протекает при 460 – 520 К. Третья ступень протекает при ΔТ=525-585 К.

Рисунок 2. График зависимости давления парообразных продуктов термического разложения дибазола

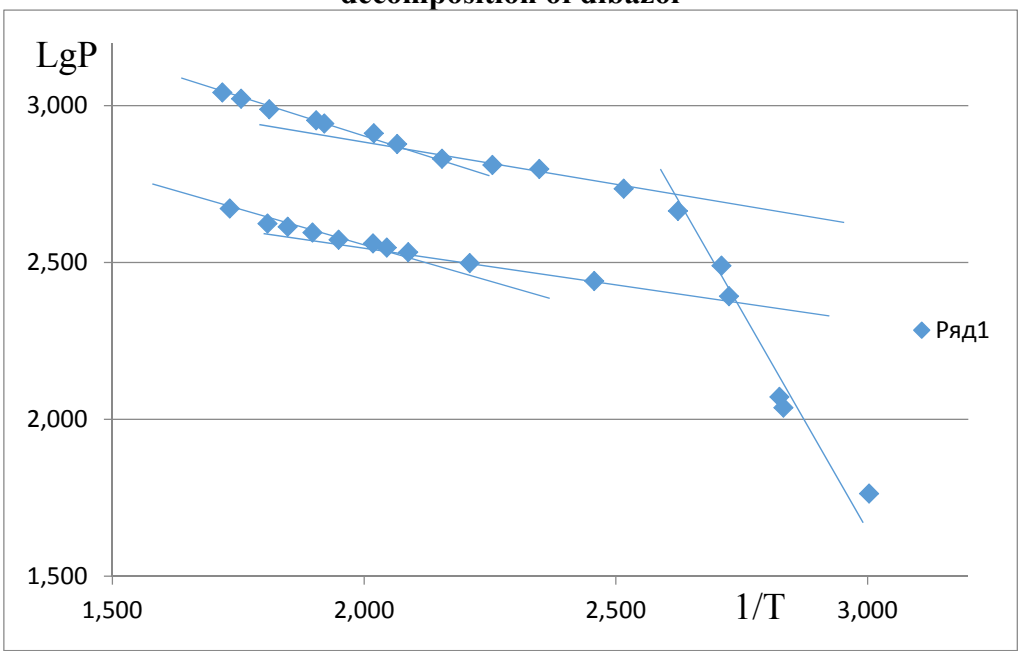
Figure 2. The graph of the pressure of vaporous products of thermal decomposition of dibazol



Экспериментальные данные, приведённые в виде Lg P от обратной температуры (1/T) (рисунок 3), позволили точно определить интервал температур протекания отдельных ступеней. Обработка экспериментальных данных проведена с помощью метода наименьших квадратов с использованием t-коэффициента Стьюдента [14].

Рисунок 3. Прямые зависимости Lg P=f (1/T) отдельных ступеней процесса термического разложения дибазола

Figure 3. Direct dependences of Lg P = f (1 / T) of individual stages of the process of thermal decomposition of dibazol



ЛИТЕРАТУРА

1. Иванский, В.И. Химия гетероциклических соединений / В.И. Иванский. -М.: Высшая школа, 1978. –202 с.

2. Синтез, идентификация и биологические свойства координационных соединений Fe (II) и Cu (II) с азолами / У.Р. Раджабов, М.М. Рахимова, И.Т. Саттори, Н.Р. Сатторов, З.Н. Юсупов // Естественные и технические науки. - 2011. -№3. -С.57-62.
3. Раджабов У.Р. Имидазольные и бензимидазольные комплексы железа / У.Р. Раджабов, М.М. Рахимова, З.Н Юсупов// Естественные и технические науки. - 2011. -№3. -С.63-70.
4. Раджабов У.Р. Координационные соединения железа с азолами как катализаторы процессов жидкофазного окисления серосодержащих соединений молекулярным кислородом / У.Р. Раджабов, М.М. Рахимова, З.Н. Юсупов // Естественные и технические науки. - 2011. -№3. -С.71-79.
5. Раджабов У.Р. Биологические свойства азольных координационных соединений Fe Cu и Zn / Р.Н. Рахимова, С.Г. Ёрмамадова, И.Х. Шарипов // Вест. ТНУ. –Душанбе: Сино, 2013. -№1/1(102). – С.95-101.
6. Ветеринарные препараты: справочник / Л.П. Маланин [и др.]; под ред. А.Д. Третьякова. -М.: Агропромиздат, 1988. -319 с.
7.Ершов Ю.А. Механизмы токсического действия неорганических соединений / Ю.А. Ершов, Т.В. Плетенева. -М.: Медицина, 1989. -267 с.
8. Жарский И.М. Физические методы исследования в неорганической химии / И.М. Жарский, Г.И. Новиков. -М.: Высш. шк., 1988. -271 с.
9. Получение, дегидратация и термодинамические характеристики тетрагидрата фторида и гидроксокарбоната никеля (II) / С.К. Насриддинов, А. Бадалов, Д. Шарипов, Х.А. Зоиров // Докл. АН РТ. – 2013. -Т.56. -№9. -С.702-705.
10. Насриддинов С.К. Термическая устойчивость и термодинамические характеристики тетрагидрата фторида кобальта (II) / С.К. Насриддинов, А. Бадалов, М.С. Исломова // Вестник СПбГУ, серия 4. Физика. Химия. – 2016. –Т.3(61). –вып.4. -С.435-442.
11. Насриддинов С.К. Закономерности изменения термодинамических характеристик фторидов и хлоридов 3d-элементов (II) / С.К. Насриддинов, А. Бадалов // Вестник СПбГУ, серия 4. Физика. Химия. – 2018. -т.5(63). - вып.1. -С.59-67.
12. Насриддинов, С.К. Получение и термодинамические характеристики тетрагидратов фторидов кобальта и никеля / С.К. Насриддинов, А.Б. Бадалов, М.С. Исломова // Вестник Таджикского национального университета. - 2014. -№2(22). -С.169-174.
13. Mathema-tical modeling of regularity of thermodynamic characteristics chages of 3d – metalls (II) bromides and iodides.- APPLIED SOLID STATE CHEMISTRY SCIENTIFIC-PRACTICE JOURNAL. Registered at the Federal Service on the Monitoring in the Sphere of Communication, Informational Technologies and Mass Communication. Published in association with the Russian Professors Assembly and Lobachevsky University / S.K. Nasriddinov, Kh.A. Zoirov, M.S. Islomova, A.B. Badalov. – 2018. -№4(5). -С.144-151.
14. Гордон А. Спутник химика / А. Гордон, Р. Форд. -М.: Мир, 1976. – 541 с.

ХОСИЯТҲОИ ФИЗИКӢ-ХИМИЯВӢ ВА УСТУВОРИИ ТЕРМИКИИ ГИДРОГЕНХЛОРИДИ БЕНЗИЛБЕНЗИМИДАЗОЛ

Бо истифода аз усулҳои физикӣ-химиявӣ устувории термикии гидрогенхлориди бензилбензимидазол (дибазол) таҳқиқ карда шудааст. Барои муайянкунии собитаи ионизатсияи дибазолтитронии маҳлули дибозол бо консентратсияи муқарраршудаи кислота ва ишқор гузаронида шуд. Собитаи аввали ионизатсия тавассути титронии маҳлули 0,1М кислотаи хлорӣ ($HClO_4$) ва дуюм бо маҳлули 0,1М гидроксиди натрий муайян карда шуд. Титронӣ дар ҳудуди ҳарорати 288 то 318К ва консетратсияи мувофиқи раванди комплексҳосилкунӣ дар системаи таҳқиққардашуда гузаронида шуд. Ячейкаи электролитӣ дар термостати обӣ мавҷуд буда, ҳарорати он то саҳеҳии $\pm 0{,}1^0$С нигоҳ дошта мешавад. Таҳқиқи реаксияи ионизатсияи дибазол дар ҳароратҳои 288, 298, 308, 318 К ва қуввахои ионии гуногун, ки бо иловакунии миқдори ҳисобкардашудаи перхлорати $NaClO_4$ ва кислотаи хлорӣ нигоҳ дошта шуд, ки дар ҳудуди pH аз 0,5 то 4,0 дар маҳлул ионии -дибазолий , (H_2L^+) дар ҳудуди pH аз 4,0 то 11,5 ва ҳудуди васеи pH молекулаи нейтралӣ, (HL) мавҷуд аст. Ҳангоми pH>10 кандашавии атоми пиролии гидроген бо ҳосилшавии аниони дибазолат (L-) ва ҳангоми иштирок намудани атоми нитрогени пиридинӣ ва пироли дар реаксияи комплексҳосилкунӣ дибазол ҳамчуни лиганди амбидентӣ рафтор мекунад.

Раванди тағзияи термикии дибазол бо усули тензиметрӣ ва манометри мембрании сифрӣ таҳқиқ карда шудааст. Нишон дода шуд, ки раванди буғҳосилшавии дибазол дар ҳарорати хона оғоз шуда, дар ҳудуди ҳарорати омӯхташуда характери бисёрзинагӣ дорад. Маълумотҳои экспериментали, ки дар намуди LgP аз ҳарорати баргарданда оварда шудаанд, имконият доданд, ки ҳудуди ҳарорати зинаҳои алоҳида саҳеҳ муайян карда шавад.

Калидвожаҳо: гидрогенхлориди бензилбензимидазол, тағзияи термикӣ, комплексҳосилкунӣ, молекулаи нейтралӣ, собитаи ионизатсия, диаграммаи тақсимшавӣ, титронӣ, лиганди амбидентатӣ.

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И ТЕРМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ГИДРОГЕНХЛОРИД БЕНЗИЛБЕНЗИМИДАЗОЛА

С использованием физико-химических методов исследована термическая устойчивость гидрогенхлорид бензилбензимидазола (дибазола). Для определения константы ионизации дибазола проведено титрование раствора дибазола установленной концентрации кислотой и щелочью. Первая константа ионизации определена титрованием 0,1М раствором хлорной кислоты ($HClO_4$), а вторая 0,1М раствором гидроксида натрия. Титрование проведено в

интервале температур от 288 до 318 К и концентрациях, соответствующих процессу комплексообразования в исследованной системе. Электролитическая ячейка находится в водяном термостате, где температура поддерживается с точностью до $\pm 0{,}1^0$C. Исследование реакции ионизации дибазола проведено при температурах 288, 298, 308, 318 К и различных ионных силах, которые поддерживались добавлением рассчитанных количеств перхлората натрия $NaClO_4$ или хлорной кислоты, что в области pH от 0,5 до 4,0 в растворе существует дибазолий – ион, (H_2L^+) в интервале pH от 4,0 до 11,5, в широкой области pH доминирует нейтральная молекула дибазола, (HL). При pH>10 происходит отщепление пиррольного атома водорода с образованием аниона дибазолата (L-), когда пиридиновый и пиррольный атомы азота свободно участвуют в реакциях комплексообразования и дибазол проявляет себя как амбидетный лиганд.

Процесс термического разложения дибазола исследован методом тензиметрии с мембранным нуль–манометром. Процесс парообразования дибазола начинается при комнатной температуре и в изученном температурном интервале имеет многоступенчатый характер. Экспериментальные данные, приведённые в виде Lg P от обратной температуры, позволили точно определить интервал температур протекания отдельных ступеней.

Ключевые слова: гидрогенхлорид бензилбензимидазол, термическое разложение, комплексообразование, нейтральная молекула, константа ионизация, диаграмма распределения, титрование, амбидетный лиганд.

PHYSICAL AND CHEMICAL PROPERTIES AND THERMAL STABILITY OF HYDROGEN CHLORIDE BENZYLBENZIMIDAZOLE

Using physical and chemical methods, the thermal stability of benzylbenzimidazole (dibazole) hydrogen chloride has been investigated. To determine the ionization constant of Dibazol, the solution of Dibazol was titrated with an established concentration of acid and alkali. The first ionization constant was determined by titration with a 0.1 M solution of perchloric acid (HClO4), and the second with a 0.1 M solution of sodium hydroxide. Titration was carried out in the temperature range from 288 to 318 K and concentrations corresponding to the complex formation process in the studied system. The electrolytic cell is located in a water thermostat, where the temperature is maintained with an accuracy of ± 0.10C. The study of the ionization reaction of dibazole was carried out at temperatures of 288, 298, 308, 318 K and various ionic forces, which were maintained by adding calculated amounts of sodium perchlorate NaClO4 or perchloric acid that in the pH range from 0.5 to 4.0 in solution there is dibazolium - ion, (H2L +) in the pH range from 4.0 to 11.5, in a wide pH range the neutral dibazole molecule, (HL) dominates. At pH> 10, the pyrrole hydrogen atom is cleaved to form the dibazolate anion (L-), when the pyridine and pyrrole nitrogen atoms freely participate in the complexation reactions and dibazol manifests itself as ambidine ligand.

The process of thermal decomposition of dibazol is investigated by the method of tensimetry with a membrane zero-gauge. The process of vaporization of dibazol begins at room temperature and has a multi-step character in the temperature range studied. Experimental data presented in the form of Lg P from the inverse temperature allowed us to accurately determine the temperature range of the flow of individual stages.

Key words: benzylbenzimidazole hydrogen chloride, thermal decomposition, complexation, neutral molecule, ionization constant, distribution diagram, titration, ambient ligand.

Сведения об авторах: ***Ёрмамадова Саврибегим Гулмамадовна*** - Таджикский национальный университет кандидат химических наук, доцент кафедры прикладной химии. **Адрес**: 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки 17. Телефон: **(+992-37) 93-503-76-59**. E-mail: **ermamadova2015@mail.ru**

Раджабов Умарали Раджабович - Таджикский государственный медицинский университет имени Абуали ибн Сино, профессор, заведующий кафедры фармацевтической и токсикологической химии. **Адрес:** 734017, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки 139. Телефон: **907-46-48-29**. E-mail: **umarali55@mail.ru**

Бадалов Абдулхайр - Таджикский технический университет имени М.С. Осими, доктор химических наук, профессор кафедры неорганическая и органическая химия. **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г Душанбе, улица академиков Раджабовых 10. Телефон: **(+992) 93-57-12-12-29**. E-mail: **badalovG@maii.ru**

Зоиров Хусайн Абдурахмонович - Таджикский технический университет имени М.С. Осими, кандидат химических наук, доцент кафедры неорганическая и органическая химия. **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г Душанбе, улица академиков Раджабовых 10. Телефон: **(+992) 939-02-70-70.** E-mail: **hucain@maii.ru**

Information about the authors: ***Yormamadova Savribegim Gulmamadovna*** - Tajik National University, Candidate of Chemical Sciences, associate professor of the Department of Applied Chemistry. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue 17. Phone: **(+992 37) 93-503-76-59**. E-mail: **ermamadova2015@mail.ru**

Rajabov Umarali Rajabovich - Tajik State Medical University named after Abuali ibn Sino, professor, head of the department of pharmaceutical and toxicological chemistry. **Address:** 734017, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue 139. Phone: **(+992) 907-46-48-29**. E-mail: **umarali55@mail.ru**

Badalov Abdulkhair - Tajik Technical University named after M.S. Osimi, Doctor of Chemistry, Professor of the Department of Inorganic and Organic Chemistry. **Address:** 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Academician Radjabov Street 10. Phone: **(+992) 93-57-12-12-29**. E-mail: **badalovG@maii.ru**

Zoirov Khusain Abdurahmonovich - Tajik Technical University named after M.S. Osimi, Candidate of Chemical Sciences, Associate Professor of the Department of Inorganic and Organic Chemistry. **Address:** 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Academician Radjabov Street 10. Phone: **(+992) 939-02-70-70**. E-mail: **hucain@maii.ru**

УДК 541.49.538.214

БРОМДЕМЕРКУРИРОВАНИЕ МЕРКУРСОЛВОАДДУКТОВ 1-МЕТИЛ-2-(2-НИТРОФЕНИЛ)ЦИКЛОПРОПАНОВ

Гулов Т.Ё., Бандаев С.Г., Федотов А.Н., Мочалов С.С.
Таджикский государственный педагогический университет им. С. Айни,
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

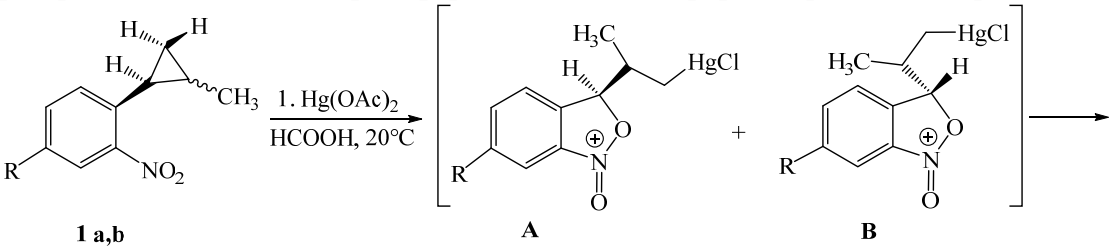
Известно, что меркурсольвоаддукты, образующиеся в результате реакции *орто*-нитрофенилциклопропанов с ацетатом ртути (II) в муравьиной кислоте [1-3] с успехом используется в синтезе труднодоступных полифункционализированных гетероциклических соединений. Далее было показано, что в условиях [$Hg(OAc)_2$, HCOOH, 20^0C] использовавшихся для сольвомеркурирования дезактивированных к электрофильным реакциям арилциклопропанов [4,5], 1-метил-2-(2-нитрофенил)циклопропаны (**1a,b**) также превращаются в продукты сопряженного присоединения. При этом реакция с ацетатом ртути осуществляется региоселективно с образованием 1-(2-нитрофенил)-1-формилокси-2-метил-3-хлормеркурпропанов) и 1-(4-бром-2-нитрофенил)-1-формилокси-2-метил-3-хлормеркурпропанов, в каждом случае в виде смеси *трео*- и *эритро*- изомеров (*трео*-**2a,b** и *эритро*-**2a,b)** примерно в равных количествах. По существу, сопряженное присоединение к трехчленному циклу соединений осуществляется по правилу Марковникова.

Также известно, что полученные из *орто*-нитрофенилциклопропанов 1-формилокси-(2-нитрофенил)-3-хлормеркурпропаны с бромом в метаноле и в присутствии солевых добавок наряду с заменой ртутьсодержащего фрагмента на бром претерпевает частичную трансформацию сложноэфирной группы в спиртовую. В обоих случаях получаются соединения, синтез которых альтернативными путями представляется весьма проблематичным.

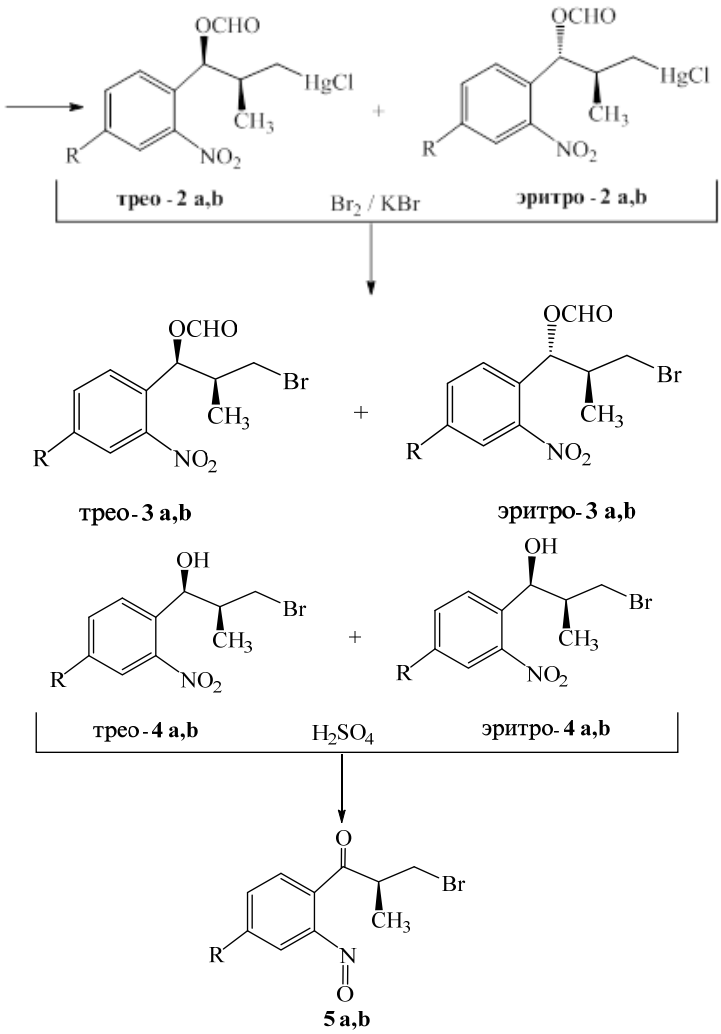
Особенно важным оказалось то, что с помощью соединений, образовашихся при галогендемеркурировании соответствующих орто-нитрофенилсодержащих хлормеркурпропанолов, могут быть получены новые орто-нитрозоацилбензолы. которые, как было установлено /218/, невозможно синтезировать непосредственно из 2-нитрофенилциклопропанов.

Например [6], 1-бром или 1-хлор-2-(о-нитрофенил)циклопропаны не перегруппировываются в соответствующие β-галоген-2-нитрозопропио феноны под действием концентрированной серной кислоты даже при 30 ^{0}C.

В связи с этим представлялось интересным изучить поведение меркурсольвоаддуктов, полученных из 1-метил-2-(2-нитрофенил)цикло-пропана (**1a**) и 1-метил-2-(4-бром-2-нитрофенил)циклопропана (**1b**) в условиях реакции галогендемеркурирования. Так, было показано, что полученные меркурсольвоаддукты **(2a,b)** из 1-метил-2-(2-нитрофенил)цикло-пропана (1**a**) и 1-метил-2-(4-бром-2-нитрофенил)циклопропана **(1b)** с бромом в метаноле и в присутствии солевых добавок наряду с заменой ртутьсодержащего фрагмента на бром (**3a,b)** также претерпевают частичную трансформацию сложноэфирной группы в спиртовую **(4a,b).**



1 a,b **A** **B**



R=H(1a, 2a, 3a, 4a), Br (1b, 2b, 3b, 4b)

Отнесение соответствующих соединений **(2-4)** к *эритро*- или *трео*-ряду осуществляли на основании величин химических сдвигов протонов метильных и хлормеркурметильных групп, связанных с асимметрическими атомами углерода, руководствуясь выводами работы [7] о том, что химические сдвиги протонов указанных групп в спектрах ЯМР ^{1}H находятся для *трео*-изомеров в более слабом поле по сравнению с химическими сдвигами *эритро*-изомеров (см. экспериментальную часть).

Разрабатывая стратегию синтеза новых органических соединений на основе указанных аддуктов, мы нашли, что соединения, образующиеся в процессе галогендемеркурирования последних, являются интересными синтонами. Вообще говоря, проблема синтеза орто-нитрозоацилбензолов, весьма важных полупродуктов для тонкого органического синтеза, связана , по-существу, с проблемой создания двух электроноакцепторных группировок в соседних положениях бензольного кольца. Определенные перспективы в этом плане открывают внутримолекулярные реакции орто-замещенных нитробензолов, способных в процессе превращения генерировать карбениевые ионы бензильного типа.

Мы предположили, что 3-бром-2-метил-1-(-2-нитрофенил) пропанол (**4a**), 3-бром-2-метил-1-(4-бром-2-нитрофенил) пропанол (**4b**) и их сложные эфиры (формиаты) (**3a,b**) легко и с высоким выходом, образующиеся при галогендемеркурировании соответствующих меркурсольвоаддуктов (**2a,b**), могут быть использованы в синтезе указанных *β*-галогеннитрозо пропиофенонов.

Действительно, нам удалось показать, что под действием 96%-ой серной кислоты в интервале температуре 0-10°C из 1-(2- нитрофенил)-(**4a**) и 3-бром-2-метил-1-(4-бром-2-нитрофенил-3-бромпропанолов-(**4b**), или их сложных эфиров(**3a,b**) образуются сернокислотные растворы соответствующих циклических ионов, которые при последующей обработке ледяной

водой превращаются в *β*-бромзамещенные 2-нитрозопропиофеноны (**5a,b**), выходы составляют 54 и *33%,* соответственно).

Мы предположили, что причиной сравнительно низкого выхода нитрозокетонов (**5a,b**) в 96%-ой серной кислоте является как относительно высокая температура реакции (0+10^{в}C), так и наличие следов воды.

С тем чтобы практически исключить возможность участия воды в процессе формирования циклических ионов из галогенидов (3**a,b**-4**a,b)** реакцию провели в олеуме (*d,* 1,86).

Таблица 1. Условия изомеризации галогенпроизводных (3**a,b**-4**a,b) в нитрозокетоны** (5**a,b)**
Table 1. Conditions for the isomerization of halogen derivatives (3a, b-4a, b) into nitrosoketones (5a, b)

Исход. соед.№	Условия реакции		Нитрозокетон		
	T^{0}C	Реагент	R	№	Выход %
3a	-15-20	конц.H_2SO_4	H	5a	**54**
4a	-15-20	конц.H_2SO_4	H	5a	57
3a	-5-10	олеум	H	5a	82
4a	-5-10	олеум	H	5a	88
3b	-15-20	конц.H_2SO_4	Br	5b	**33**
4b	-15-20	конц.H_2SO_4	Br	5b	44
3b	-5-20	олеум	Br	5b	75
4b	-5-20	олеум	Br	5b	68

Оказалось, что при использовании олеума нитрозокетоны (**5a,b**) образуются с более высокими выходами, чем при использовании концентрированной серной кислоты (см, табл,1). При этом так же, как и в случаях превращения хлормеркурсольвоаддуктов в соответствующие β-мер курированные о-нитрозоацилбензолы [4], нам удалось подтвердить, что перегруппировка формилгидроксипропана (3**a,b**) или соответствующих карбинолов (4**a,b)**, в условиях сернокислотной изомеризации о-нитрофенилциклопропанов, на 1-(2-ниарофенил)-3-бром-1-о-нитрозопропио феноны (5**a,b)** общей формулы R-C_6H_3(NO)-CO-CH_2-CH_2Br,осуществляется через стадию образования циклических ионов N-оксобензизоксазолиния которые, как следует из эксперимента, более устойчивы в олеуме, чем в 96%~ой серной кислоте

Строение всех полученных β-галогенированных нитрозосоединений (**5a,b)** подтверждалось данными физико-химических методов исследования а также химическими превращениями.

Таким образом, то, что не удается осуществлять прямыми реакциями о-нитрофенилциклопропанов с серной кислотой, легко реализуется цостадийным путем - получением ртутьорганических аддуктов о-нитрофенилциклопропанов и перегруппировкой их в соответствующие нитрозоацилбензолы. Найденные реакции значительно расширяют возможности синтеза ароматических нитрозосоединений, получение которых иными путями весьма затруднительно.

Экспериментальная часть. Спектры ЯМР ^{1}H и ^{13}C регистрировали на спектрометре “Varian VXR-400” (400.13 и 100.61 МГц, соответственно) в DMSO–d_6 (для нейтральных соединений и в FSO_3H (для растворов циклических ионов) внешние стандарты – ТМС, $CDCl_3$. ИК-спектры записывали на спектрометре UR-20 в вазелиновом масле. Для хроматографирования использовали водную кремневую кислоту, элюент – CCl_4. Чистоту продуктов реакции контролировали методом ТСХ на пластинках Silufol, элюенты – $CHCl_3$ или CCl_4. Элементный анализ выполняли на рентгенофлуоресцентном спектрометре VRA-30 (Carl Zeiss, Германия). Температуры плавления измеряли в открытом капилляре на приборе SMP-10. Образцы к съемке спектров ЯМР ^{1}H и ^{13}C готовили следующим образом: к 2 мл FSO_3H, охлажденной до -15^{0}C при перемешивании добавляли 12ммоль меркурсольвоаддукты (3a,b или 4a,b), повышали температуру до 20^{0}C (~ 20 мин) и, отобрав пробу в ампулу (если необходимо отфильтровывая ртутьсодержащие осадки), записывали спектры ЯМР ^{1}H и ^{13}C.

1-Метил-2-(2-нитрофенил)циклопропан [1a, смесь *цис*- и *транс*-стереомеров; т. кип. 128-129^{0}C (10 мм. рт ст), n^{20}_D= 1.5476] получали как описано в [8]; 1-метил-2-(4-бром-2-нитрофенил)циклопропан [1b, смесь *цис*- и *транс*-стереомеров; т. кип. 151-152^{0}C (6 мм. рт ст), n^{20}_D= 1.5778] получали как описано в [9].

Сольвомеркурирование нитрофенилциклопропанов 1a,b (общая методика). К взвеси 3.8 г (0.012 моль) ацетата ртути (II) в 100 мл муравьиной кислоты порциями добавляли 0.01 моль нитрофенилциклопропана **1a** или **1b**, перемешивали реакционную смесь 2 ч при 20^{0}C, выливали в 600 мл насыщен ного раствора NaCl, продукты реакции экстрагировали $CHCl_3$ (3 х 100 мл), сушили экстракты $MgSO_4$ и, отогнав растворитель, остаток хромато графировали на колонке с водной кремневой кислотой (элюент – CCl_4).

Из 1-метил-2-(2-нитрофенил)циклопропана (1a) получали: *эритро*-2-Метил-1-(2-нитрофенил)-3-хлормеркурпропилформиат (2a). Выход 33%, т.пл. 127^{0}C (CCl_4). Спектр ЯМР ^{1}H, δ, м.д.: 1.08 д (3H, CH_3, *J* 6.6 Гц), 1.74-1.86 м (2H, CH_2HgCl), 2.75-2.80 м (1H, CH-CH_3), 6.30 д (1H, CH-OCHO), 7.50 д (1H$_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.54 т (1H$_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.69 т (1H$_{аром.}$, J_o 8.1 Гц), 7.90 с (1H, OCH=O), 8.01 д (1H$_{аром.}$, J_o 8.1 Гц). ИК-спектр, ν, см-1: 1735 (C=O), 1225 (C-O-C). Найдено, %: C 28.65, 28.71; H 2.70, 2.77; Hg 42.99, 43.14. $C_{11}H_{12}ClHgNO_4$. Вычислено, % : C 28.83; H 2.64; Hg 43.77.

трео-2-Метил-1-(2-нитрофенил)-3-хлормеркурпропилформиат (2a). Выход 31%, вязкое маслообразное вещество. Спектр ЯМР ^{1}H, δ, м.д.: 1.16 д (3H, CH_3, *J* 6.6 Гц), 1.98-2.10 м (2H, CH_2HgCl), 2.75-2.80 м (1H, CH-CH_3), 6.28 д (1H, CH-OCHO), 7.51 д (1H$_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.55 т (1H$_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.65 т (1H$_{аром.}$, J_o 8.2 Гц), 8.02 д (1H$_{аром.}$, J_o 8.2 Гц). 8.12 с (1H, OCH=O). ИК-спектр, ν, см-1: 1745 (C=O), 1235 (C-O-C). Найдено, %: C 28.45, 28.61; H 2.69, 2.78; Hg 43.16, 43.91. $C_{11}H_{12}ClHgNO_4$. Вычислено, % : C 28.83; H 2.64; Hg 43.77.

Из 1-метил-2-(4-бром-2-нитрофенил)циклопропана (1b) получали: *эритро*-2-Метил-1-(4-бром-2-нитрофенил)-3-хлормеркурпропил формиат (2b). Выход 31%, т.пл. 154^{0}C (CCl_4). Спектр ЯМР ^{1}H, δ, м.д.: 1.28 д (3H, CH_3, *J* 6.4 Гц), 1.80-1.92 м (2H, CH_2HgCl), 2.76-2.80 м (1H, CH-CH_3), 6.32 д (1H, CH-OCHO), 7.70 д (1H$_{аром.}$, J_o 7.8 Гц), 7.95 с (1H, OCH=O), 8.12 д.д (1H$_{аром.}$, J_o 7.8, $J_м$ 1.2 Гц), 8.18 д (1H$_{аром.}$, $J_м$ 1.2 Гц). ИК-спектр, ν, см-1: 1720 (C=O), 1225 (C-O-C). Найдено, %: C 24.41, 24.58; H 1.99, 2.10; Hg 37.51, 37.88. $C_{11}H_{11}BrClHgNO_4$. Вычислено, % : C 24.59; H 2.06; Hg 37.34.

трео-2-Метил-1-(4-бром-2-нитрофенил)-3-хлормеркурпропилформиат (2b). Выход 29%, вязкое маслообразное вещество. Спектр ЯМР ^{1}H, δ, м.д.: 1.35 д (3H, CH_3, *J* 6.4 Гц), 2.15-2.25 м (2H, CH_2HgCl), 2.70-2.79 м (1H, CH-CH_3), 6.28 д (1H, CH-OCHO), 7.72 д (1H$_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 8.02 д.д (1H$_{аром.}$, J_o 7.6, $J_м$ 1.2 Гц), 8.15 с (1H, OCH=O), 8.21 д (1H$_{аром.}$, $J_м$ 1.2 Гц). ИК-спектр, ν, см-1: 1725 (C=O), 1220 (C-O-C). Найдено, %: C 24.32, 24.46; H 1.89, 1.97; Hg 37.47, 37.75. $C_{11}H_{11}BrClHgNO_4$. Вычислено, %: C 24.59; H 2.06; Hg 37.34.

Бромдемеркурирование бромом в метаноле и в присутствии бромистого калия (общая методика). К охлажденному (ледяной водой) раствору 0.01 моль ртутноорганического соединения в 200 мл метанола добавляли смесь из 10 г KBr и 0.04 моль брома в 80 мл метанола. Реакционную массу перемешивали 4 ч и выливали в 100 мл насыщенного раствора $Na_2S_2O_3$, продукты экстрагировали четыреххлористым углеродом, экстракт промывали водой, сушили $MgSO_4$ и, упарив растворитель, остаток хроматографировали на колонке о Al_2O_3 (элюент - CCl_4). Ниже приводятся физико-химические характеристики и данные элементного анализа полученных бромидов.

Из *эритро-2-метил-1-(2-нитрофенил)-3-хлормеркурпропилформиат* (2a) получали: *эритро-3-бром-2-метил-1-(-2-нитрофенил)пропилформиат (3a),* Выход 35%, масло, *Rf* 0.45.. Спектр ЯМР ^{1}H, δ, м.д.: 1.37 д (3H, CH_3, *J* 6.6 Гц), 3.67-3.95 м (2H, CH_2Br), 2.95- 3.95 м (1H, CH-CH_3), 6.51 д (1H, CH-OCHO), 7.52 д (1H$_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.56 т (1H$_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.65 т (1H$_{аром.}$, J_o 8.1 Гц), 7.95 с (1H, OCH=O), 8.10 д (1H$_{аром.}$, J_o 8.1 Гц). ИК-спектр, ν, см-1: 1735 (C=O), 1225 (C-O-C). Найдено, %: C 43.56, 43.44; H 3.90, 3.87; Br 26.42, 26.43 $C_{11}H_{12}BrNO_4$. Вычислено, %: C 43.70; H 3.97; Br 26.49.

Наряду с основным продуктом реакции выделяли 28% *эритро-3-бром-2-метил-1-(2-нитрофенил)-1-пропанола (4a),* масло, *Rf* 0.33. Спектр ПМР (δ, м.д.): 1.34 д (3H, CH_3, *J* 6.6 Гц**),**

3.68-3.95 м (2H, CH_2Br), 3.15- 3.25 м (1H, CH-CH_3), 6. 82 д (1H, CH-OCHO), 7.33 д ($1H_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.55 т ($1H_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.64 т ($1H_{аром.}$, J_o 8.1 Гц), 2.95 с (1H, OH), 8.15 д ($1H_{аром.}$, J_o 8.1 Гц). ИК-спектр, ν, см-1: 3285 (OH). Найдено, %: C 43.65, 43.71; H 4.40, 4.37; Br 29.30, 29.45. $C_{10}H_{12}BrNO_3$. Вычислено, %: C 43.79; H 4.38; Br 29.19.

Из *трео*-2-метил-1-(2-нитрофенил)-3-хлормеркурпропилформиата (2a) получали: *трео-3-бром-2-метил-1-(-2-нитрофенил)пропилформиат (3a).* Выход 42%, масло, *Rf* 0.43. Спектр ЯМР ^{1}H, δ, м.д.: Спектр ЯМР ^{1}H, δ, м.д.: 1.45 д (3H, CH_3, *J* 6.6 Гц), 3.85-4.05 м (2H, CH_2 Br), 2.75-2.90 м (1H, CH-CH_3), 6.48 д (1H, CH-OCHO), 7.51 д ($1H_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.56 т ($1H_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.64 т ($1H_{аром.}$, J_o 8.2 Гц), 8.12 д ($1H_{аром.}$, J_o 8.2 Гц). 8.20 с (1H, OCH=O). ИК-спектр, ν, см-1: 1745 (C=O), 1235 (C-O-C). Найдено, %: C 43.45, 43.61; H 3.69, 3.78; Br 26.46, 26.51. $C_{11}H_{12}$ $BrNO_4$. Вычислено, %: C 43.70; H 3.97; Br 26.49

Наряду с основным продуктом реакции выделяли 28% *3-бром-2-метил-1-(2-нитрофенил)-1-пропанола (4a),* масло, *Rf* 0.30. Спектр ПМР (δ, м.д.): 1.64 д (3H, CH_3, *J* 6.6 Гц**),** 3.85-4.0 м (2H, CH_2Br), 2.85- 3.05 м (1H, CH-CH_3), 6. 82 д (1H, CH-OCHO), 7.33 д ($1H_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.55 т ($1H_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.64 т ($1H_{аром.}$, J_o 8.1 Гц), 2.25 с (1H, OH), 8.15 д ($1H_{аром.}$, J_o 8.1 Гц). ИК-спектр, ν, см-1: 3280(OH). Найдено, %: C 43.65, 43.76; H 4.40, 4.57; Br 29.39, 29.24. $C_{10}H_{12}BrNO_3$. Вычислено, %: C 43.79; H 4.38; Br 29.19.

Из эритро-2-метил-1-(4-бром-2-нитрофенил)-3-хлормеркурпропилформи ат (2b*)* получали: эритро-3-Бром-2-метил-1-(4-бром-2-нитрофенил)пропил формиат (3b). Выход 46%, масло, *Rf* 0.45.. Спектр ЯМР ^{1}H, δ, м.д**.:** 1.42 д (3H, CH_3, *J* 6.6 Гц), 3.75-3.95 м (2H, CH_2Br), 2.86- 3.05 м (1H, CH-CH_3), 6.47 д (1H, CH-OCHO), 7.50 д ($1H_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.52 т ($1H_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.63 т ($1H_{аром.}$, J_o 8.1 Гц), 8.20 с (1H, OCH=O), 8.10 д ($1H_{аром.}$, J_o 8.1 Гц). ИК-спектр, ν, см-11740 (C=O), 1235 (C-O-C). Найдено, %: C 34.65, 34.71; H 2.70, 2.77; Br 42.19, 42.04. $C_{11}H_{11}Br_2NO_4$. Вычислено, %: C 34.64; H 2.88; Br 41.99.

Наряду с основным продуктом реакции выделяли 32% *эритро- 3-бром-2-метил-1-(4-бром-2-нитрофенил)-1-пропанола (4b),* масло, *Rf* 0.30. Спектр ПМР (δ, м.д.): 1.40 д (3H, CH_3, *J* 6.6 Гц), 3.70-3.90 м (2H, CH_2Br), 2.86-3.05 м (1H, CH-CH_3), 6. 47 д (1H, CH-OCHO), 8.25 д ($1H_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.55 т ($1H_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.64 т ($1H_{аром.}$, J_o 8.1 Гц), 2.95 с (1H, OH), 8.15 д ($1H_{аром.}$, J_o 8.1 Гц). ИК-спектр, ν, см-1: 3285 (OH). Найдено, %: C 33.65, 33.71; H 3.22, 3.33; Br 45.49, 45.54. $C_{10}H_{11}Br_2NO_3$. Вычислено, %: C 33.99; H 3.12; Br 45.32.

Из *трео*-2-метил-1-(4-бром-2-нитрофенил)-3-хлормеркурпропил формиат получали: *трео-3-бром-2-метил-1-(4-бром-2-нитрофенил)пропил формиат (**3b**),* Выход 46%, масло, *Rf* 0.45.. Спектр ЯМР ^{1}H, δ, м.д.: 1.62 д (3H, CH_3, *J* 6.6 Гц), 3.82-4.05 м (2H, CH_2Br), 2.95- 3.15 м (1H, CH-CH_3), 6.30 д (1H, CH-OCHO), 7.50 д ($1H_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.52 т ($1H_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.63 т ($1H_{аром.}$, J_o 8.1 Гц), 8.35 с (1H, OCH=O), 8.10 д ($1H_{аром.}$, J_o 8.1 Гц). ИК-спектр, ν, см-11740 (C=O), 1235 (C-O-C). Найдено, %: C 34.66, 34.82; H 2.79, 2.88; Br 42.09, 43.14. $C_{11}H_{11}Br_2NO_4$. Вычислено, %: C34.64; H 2.88; Br 41.99.

Наряду с основным продуктом реакции выделяли 32% *трео-3-бром-2-метил-1-(4-бром-2-нитрофенил)-1-пропанола* (4b*),* масло, *Rf* 0.30. Спектр ПМР (δ, м.д.): 1.60 д (3H, CH_3, *J* 6.6 Гц), 3.80-4.05 м (2H, CH_2Br),3.00-3.15 м (1H, CH-CH_3), 6. 10 д (1H, CH-OCHO), 8.25 д ($1H_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.55 т ($1H_{аром.}$, J_o 7.6 Гц), 7.64 т ($1H_{аром.}$, J_o 8.1 Гц), 2.65 с (1H, OH), 8.15 д ($1H_{аром.}$, J_o 8.1 Гц). ИК-спектр, ν, см-1: 3285 (OH). Найдено, %: C 33.65, 33.61; H 2.95, 3.02; Br 45.44, 45.24. $C_{10}H_{11}Br_2NO_3$. Вычислено, %: C 33.99; H 3.12; Br 45.32.

Изомеризация арилнитроспиртов и их эфиров под действием олеума.

Стандартная методика. 3-Бром-2-метил-1-(2-нитрозофенил)пропан-1-она (5a). К 15 мл олеума (d 1.86), охлажденного до -0°C, постепенно добавляли 3.04г (10 ммоль) соединения (3a), повышали температуру реакционной смеси до 10°C и перемешивали 1 ч. При энергичном размешивании реакционную массу выливали в смесь 150 мл воды и 75 г льда. Выпавший осадок отделяли, промывали холодной водой до нейтральной реакции холодным спиртом и эфиром. Получали 1.74 г (68%) 3-бром-2-метил-1-(2-нитрозофенил)пропан-1она (5a), т.пл. 128°C (из спирта). ИК-спектр (ν***,см$^{-1}$)*** 1700(C=0). ;УФ -спектр (λ,нм): 560 (N=0). Найдено ***%:*** C 46.69, H 3,77. $C_{10}H_{10}BrN0_2$. Вычислено ***%:***C 46.87, H 3.91. Аналогичным образом из 2.74 г 3-

бром-2-метил-1-(2-нитрофенил)-1-пропанола (4a), получали 1.84 г (72%) нитрозосоединения (5a).

3-Бром-2-метил-1-(4-бром-2-нитрозофенил)пропан-1-она(5b) получали, как описано выше, из 3.53 г 3-Бром-2-метил-1-(4-бром-2-нитрофенил)пропилформиат (3b). Выход 2.75 г (82%), т.пл. 149°0 (из спирта). ИК-спектр (ν,***см***$^{-1}$***)*** 1695 (C=O). УФ - спектр (λ, нм): 560 (N=0). Найдено ***%:*** C 35.64, H 2,57. $C_9H_7Br_2N0_2$. Вычислено ***%*** C 35.82, H .2,69.

Аналогичным образом из 3,4 г 3-бром-2-метил-1-(4-бром-2-нитрофенил)-1-пропанола (4b) получали 2.11 г (63%) нитрозосоединения (5b).

ЛИТЕРАТУРА

1. Замещение 2-нитрофенилциклопропаны в реакции сопряженного меркурирования /[С.Г. Бандаев, Ю.Х. Эшназаров, С.С. Мочалов и др.] //Металлург. химия (МОХ). – 1992. -т.5. -№3. -С.698-705.
2. Мочалов С.С., Бандаев С.Г., Эшназаров Ю.Х., Шабаров Ю.С., Зефиров Н.С. Пат. РФ № 2003654; Б. изобр.№ 43-44, 1993.
3. Синтез и кислотно-катализируемые превращения меркурсольвоаддуктов 2-нитробензилциклопропана, первые стабильные металлированные ионы 3, 4-дигидро-n-оксо-2,1-бензоксазиния /[А.Н. Федотов, Е.В. Трофимова, Т.Ё. Гулов и др.] // Журнал Органической Химии. –Спб: Наука, 2013. -том 49. -№10. -С.1554-1562.
4. Бандаев С.Г. Взаимодействие углеводородов ряда фенилциклопропана / С.Г. Бандаев, Ю.С. Шабаров, Л.Д. Сыкчкова //Ж.орг.хим. – 1975. -Т.11. -№6. -С.1218-1222.
5. О новых реакциях ртутьсодержащих аддуктов арилциклопропанов / [С.Г. Бандаев, Ю.Х. Эшназаров, И.М. Насыров и др.] // Журнал «Металлоорганическая химия». – 1989. –том 2. -№6. -С.1323-1327.
6. О поведении1,1-дигалоген-2-фенилциклопропанов в условиях меркурирования / С.Г. Бандаев, С.С. Мочалов, Ю.С. Шабаров [и др.] //Металлург. химия (МОХ). – 1989. -5(3). –С.604-610.
7. Стереохимия раскрытия циклопропанового кольца солями ртути в транс-1,2-диарициклопропанах /[С.Г. Бандаев, Л.Д. Сычкова, А. Ханчман [и др.] // Ж. Орг. Х. - 1982. -18. -№2. -С.296-302.
8. Бандаев С.Г. Стереохимия расщепления циклопропанового кольца в фенил-замещенных циклопропановых углеводородах / С.Г. Бандаев, Ю.С. Шабаров, Л.Д. Сычикова // Вест.Моск.ун-та.Сер.хим. - 1976. -№6. -С.726-728.
9. Циклические ионы из 1-(2-нитрофенил)-2-метилцикло-пропанов и их изомерные превращения во фторсульфоновой кислоте / С.С. Мочалов, Т.Г. Кутателадзе, А.Н. Федотов [и др.] // Журнал органической химии. –СПб: Наука, 1396. –том 25. -№7. -1402 с.

БРОМДЕМЕРКУРИРОНИДАНИ МЕРКУРСОЛВОАДДУКТҲОИ 1-МЕТИЛ-2-(2-НИТРОФЕНИЛ)СИКЛОПРОПАНҲО

Нишон дода шудааст, ки меркураддуктҳои (**2a,b**) аз 1-метил-2-(2-нитрофенил)сиклопропан (1**a**) ва 1-метил-2-(4-бром-2-нитрофенил)-сиклопропан **(1b)** ҳосил шуда, дар метанол бо бром ва намакҳо, ба ғайр аз ивазшавии фрагментҳои симоб бо бром ва ҳосилшавии эритро ва трео-3-бром-2-метил-1-(-2-нитрофенил)пропилформиат (**3a,b),** инчунин гурӯҳи эфири мураккаб қисман трансформатсия шуда, ҳосилшавии спирт ба амал меояд **(4a,b).**. Нишон дода шудааст, ки аз таъсири кислотаи консентронидаи сулфат дар ҳарорати 0-10^0 С 1-(2-нитрофенил) пропилформиат (**4a**), 3-бром-2-метил-1-(4-бром-2-нитро фенил-3-бромпропанол (**4b**), ё эфирҳои мураккаби онҳо трео-3-бром-2-метил-1-(-2-нитрофенил) пропилформиат, эритро-3-бром-2-метил-1-(4-бром-2-нитрофенил) пропилформиат (**3a,b**) дар маҳлули кислотаи сулфат ионҳои сиклии мувофиқ ҳосил мешаванд, ки дар натиҷаи коркард намудан бо оби яхдор ба *β*-бромивазшудаи 2-нитрозопропиофенонҳо, 1-(2-ниарофенил)-3-бром-1-о-нитрозопропиофенонҳо мубаддал мешаванд (**5a,b**), (баромади маҳсулот мутаносибан 54-*33%,* мебошад).

Калидвожаҳо: орто-нитрофенилсиклопропанҳо, меркуриронидан, меркурсолвоаддуктҳо, бромдемеркуриронидан, спиртҳо, эфирҳои мураккаб нитрозокетонҳо, изомеризатсия, ионҳои сиклӣ, 2-нитробензилсиклопропан.

БРОМДЕМЕРКУРИРОВАНИЕ МЕРКУРСОЛВОАДДУКТОВ 1-МЕТИЛ-2-(2-НИТРОФЕНИЛ)ЦИКЛОПРОПАНОВ

Показано, что полученные меркурсольвоаддукты (2a,b) из 1-метил-2-(2-нитрофенил)цикло-пропана (1a) и 1-метил-2-(4-бром-2-нитрофенил)-циклопропана (1b) с бромом в метаноле и в присутствии солевых добавок наряду с заменой ртутьсодержащего фрагмента на бром трео-3-бром-2-метил-1-(-2-нитрофенил)пропилформиат и эритро-3-Бром-2-метил-1-(4-бром-2-нитрофенил)пропилформиат (3a,b) также претерпевают частичную трансформацию сложноэфирной группы в спиртовую (4a,b). Найдено, что под действием 96%-ой серной кислоты в интервале температур 0-10°С из 1-(2-нитрофенил)пропилформиат (4a) и 3-бром-2-метил-1-(4-бром-2-нитро фенил-3-бромпропанолов-(4b), или их сложных эфиров трео-3-бром-2-метил-1-(-2-нитрофенил)пропилформиат и эритро-3-Бром-2-метил-1-(4-бром-2-нитрофенил)пропилформиат (3a,b) образуются сернокислотные растворы соответствующих циклических ионов, которые при последующей обработке ледяной водой превращаются в *β*-бромзамещенные 2-нитрозопропиофеноны, 1-(2-ниарофенил)-3-бром-1-о-нитрозопропиофеноны (5a,b), (выходы составляют 54 и 33%*,* соответственно).

Ключевые слова: орто-нитрофенилциклопропаны, меркурирования, меркурсольвоаддукты, бромдемеркурирования, спирты, сложные эфиры, нитрозокетоны, изомеризация, циклические ионы, 2-нитробензил циклопропан.

BROMDEMERCURING MERCURSOLVE ADDUCT 1-METHYL-2- (2-NITROPHENYL) CYCLOPROPANES

It was shown that the obtained mercursolvoadducts (2a, b) from 1-methyl-2- (2-nitrophenyl) cyclopropane (1a) and 1-methyl-2- (4-bromo-2-nitrophenyl) -cyclopropane (1b) with bromine in methanol and in the presence of salt additives along with the replacement of the mercury-containing fragment with bromine threo-3-bromo-2-methyl-1 - (- 2-nitrophenyl) propyl formate and erythro-3-bromo-2-methyl-1- (4- bromo-2-nitrophenyl) propyl formate (3a, b) also undergoes a partial transformation of the ester group into an alcohol (4a, b). It was found that under the action of 96% sulfuric acid in the range of 0-10°C from 1- (2-nitrophenyl) propyl formate (4a) and 3-bromo-2-methyl-1- (4-bromo-2-nitro phenyl-3-bromopropanol- (4b), or their threo-3-bromo-2-methyl-1 - (- 2-nitrophenyl) propyl formate and erythro-3-bromo-2-methyl-1- (4-bromo esters) -2-nitrophenyl) propyl formate (3a, b) forms sulfuric acid solutions of the corresponding cyclic ions, which upon subsequent treatment with ice water, turn into β-bromo-substituted 2-nitrosopropiophenones, 1- (2-pyrophenyl) -3-bromo-1-o- nitrosopropiophenones (5a, b), (yields are 54 and 33%, respectively).

Key words: ortho-nitrophenylcyclopropane, curation measures, mercuric solvate, bromdemercuration, alcohols, esters, nitrosoketones, isomerization, cyclic ions, 2-nitrobenzylcyclopropane.

Сведения об авторах: ***Гулов Тоир Ёрович*** – Таджикский государственный педагогический университет им. С. Айни, кандидат химических наук, доцент, заведующей кафедрой органической и биологической химии. **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 121. Телефон: **907-80-70-10**

Бандаев С.Г. - Таджикский государственный педагогический университет им. С. Айни, доктор химических наук, профессор кафедры органической и биологической химии. **Адрес**: 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 121. E-mail: **s.bandaev@mail.ru.** Телефон: **907-74-74-09**

Федотов А.Н. - МГУ имени М.В. Ломоносова, химический факультет, кафедра медицинской химии и тонкого органического синтеза, НИЛ органического синтеза, старший научный сотрудник, кандидат химических наук. **Адрес**: 119991, Москва, Ленинские горы. E-mail: **fed@org.chem.msu.ru**

Мочалов С.С. - МГУ имени М.В. Ломоносова, химический факультет, кафедра медицинской химии и тонкого органического синтеза, НИЛ органического синтеза, доцент, доктор химических наук. **Адрес:** 119991, Москва, Ленинские горы

Information about the authors: ***Gulov Toir Yorovich*** - Tajik State Pedagogical University named after S. Aini, Candidate of Chemical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Organic and Biological Chemistry. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 121. Phone: **907-80-70-10**

Bandaev S.G. - Tajik State Pedagogical University named after S. Aini, Doctor of Chemistry, Professor, Department of Organic and Biological Chemistry. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 121. E-mail: **s.bandaev@mail.ru.** Phone: **907-74-74-09**

Fedotov A.N. - Moscow State University named after M.V. Lomonosov, Department of Chemistry, Department of Medical Chemistry and Fine Organic Synthesis, Research Laboratory of Organic Synthesis, Senior Researcher, Candidate of Chemical Sciences. **Address:** 119991, Moscow, Lenin Hills. E-mail: **fed@org.chem.msu.ru**

Mochalov S.S. - Moscow State University named after M.V. Lomonosov Department of Chemistry, Department of Medical Chemistry and Fine Organic Synthesis, Research Laboratory of Organic Synthesis, Associate Professor, Doctor of Chemical Sciences. **Address:** 119991, Moscow, Lenin Hills

УДК 547.541.141

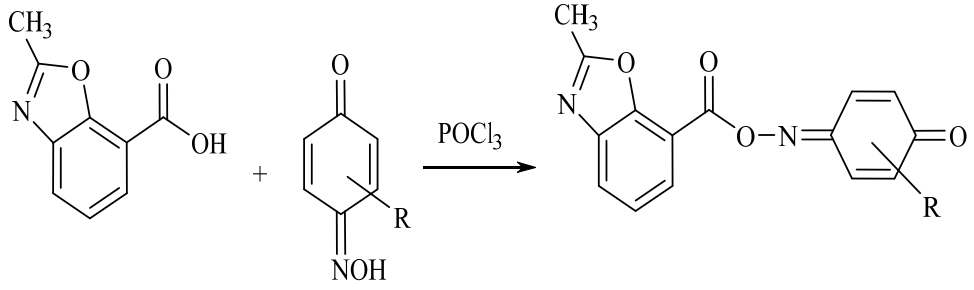
СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФИРОВ 2-МЕТИЛ-1,3-БЕНЗОКСАЗОЛ-7-КАРБОНОВОЙ КИСЛОТЫ

Озер Гюркан, Каримов М.Б.
Таджикский национальный университет,
Филииал Национального исследовательского технологического университета "МИСиС" в г.Душанбе

Образование амидной группы является основной стадией синтеза полиамидов, белков. Простейшие амиды получаются при нагревании аминов и карбоновых кислот. Тем не менее, такой способ не пригоден, когда в реакцию вводят карбоновые кислоты и амиды, содержащие лабильные фрагменты в своей структуре [1-2]. Очень часто карбоновую кислоту превращают сначала в хлорангидрид, и только потом аминируют последний. Однако этот способ не является универсальным. Вследствие этого существует ряд специальных приёмов синтеза амидов [3]. В

частности, амиды получают на основе взаимодействия п-нитрофениловых эфиров карбоновых кислот [4].

Учитывая изложенное, нами была изучена реакционная способность карбоновых кислот для получения эфиров этих соединений. В процессе данной реакции нами установлено, что эфиры карбоновых кислот и п-бензохинонмонооксимов (**2 а–г**) могут быть применены для получения амидов [5-6]. Эфиры (**3 а–г**) синтезированы из 2-метил-1,3-бензоксазол-7-карбоновой кислоты и хиноноксимов по следующей схеме:



1 **2а-г** **3а-г**

R = H **(а)**, 2-CH_3 **(б)**, 3-CH_3 **(в)** 3-CH_3, 6-i-Pr **(г)**

Структуру полученных веществ (**3 а–г**) подтверждали с помощью физико-химических методов анализа. Так, УФ-спектры содержат характерные для бензольного кольца, сопряжённого с заместителями, полосы поглощения при длине волны 250, 281 нм (***рис. 1***). На ***рис. 2*** показаны спектры ПМР, которые содержат сигналы протонов метильной группы оксазольного кольца в области 2.74 м.д., хиноидных протонов в области 6.46; 6.54; 8.05 м.д., ароматических в области 7.95; 8.07 м.д. (***таблица 1***).

Таблица 1. Спектры ЯМР ^{1}H соединений 3(а–д) общей формулы
Table 1. NMR ^{1}H spectra of compounds of 3(a-e) general formulae

№ соединения, растворитель	**Мультиплетность, δ, м.д.**						
	H(CH_3-гетероцикла)	$H^{3'}$ ($H^{5'}$)	$H^{4'}$	H^2	H^6	H^3(H^5)	H^5(H^3)
3а ($CDCl_3$)	2.75с	м 7.50	т 6.65	дд 6.63	дд 7.95	м 8.10	м 8.05
3б (ДМСО-d_6+ CCl_4) (1:3)	2.75с	м 7.50, м 8.05	м 7.50	с 2.10 (3H CH_3)	6.65 дд 6.67	с 7.27	м 8.05
3в ($CDCl_3$)	2.74с	д 7.95, м 8.07	м 7.45	т 6.46	6.54 дд 6.56	с 2.40 (3H CH_3)	м 8.05
3г (ДМСО-d_6 + CCl_4) (1:3))	2.71с	д 7.95, д 8.05	т 7.50	д 1.2 (6H CH_3), м 3.1 (H CH)	с 6.45	с 7.75	с 2.35 (3H CH_3)
3д (ДМСО-d_6)	2.70с	м 8.08	т 7.55	д 8.37	д 8.37	д 7.70	д 7.70

Рис. 1 УФ спектр (2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбонил)-[1,4] бензохинонмоно-(О-бензоил оксим) (3а)

Pic.1 UV spectra of (2-Methyl-1,3-benzoxazole-7-carbonyl-[1,4] benzoquinoneoxime-mono-(O-benzoyl oxime) (3a)

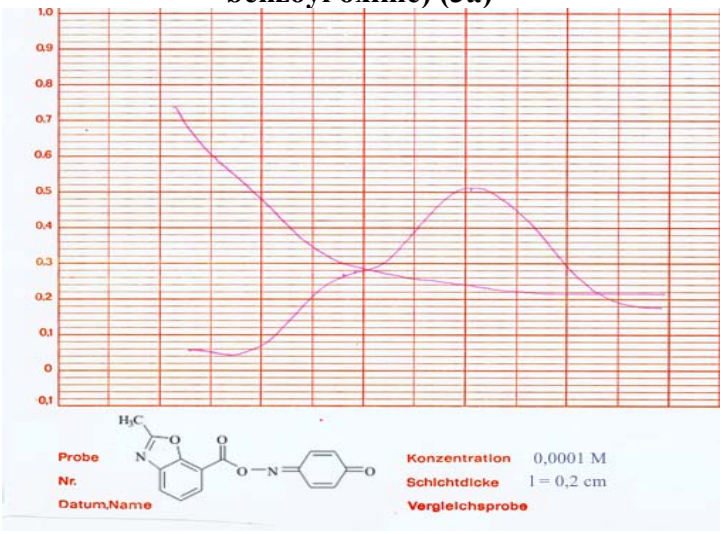
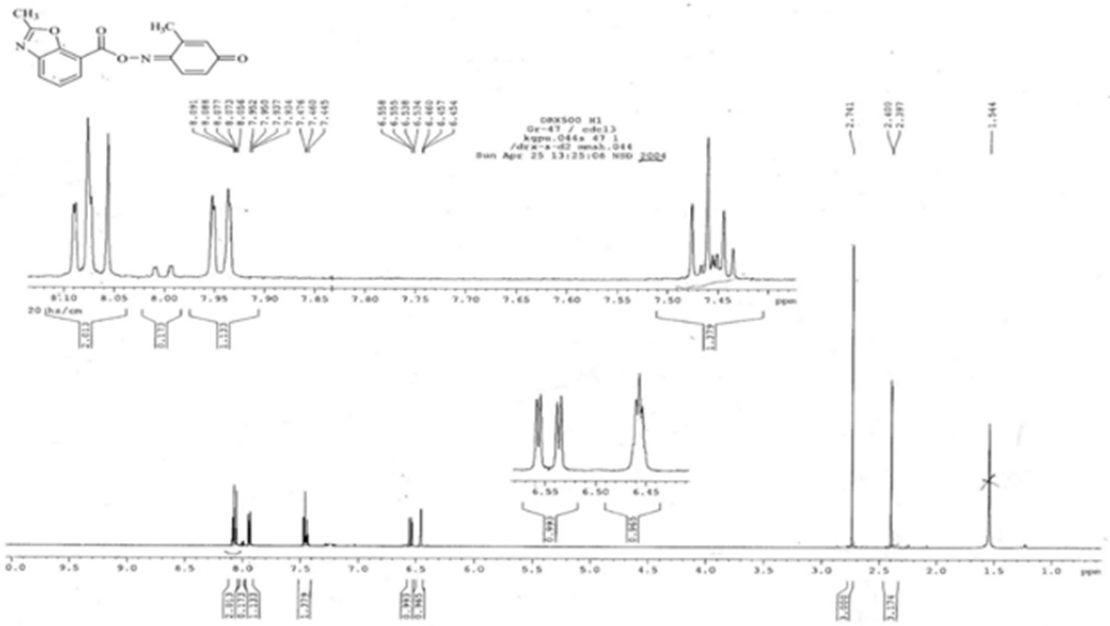


Рис.2. ЯМР ^{1}H -спектр (500 МГц) (раств. $CDCl_3$) (3-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбонил)-[1,4] бензохинонмоно-(3´-метил-О-бензоил оксим) (3в)

Pic.2. NMR ^{1}H-spectrum (500 MHz) (sol. $CDCl_3$) (3-Methyl-1,3-benzoxazole-7-carbonyl)-[1,4] benzoquinonemono-(3´-methyl-O-benzoyl oxime) (3c)



В данном случае этот способ получения эфиров (**3 а–г**) представляется наиболее подходящим, так как не удалось синтезировать хлорангидрид из кислоты (**1**).

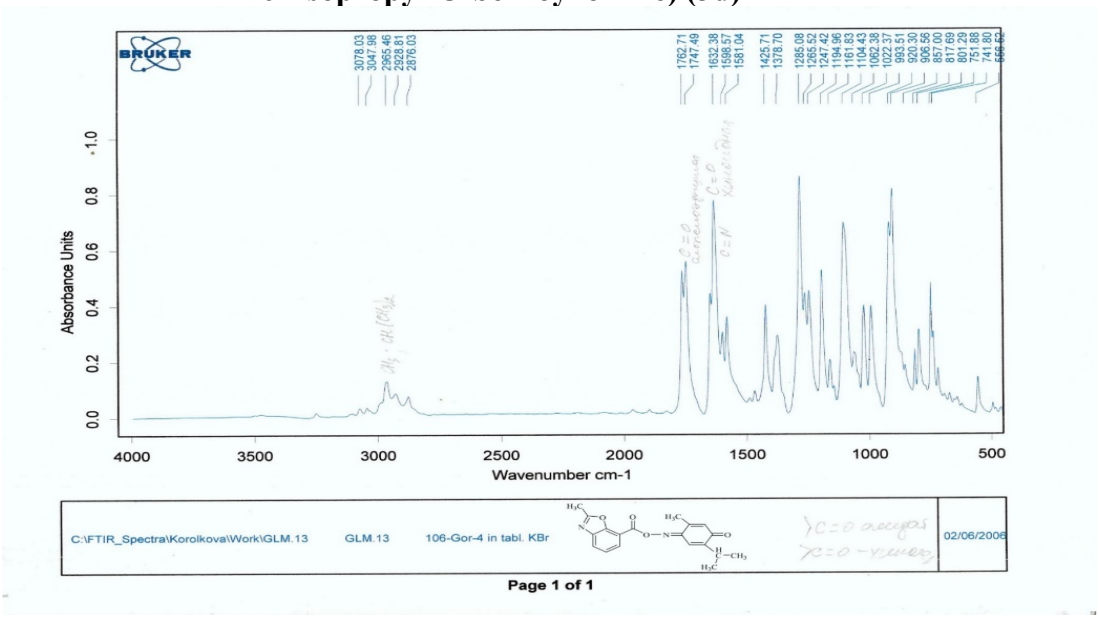
Синтез (п-Нитрофенилового эфира 2-метил-1,3-бензоксазол-7-карбоновой кислоты) **3 д** проводили согласно схеме:

Данный процесс протекает при взаимодействии 2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбоновой кислоты с 4-нитрофенолом при мольном соотношении 1:1 и температуры 0–5^0 С. При этих

условиях выход составляет 69%. Данные ЯМР спектры на ***таблице 1*** подтверждают, что происходит реакция этерификации между 2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбоновой кислоты **(1)** и 4-нитрофенола **(4)**.

Рис.3. ИК-спектр (2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбонил)-[1,4] бензохинонмоно-(3´-метил-6´-изопропил-О- бензоил оксим (3г)

Pic.3. IR spectra of (2-Methyl-1,3-benzoxazole-7-carbonyl)-[1,4] benzoquinonemono-(3´-methyl-6´-isopropyl-O-benzoyl oxime) (3d)



На рис. 3 приведён ИК-спектр 2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбонил)-[1,4] бензохинонмоно-(3´-метил-6´-изопропил-О-бензоил оксима. Как видно из спектра в области 1598–1581 $см^{-1}$ наблюдается образование полос поглощения, которые характерны для C=N группы, в 1632 $см^{-1}$ > C=O хиноидной и в 2965 $см^{-1}$ изопропилных группах.

Таблица 2. Некоторые физико-химические константы производных эфиров 2-метил-1,3-бензоксазол-7-карбоновой кислоты

Table 2. Some physico-chemical constants of derivatives of ethers of 2-Methyl-1,3-benzoxazole-7-carbonic acids

№	$T_{Пл.}$,°C	Элементный анализ			Выход %	ИК (ν $см^{-1}$)			УФ
		C Найд. % Вычис. %	H Найд. % Вычис. %	N Найд. % Вычис. %		C=O(хин.)	C=O(алиф.)	C=N	λмакс, lg ε
3а	212-213	63.62 63.83	3.32 3.54	9.81 9.93	52	1637	1683	1621	281 нм, 4.15
3б	208-212	64.82 64.90	4.07 4.05	9.42 9.46	64	1640	1680	1619	282 нм, 3.90
3в	244-246	64.70 64.90	4.03 4.05	9.23 9.46	58.5	1638	1681	1618	281 нм, 4.41
3г	168-170	67.50 67.45	5.45 5.32	8.18 8.28	62	1636	1678	1620	281 нм, 4.08
3д	142-143	60.30 60.40	3.40 3.36	9.24 9.39	69	1639	1679	1617	256 нм, 4.39

Состав и структура продуктов реакции этерификации (эфиры 2-метил-1,3-бензоксазол-7-карбоновой кислоты) подтверждены данными элементного анализа (табл.4). ЯМР-1Н-спектроскопии, УФ- и ИК- спектроскопии. Таким образом, на основе физико-химических данных можно предполагать, что при взаимодействии 2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбоновой кислоты с 4-нитрофенолом протекает реакция этерификации.

Экспериментальная часть. Спектры ЯМР ^{1}H записаны на спектрометре Bruker DRX (500 МГц), растворитель $CDCl_3$ или ДМСО-d_6, внутренний стандарт ТМС. Химические сдвиги ^{1}H приведены в м.д. в шкале δ.

Контроль за ходом реакции и индивидуальностью полученных продуктов осуществляли с помощью ТСХ на пластинах Silufol, элюент – толуол – ацетон, 3:1. Электронные спектры записаны на приборе Specord UV-VIS в этаноле. Электронные спектры поглощения сняты в одно-сантиметровых кюветах на приборе Evolution 300. ИК-спектры сняты на приборе Specord IR-75.

(2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбонил) -[1,4]-бензохинонмоно-(О-бензоил) оксим (3 а). 1.7 г (0.01 моль) 2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбоновой кислоты **(1)** и 1,23 г (0.01 моль) п-нитрозофенола **(2 а)** растворили в 20 мл пиридина. Прибавляли в течение часа при охлаждении до 0–5°С 1.5 мл $POCl_3$, затем нагревали 10 мин при 30–40°С. Смесь охлаждали, выливали на лёд, обрабатывали 20 мл 10% HCl. Осадок был отфильтрован, очищен перекристаллизацией из этилацетата. Выход составил 1.47 г (52%). $T_{пл.}$ 212 – 213°С. УФ спектр: λмакс. 281 нм, lg ε 4.15, 250 (пл.). Найдено, %: С 63.62; Н 3.32; N 9.81. $C_{15}H_{10}N_2O_4$. Вычислено, %: С 63.83; Н 3.54; N 9.93. Спектр ЯМР ^{1}H, $CDCl_3$, δ, м.д., *J*, Гц: 2.75 с (3Н, Ме), 7.50 м (2Н, $H^{3'}$, $H^{5'}$), 6.63 дд. (1Н, H^2 *J* 18.5 Гц, *J* 1.5 Гц), 6.65 т (1Н, $H^{4'}$, *J* 0.5 Гц), 7.95 дд. (1Н, H^6, *J* 8 Гц, *J* 1 Гц), 8.10 м (1Н, H^3 (H^5)), 8.05 м (1Н, H^5 (H^3)).

(2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбонил) - [1,4]-бензохинонмоно-(2'-метил-О-бензоил) оксим (3 б). Синтез вели по аналогии с предыдущим. Из 1.7 г (0.01 моль) 2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбоновой кислоты **(1)** и 1.37 г (0.01 моль) 2-метил-нитрозофенола **(2б),** выход составил 1.9 г (64%). $T_{пл.}$ 208 – 212°С. УФ спектр: λмакс. 282 нм, lg ε 3.90, 250 (пл.). Найдено %: С 64.82; Н 4.07; N 9.42. $C_{16}H_{12}N_2O_4$. Вычислено %: С 64.90; Н 4.05; N 9.46. Спектр ЯМР ^{1}H, ДМСО-d_6 + CCl_4) (1:3), δ, м.д., *J*, Гц: 2.75 с (3Н, Ме), 7.50 м, 8.05 м (3Н, $H^{3'}$, $H^{4'}$, $H^{5'}$), 2.10 с (3Н, Ме, H^2), 6.65-6.67 дд. (1Н, H^6, *J* 10 Гц, *J* 1.2 Гц), 7.27 с (1Н, H^3 (H^5)), 8.05 м (1Н, H^5 (H^3)).

(2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбонил) -[1,4]-бензохинонмоно-(3'-метил-О-бензоил) оксим (3 в). Синтез вели по аналогии с предыдущим. Из 1.7 г (0.01 моль) 2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбоновой кислоты **(1)** и 1.37 г (0.01 моль) 3-метил-нитрозофенола **(2в),** выход продукта в данном случае составил 1.73 г (58.5%). $T_{пл.}$ 244-246°С. УФ спектр: λмакс. 281 нм, lg ε 4.41, 250 (пл.). Найдено, %: С 64.70; Н 4.03; N 9.23. $C_{16}H_{12}N_2O_4$. Вычислено, %: С 64.90; Н 4.05; N 9.46. Спектр ЯМР ^{1}H, $CDCl_3$, δ, м.д., *J*, Гц: 2.74 с (3Н, Ме), 7.95 д, 8.07 м (2Н, $H^{3'}$, $H^{5'}$, *J* 7.5 Гц), 6.46 т (1Н, H^2, *J* 1.5 Гц), 6.54-6.56 дд. (1Н, H^6, *J* 10 Гц, *J* 1.5 Гц), 7.45 м (1Н, $H^{4'}$), 2.40 с (3Н, Ме, H^3 (H^5)), 8.05 м (1Н, H^5 (H^3)).

(2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбонил) - [1,4] бензохинонмоно-(3'-метил-6'-изопропил-О-бензоил) оксим (3г). Синтез вели по аналогии с предшествующим. Из 1.7 г (0.01 моль) 2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбоновой кислоты **(1)** и 1.8 г (0.01 моль) 3-метил-6-изопропилнитрозофенола **(2г),** выход продукта – 2.1 г (62%). $T_{пл.}$ 168 – 170°С. УФ спектр: λмакс. 281 нм, lg ε 4.08, 250 (пл.). Найдено, %: С 67.50; Н 5.45; N 8.18. $C_{19}H_{18}N_2O_4$. Вычислено, %: С 67.45; Н 5.32; N 8.28. Спектр ЯМР ^{1}H, ДМСО-d_6 + CCl_4 (1:3), δ, м.д., *J*, Гц: 2.71 с (3Н Ме), 7.95 д, 8.05 д (2Н, $H^{3'}$, $H^{5'}$, *J* 12.5 Гц, *J* 12.4 Гц), 7.50 т (1Н, $H^{4'}$ *J* 11 Гц), 1.2 д, 3.1 м (6Н Ме, Н СН, H^2, *J* 8.7 Гц), 6.45 с (1Н, H^6), 7.75 с (1Н, H^3 (H^5)), 2.35 с (3Н Ме, H^5 (H^3)).

(п-Нитрофениловый эфир 2-метил-1,3-бензоксазол карбоновой кислоты) (3д). Синтез вели по аналогии с предшествующим. Из 1.7 г (0.01 моль) 2-Метил-1,3-бензоксазол-7-карбоновой кислоты **(1)** и 1.39 г (0.01 моль) 4-нитрофенола **(4)** выход продукта составил 1.98 г (69%). $T_{пл.}$ 142 – 143°С. УФ - спектр: λмакс. 256 нм, lg ε 4.39, 285 (пл.). Найдено, %: С 60.30; Н 3.40; N 9.24. $C_{15}H_{10}N_2O_5$. Вычислено, %: С 60.40; Н 3.36; N 9.39. Спектр ЯМР ^{1}H, ДМСО-d_6, δ, м.д., *J*, Гц: 2.70 с (3Н Ме), 8.08 м (2Н, $H^{3'}$, $H^{5'}$), 7.55 т (1Н, $H^{4'}$ *J* 9.6 Гц), 8.37 д, (2Н, H^2, H^6 *J* 10.9 Гц), 7.70 д (2Н, H^3, H^5 *J* 10.8 Гц).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бюлер, К. Органические синтезы. Ч. 2 / К. Бюлер, Д. Пирсон. –М.: Мир, 1973. –С.384–430.
2. Бартон, Д. Общая органическая химия. Т. 3. Азотсодержащие соединения / Под ред., У.Д. Оллиса, Д. Бартон. – М.: Химия, 1982. – 736 с.
3. Строение и свойства нитрозосоединений. О реакции первичных и вторичных аминов с нитрозофенолами / Е.Ю. Беляев, Л.П. Семина, В.М. Андреев, Л.М. Горностаев // ЖОрХ. -Санкт-Петербург, 1973. –Т.9. –Вып. 3. –С.585–587.
4. Горностаев Л.М. О реакциях галогенпроизводных 1,4-нафтохинона и 6Н-6-оксоантра[1,9cd]-изоксазола с бензохинооксимами / Л.М. Горностаев, Н.А Тимошкова, В.Т Сакилиди // ЖОрХ. -Санкт-Петербург, 1994. – Т.30. –Вып. 1. -С.123–125.
5. Озер, Г. Реакции О-ацилпроизводных 1, 4-бензохинонмонооксимов с алифатическими аминами и гидроксиламином / Г. Озер, В.Т. Сакилиди, Л.М. Горностаев // Изв. вузов. Химия и хим. технология. –Иваново, 2008. –Т.51. –Вып. 5. –С.12–15.
6. Sargent, M.V. Reaction of Some 1,4-benzoquinone Monooximes with Methanolic Hydrogen Chloride/ M.V. Sargent // Journal of the Chemical Society Perkin Transactions 1. – 1982. –P.1095–1098.

ТАВЛИД ВА ТАҲҚИҚИ ЭФИРҲОИ КИСЛОТАИ 2-МЕТИЛ-1,3-БЕНЗОКСАЗОЛ-7-КАРБОНӢ

Дар мақолаи мазкур масъалаи омӯзиши реаксияи байни кислотаи 2-метил-1,3-бензоксазол-7-карбонӣ бо 1,4-бензохинонмонооксим дар иштироки хлороксиди фосфор ва пиридин баррасӣ карда шудааст. Шароити гузариши реаксия ва вобастагии тавлиди маҳсулоти интиҳоӣ аз структураи бензохинонмонооксими таъсиркунанда пешниҳод гардидааст.

Натиҷаи таҷрибаҳо нишон доданд, ки реаксияи омӯхташуда дар таносуби эквимолии моддаҳои таъсиркунанда дар ҳароратҳои 0–5°С ба иштироки пиридин ва $POCl_3$ бо осонӣ мегузарад.

Таркиб, сохт ва структураи моддаҳои ҳосилшуда бо истифодаи асбобҳои физикии замонавӣ тасдиқ гардидаанд.

Калидвожаҳо: бензохинонмонооксимҳо, кислотаҳои карбонӣ, беноксазол, пиридин, эфирҳо.

СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФИРОВ 2-МЕТИЛ-1,3-БЕНЗОКСАЗОЛ-7-КАРБОНОВОЙ КИСЛОТЫ

В данной статье рассматривается вопрос об изучении реакции взаимодействия 2-метил-1,3-бензоксазол-7-карбоновой кислоты с 1,4-бензохинонмонооксимами и хлорокисью фосфора пиридином. Даются условия протекания реакции и зависимость выхода конечного продукта от структуры реагирующих бензохинонмонооксимов.

Согласно проведённым экспериментальным исследованиям показано, что в эквимольном соотношении реакция протекает очень легко при охлаждении до 0-5°С в пиридине и $POCl_3$.

Состав, строение и структура продуктов реакции этерификации доказаны с использованием современных физических приборов.

Ключевые слова: бензохинонмонооксимы, карбоновая кислота, бензоксазол, пиридин, эфиры.

SYNTHESIS AND RESEARCH OF THE ETHERS OF 2-METHYL-1,3-BENZOXAZOLE-7-CARBONIC ACID

This article is devoted to the question of studying the reaction of the interaction of 2-methyl-1,3-benzoxazole-7-carbonic acid with 1,4-benzoquinonemonooxime in the presence of phosphoryl chloride and pyridine. The author describes the conditions of the reaction and the dependence of the final product yield on the structure of the reacting benzoquinonemonooximes.

According to experimental studies, the author shows that at the equimolar ratio the reaction proceeds very easily at 0 – 5 °C temperature in pyridine and $POCl_3$.

The composition, arrangement and structure of the synthesized substances are proved through the modern physical devices.

Key words: benzoquinonemonooximes, carbonic acid, benzoxazole, pyridine, ethers.

Сведения об авторах: ***Озер Гюркан*** - Таджикский национальный университет, соискатель. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17. E-mail: **gurkanozer@hotmail.com**

Каримов Махмадкул Бобоевич - Филиал Национального исследовательского технологического университета "МИСиС", доктор химических наук, профессор, директор. **Адрес:** Республика Таджикистан, Душанбе, улица Назаршоева, 7. E-mail: **karimovm.b@mail.ru**

Information about the authors: ***Lakes Gurkan*** - Tajik National University, applicant. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. E-mail: **gurkanozer@hotmail.com**

Karimov Makhmadkul Boboevich - Branch of the National Research Technological University "MISiS", Doctor of Chemical Sciences, Professor, Director. **Address:** Republic of Tajikistan, Dushanbe, Nazarshoeva street, 7. E-mail: **karimovm.b@mail.ru**

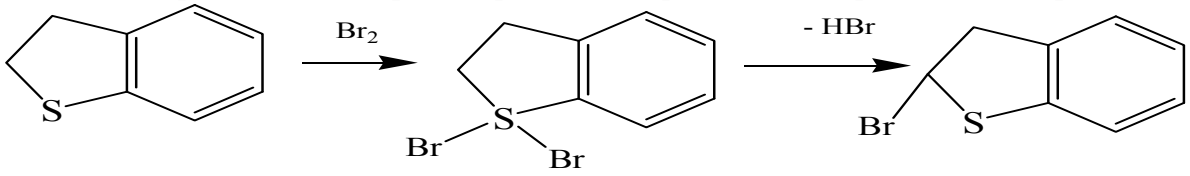
УДК: 547.543

СУЛЬФОКСИДЫ АЦЕТИЛПРОИЗВОДНЫХ 2,3-ДИГИДРОБЕНЗО[B]ТИОФЕНОВ И 1-ТИОХРОМАНОВ

Саидова Ш.И., Усманов У.Р., Усманов Р.
Таджикский национальный университет

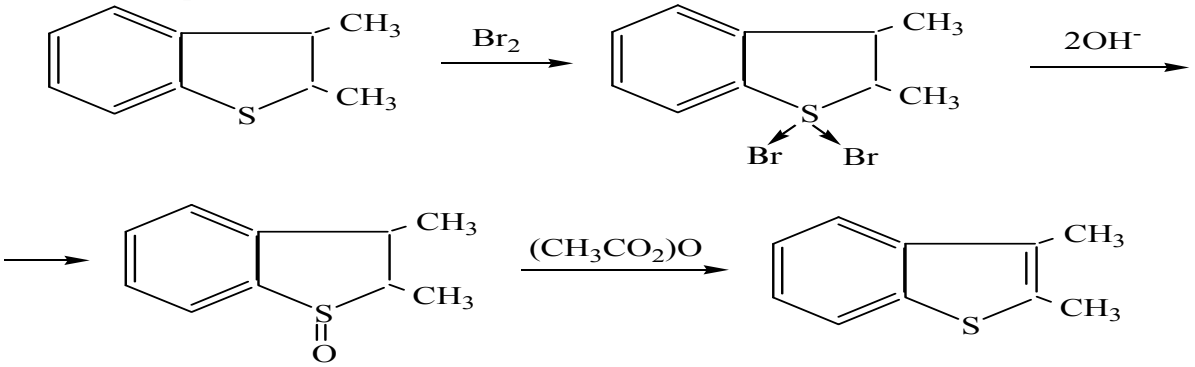
Известно, что реакция прямого бромирования 2,3-дигидробензо[b]тиофенов в среде четыреххлористого углерода, которая проходит в насыщенном серосодержащем кольце, приводит к монобромпроизводным [1-3].

При этом реакция бромирования протекает присоединением анион брома к электронной паре серы гетероцикла с образованием бромистого бромсульфония. При отщеплении от последнего бромистого водорода образуется 2-бром-2,3-дигидробензо[b]тиофен.



В отличие от гомологов, моноалкил-2,3-дигидробензо[b]тиофенов, 2,3-диалкил-замещенные - 2,3-дигидробензо[b]тиофены, 2,3-диметил- и 2,3-диметил-5-этил взаимодействуют с бромом в молярных отношениях в более мягких условиях (10-15^{0}C) с образованием дибром производных, причем не удалось выделить сколько-нибудь заметных количеств продуктов монобромирования.

Для подтверждения такого вывода был осуществлен гидролиз бромистого бромсульфония-2,3-диметил-2,3-дигидробензо[b]тиофена, ибо известно, что S-дибромпроизводные при этом легко переходят в соответствующие сульфоксиды. Убедившись, что гидролиз прошел практически полностью (проба на галоген и определение S_{SO}), неочищенный продукт реакции нагревался с уксусным ангидридом в атмосфере азота с целью дегидратации до 2,3-диметил-1-бензо[b]тиофена. И действительно, при этом выделено искомое соединение, которое было идентифицировано как по физико-химическим характеристикам, так и получением сульфона.

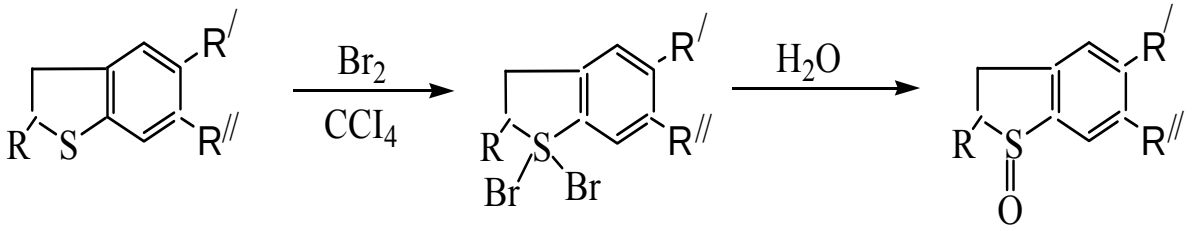


Таким образом, при недостаточном влиянии индукции положительно заряженного атома серы к атому углерода, стоящему в α-положении, он не сможет приобретать отрицательный заряд, что не способствует отщеплению протона. При этих условиях такая специфическая особенность сераорганических соединений приводит к образованию устойчивых сульфониевых соединений 2,3-диалкил-замещенные 2,3-дигидробензо[b]тиофенов.

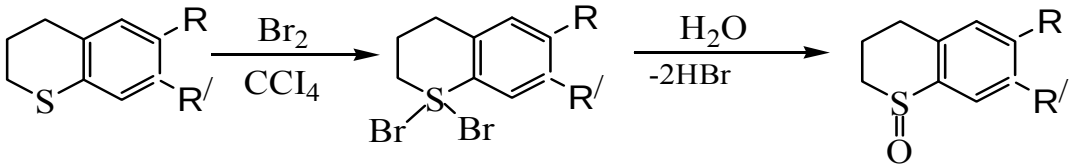
Кроме того, в работе излагается взаимодействия 5-ацетил-, 5-ацетил-2-метил-, 2,5-диметил-6-ацетил-2,3-дигидробензо[b]тиофенов и 6-ацетил-, 6-метил-7-ацетил-1-тиохроманов с молекулярным бромом в среде четыреххлористого углерода.

Опыты проводились при температуре 20°C в течение 2 часов при молярном соотношении реагирующих веществ. Исследования этой реакции показали, что в случае бромирования ацетил-2,3-дигидробензо[b]тиофенов и ацетил-1-тиохроманов были получены синие кристаллические вещества, которые разлагаются при взаимодействии с водой. По-видимому, в

данном случае образуется S-дибромпроизводные ацетил-2,3-дигидробензо[b]тиофенов и ацетил-1-тиохроманов, которые при взаимодействии с водой легко проходят в соответствующие сульфоксиды.



1, 6; R=H; R´=CH_3CO; R″=H″; 2, 7; R=CH_3; R´=CH_3CO; R″=H″;
3, 8; R=CH_3; R´=CH_3; R″= CH_3CO;



4, 9; R= CH_3CO; R´= H; 5,10; R= CH_3; R´=CH_3CO;

Образование S-дибромпроизводных можно объяснить тем, что в отсутствии каких-либо катализаторов (оснований, кислоты, кислоты Льюиса и др.) в среде четыреххлористого углерода реакция протекает с участием свободной пары электронов атома серы. В результате образуются устойчивые S-дибромпроизводные ацетил-2,3-дигидробензо[b]тиофенов и ацетил-1-тиохроманов.

Выходы, физико-химические характеристики и данные элементного анализа полученных S-дибромпроизводных и сульфоксидов ацетилпроизводных 2,3-дигидробензо[b]тиофенового и 1-тиохроманового рядов приведены в таблице 1 и 2.

Таблица 1. Физико-химическая характеристика S-дибромацетил -2,3-дигидробензо[b]тиофенов и I-тиохроманов

Table 1. Physico-chemical characteristics of S-dibromoacetyl -2,3-dihydrobenzo [b] thiophenes and I-thiochromanes

№	Название соединений	Выход, %	$T_{пл.}$, °C	Найдено/ вычислено, %.			Брутто формула
				C	H	S	
1.	S-Дибром-5-ацетил-2,3-дигидро - бензо[b]тиофен	85	54-55	35,62 35,53	3,02 2,95	9,53 9,48	$C_{10}H_{10}OSBr_2$
2.	S-Дибром-5-ацетил-2-метил-2,3-дигидробензо[b]тиофен	68	69-70	37,65 37,52	3,50 3,43	9,17 9,10	$C_{11}H_{12}OSBr_2$
3.	S-Дибром-5-ацетил-2,5-диметил - 2,3-дигидробензо[b]тиофен	75	64-65	39,60 39,37	3,88 3,85	8,80 8,75	$C_{12}H_{14}OSBr_2$
4.	S-Дибром-6-ацетил-I-тиохроман	75	65-66	37,58 37,52	3,49 3,43	9,15 9,10	$C_{11}H_{12}OSBr_2$
5.	S-Дибром-7-ацетил-6-метил-I-тиохроман	85	67-68	39,50 39,37	3,98 3,85	8,90 8,75	$C_{12}H_{14}OSBr_2$

Таблица 2. Физико-химическая характеристика ацетил- 2,3 - дигидробензо[b]тиофенсульфоксидов и ацетил-I-тиохромансульфоксидов

Table 2. Physico-chemical characteristics of acetyl-2,3-dihydrobenzo [b] thiophenesulfoxides and acetyl-I-thiochromanesulfoxides

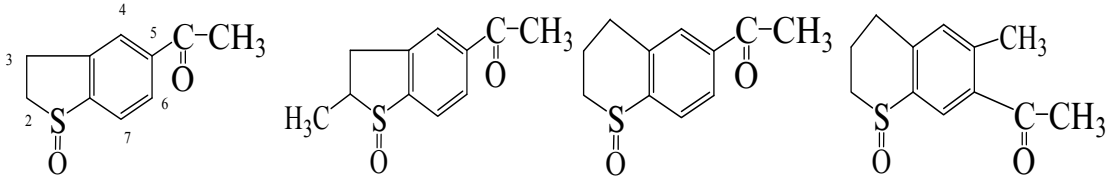
№	Название соединений	Выход, %	$T_{пл}$, °C	Найдено / вычислено %.			Брутто формула
				C	H	S	
6.	5-Ацетил-2,3-дигидро-бензо[b]тиофенсульфоксид	95	82-83	61,88 61,64	5,18 5,19	16,58 16,50	$C_{10}H_{10}O_2S$
7.	5-Ацетил-2-метил-2,3-дигидро-	90	35-	63,51	5,86	15,46	$C_{11}H_{12}O_2$

	бензо[b]тиофенсульфоксид		36	63,45	5,81	15,39	S
8.	5-Ацетил-2,5-диметил-2,3-ди-гидробензо[b]тиофенсульфоксид	95	58-59	64,90 64,83	6,38 6,34	14,48 14,42	$C_{12}H_{14}O_2S$
9.	6-Ацетил-I-тиохромансульфоксид	90	95-96	63,50 63,45	5,86 5,81	15,46 15,39	$C_{11}H_{12}O_2S$
10.	7-Ацетил-6-метил-I-тиохромансульфоксид	95	50-51	64,90 64,83	6,38 6,34	14,46 14,42	$C_{12}H_{14}O_2S$

Строение полученных ацетил-2,3-дигидробензо[b]тиофен-сульфоксидов и ацетил-I-тиохромансульфоксидов подтверждено ИК- и ПМР -спектральным анализом.

В таблице 3 приведены характерные полосы поглощения ацетил-2,3-дигидробензо[b]тиофенов и 1-тиохромансульфоксидов.

Таблица 3 - Характерные полосы поглощения ацетил-2,3-дигидробензо[b]тиофенсульфоксидов и ацетил-I-тиохромансульфоксидов
Table 3 - Characteristic absorption bands of acetyl-2,3-dihydrobenzo [b] thiophenesulfoxides and acetyl-ти-thiochromanesulfoxides



6. 7. 9. 10.

№	ИК-спектр ($см^{-1}$)	ПМР-спектр (σ м.д.)
6.	1600 (C=Car) ; 838(CH ar); 900 (H ar); 1690 (C=O); 1060 (S=O); 740 (C-S-C).	5-CO-CH_3 (2,55 м.д); 2-H_2 (3,11 м.д); 3-H_2 (2,89 м.д); 4-H (7,94 м.д); 6-H (7,90 м.д); 7-H (7,71 м.д).
7.	1600 (C=Car); 835(CH ar); 900-925 (H ar); 1690 (C=O); 1060 (S=O); 720 (C-S-C).	5-CO-CH_3 (2,55 м.д); 2-CH_3 (1,30 м.д); 2-H (3,10 м.д); 3-H_2 (2,72-2,97 м.д); 4 -H (8,0 м.д); 6-H (7,95 м.д);7-H (7,70-8,0 м.д).
9.	1600 (C=Car); 830(CH ar); 900-920(H ar); 1685 (C=O); 1010(S=O); 740 (C-S-C).	6-CO-CH_3 (2,54 м.д); 2-H_2 (2,77 м.д); 3-H_2 (1,98 м.д); 4-H_2 (2, 55 м.д); 5-H (7,62 м.д); 7-H (7,58 м.д); 8-H (7,24 м.д).
10.	1600 (C=Car); 905(H ar); 1690 (C=O); 1010(S=O); 730 (C-S-C).	6-CH_3 (2,35 м.д); 7-CO-CH_3 (2,54 м.д); 2-H_2 (2,78 м.д); 3-H_2 (2,00 м.д); 4-H_2 (2, 56 м.д); 5 -H(7,25 м.д); 8-H (8,09 м.д).

В ИК-спектрах продукта гидролиза S-дибромпроизводных 2,3-дигидробензо[b]тиофенов и 1-тиохроманов имеются полосы поглощения в области 1055-1010$см^{-1}$, характеризующие присутствие в молекулах сульфоксидной группы. Интенсивные полосы поглощения в области 1685-1690 $см^{-1}$ характеризуются наличием в рассматриваемых молекулах карбонильных групп. Интенсивные полосы в области 838-830 $см^{-1}$ могут быть отнесены к внеплоскостным деформационным колебаниям двух соседних атомов водорода, а полоса 925- 900 $см^{-1}$ к колебаниям изолированного атома водорода.

В ПМР-спектре 5-ацетил-2-метил-2,3-дигидробензо[b]тиофенсульфоксид наблюдаются сигналы протонов метильной группы в ацетилной части молекулы при 2,55 м.д., и CH_3 группы в положении 2 при 1,30 м.д. Константы спин-спинового взаимодействия CH_3 и CH_3-CH группы равны 7 Гц. Протоны метиленовой и метиновой группы появляются в форме сложного мультиплета и квадруплета при 2,72-3,10 м.д, а сигналы ароматических протонов наблюдаются при 7,70 - 8,0 м.д. Константы спин-спинового взаимодействия ароматических протонов I_H6_H7=0, а константа спин-спинового взаимодействия I_H6_H8=36 Гц. Константы спин-спинового взаимодействия между протонами CH_3-CH во втором положении гетероцикла равны 7 Гц.

В ПМР-спектре 7-Ацетил-6-метил-I-тиохромансульфоксид наблюдаются сигналы протонов метильной группы в ацетилной части молекулы при 2,54 м.д., в форме дублета и CH_3

группы в положении 6 при 2,35 м.д., а сигналы протонов метиленовой группы в положении 2-4 дают сложный мультиплет при 2,00-2,78 м.д. Сигналы ароматических протонов наблюдаются в форме дублета H^5 при 7,25 м.д., а протон H^8 при 8,09 м.д. Константа спин-спинового взаимодействия J_{CH3} =6 Гц., J_{CH} =7Гц., $J_{CH2(6\ прот.)}$=6 Гц.

Таким образом, можно считать установленным, что взаимодействие ацетил-2,3-дигидробензо[b]тиофенов и I-тиохроманов с молекулярным бромом в среде четырёххлористого углерода приводит к присоединению по гетероатому с образованием их S-дибромпроизводных, которые при взаимодействии с водой легко проходят в соответствующие сульфоксиды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нуманов И.У. Бромирование 1-тиаинданов / И.У. Нуманов, С.С. Джалолов, И.М. Насыров //Докл. АН Тадж. ССР, т. XII. – 1970. -№4. -С.31-34.
2. Нуманов И.У. Строение продуктов взаимодействия брома с моно-, ди-, три алкил-1-тиаинданами / И.У. Нуманов, И.М. Насыров, С.С. Джалолов // Докл. АН Тадж. ССР, т. XV. – 1972. -№11. -С.30-32.
3. Курбанов М.Ж. Бромирование ацилпроизводных 1-тиаинданового и тиохроманового ряда / М.Ж. Курбанов, Р. Усманов, М.Д. Исабаев // Доклады АН Республики Таджикистан. - 1994. -№1. -С.38-41.

СУЛФОКСИДҲОИ АТСЕТИЛҲОСИЛАҲОИ 2,3-ДИГИДРОБЕНЗО[B]ТИОФЕНОҲО ВА 1-ТИОХРОМАНҲО

Дар кор таъсири 5-атсетил-, 5-атсетил-2-метил-, 2,5-диметил-6-атсетил-2,3-дигидробензо[b]тиофенҳо ва 6-атсетил-, 6-метил-7-атсетил-1-тиохроманҳо бо броми молекулярӣ дар муҳити чорхлориди карбон ифодаи худро ёфтааст.

Дар натиҷаи таъсири бром бо атсетилҳосилаҳои 2,3-дигидробензо[b]тиофенҳо ва 1-тиохроманҳо дар ҳарорати 20°C дар муддати 2 соат дар таносуби молярӣ моддаҳои таъсиркунанда ҳосилшавии S-дибромҳосилаҳои онҳо муқаррар карда шудааст, ки дар гидролизи S-дибромҳосилаҳо бо об ба сулфоксидҳои онҳо мегузарад.

Сохти атсетил-2,3-дигидробензо[b]тиофенсулфоксидҳо и атсетил-I-тиохромансулфоксидҳо бо усули таҳлили спектралӣ ИС ва РМП тасдиқ карда шудааст.

Дар спектрҳои ИС-и маводҳо гидролизи S-дибромҳосилаҳои 2,3-дигидробензо[b]тиофенҳо и 1-тиохроманҳо хатти фурӯбарӣ дар ҳудуди 1055-1010см$^{-1}$ мавҷудияти молекулаи гурӯҳи сулфоксидиро тасдиқ мекунад.

Дар спектри РМП атсетил-2,3-дигидробензо[b]тиофенсулфоксид ва -I-тиохромансулфоксид сигнали протонҳои гурӯҳи метилӣ қисми атсетилӣ молекула дар 2,55 м.д. ва 2,54 м.д., бо шакли дублет ва сигналҳои протонҳои гурӯҳи метиленӣ дар мавқеи 2-4 молекула мултиплети мураккаб дар 2,89-3,11 м.д. ва 2,00-2,78 м.д. медиҳад.

Калидвожаҳо: бромиронидан, S-дибромҳосилаҳои 2,3-дигидробензо[b]тиофенҳо, гидролиз, 2,3-дигидробензо[b]тиофенсулфоксидҳо.

СУЛЬФОКСИДЫ АЦЕТИЛПРОИЗВОДНЫХ 2,3-ДИГИДРОБЕНЗО[B]ТИОФЕНОВ И 1-ТИОХРОМАНОВ

В работе излагается взаимодействие 5-ацетил-, 5-ацетил-2-метил-, 2,5-диметил-6-ацетил-2,3-дигидробензо[b]тиофенов и 6-ацетил-, 6-метил-7-ацетил-1-тиохроманов с молекулярным бромом в среде четыреххлористого углерода.

В результате взаимодействия брома с ацетилпроизводными 2,3-дигидробензо[b]тиофенов и 1-тиохроманов при температуре 20°C в течение 2 часов при молярном соотношении реагирующих веществ установлено образования их S-дибромпроизводных, которые при гидролизе с водой переходят в соответствующие сульфоксиды.

Строение полученных ацетил-2,3-дигидробензо[b]тиофенсульфоксидов и ацетил-I-тиохромансульфоксидов подтверждено ИК- и ПМР -спектральным анализом. В ИК-спектрах продукта гидролиза S-дибромпроизводных 2,3-дигидробензо[b]тиофенов и 1-тиохроманов имеются полосы поглощения в области 1055-1010 см$^{-1}$, характеризующиеся присутствием в молекулах сульфоксидной группы.

В ПМР-спектре ацетил-2,3-дигидробензо[b]тиофенсульфоксид и -I-тиохромансульфоксид наблюдаются сигналы протонов метильной группы в ацетилной части молекулы при 2,55 м.д. и 2,54 м.д., в форме дублета, а сигналы протонов метиленовой группы в положении 2-4 дают сложный мультиплет при 2,89-3,11 м.д. и 2,00-2,78 м.д.

Ключевые слова: бромирование, S-дибромпроизводные 2,3-дигидробензо[b]тиофенов, гидролиз, 2,3-дигидробензо[b]тиофен-сульфоксиды.

SULPHOXIDES OF ACETYL DERIVATIVES 2,3-DIHYDROBENZO [b] TIOPHENES AND 1-TIOCHROMANES

The paper describes the interaction of 5-acetyl-, 5-acetyl-2-methyl-, 2,5-dimethyl-6-acetyl-2,3-dihydrobenzo [b] thiophenes and 6-acetyl-, 6-methyl-7-acetyl -1-thiochromane molecular bromine in carbon tetrachloride.

As a result of the interaction of bromine with acetyl derivatives of 2,3-dihydrobenzo [b] thiophenes and 1-thiochromans at a temperature of 20°C for 2 hours, the formation of their S-dibromoderivatives, which undergo hydrolysis with water, passes the corresponding sulfoxides.

The structure of the obtained acetyl-2,3-dihydrobenzo[b]thiophenesulfoxides and acetyl-α-thiochromanesulfoxides was confirmed by IR and PMR spectral analysis. In the IR spectra of the product of the hydrolysis of S-dibromo derivatives of 2,3-dihydrobenzo[b]thiophenes and 1-thiochromanes, the absorption bands in the region 1055-1010 cm^{-1} characterize the presence of a sulfoxide group in the molecules. In the PMR spectrum of acetyl-2,3-dihydrobenzo[b]thiophenesulfoxide and -1-thiochromanesulfoxide, signals of protons of the methyl group are observed in the acetyl part of the molecule at 2.55 ppm. and 2.54 ppm, in the form of a doublet, and the signals of the protons of the methylene group in the 2-4 position give a complex multiplet at 2.89-3.11 m. and 2.00-2.78 m.

Key words: bromination, S-dibromo-2,3-dihydrobenzo [b] thiophenes, hydrolysis, 2,3-dihydrobenzo[b]tiofensulfoksidy.

Сведения об авторах: ***Саидова Шахноза Икромидиновна*** – Таджикский национальный университет, аспирант кафедры высокомолекулярных соединений и химической технологии. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудак, 17. Телефон: **(+992) 501-05-54-23**

Усманов Умед Рахматжонович – Таджикский национальный университет, ассистент кафедры высокомолекулярных соединений и химической технологии. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **(+992) 933-10-13-11**

Усманов Рахматжон – Таджикский национальный университет, доктор химических наук, профессор кафедры высокомолекулярных соединений и химической технологии. **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17. Телефон: **(+992) 907-40-13-84**. E-mail: **usmanov 1947@mail.ru**

Information about the authors: ***Saidova Shakhnoza Ikromidinovna*** - Tajik National University, graduate student of the Department of High Molecular Compounds and Chemical Technology. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudak Avenue, 17. Phone: **(+992) 501-05-54-23**

Usmanov Umed Rakhmatjonovich - Tajik National University, Assistant of the Department of High Molecular Compounds and Chemical Technology. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **(+992) 933-10-13-11**

Usmanov Rakhmatjon - Tajik National University, Doctor of Chemistry, Professor of the Department of Macromolecular Compounds and Chemical Technology. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue, 17. Phone: **(+992) 907-40-13-84.** E-mail: **usmanov 1947@mail.ru**

УДК 572.551.547.5:542.951.1

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ IN SILICO И IN-VITRO УГЛЕВОДНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ (ТИО)МОЧЕВИН С ПРОТИВООПУХОЛЕВЫМИ СВОЙСТВАМИ

Эрназарова Б.К., Бакирова А.А., Джуманазарова А.З., Апрышко Г.Н.
Жалал-Абадский государственный университет,
Институт химии и фитотехнологий НАН КР,
ФГБУ "РОНЦ им. Н.Н Блохина"

В настоящее время менее затратной возможностью комплексного исследования биологической активности химических соединений является развитие новых технологий компьютерного прогнозирования, применение их к оценке вероятных видов активности с последующим тестированием изучаемых веществ в соответствии с результатами прогноза. Цель данной работы - прогнозирование биологической активности углеводных производных (тио)мочевин, синтезированных нами ранее [1]. Исходными соединениями для синтеза тиопроизводных служат гликозилнитрозомочевины. Гликозилнитрозомочевины являются не только противоопухолевыми агентами, но и реакционноспособными соединениями, на основе которых можно синтезировать ценные физиологически активные соединения. Необходимо отметить, что синтетический потенциал гликозилнитрозомочевин пока еще в должной мере не раскрыт.

Прогноз спектра биологической активности проводился с помощью компьютерной программы PASS, разработанной в Институте биомедицинской химии им. В.Н. Ореховича [2].

Известно, что углеводные производные нитрозомочевины относятся к цитостатическим противоопухолевым лекарственным препаратам алкилирующего типа действия, подавляющим синтез ДНК в опухолевых клетках [3].

Ниже приводятся результаты оценки возможности использования компьютерной системы PASS для прогнозирования противоопухолевой активности по структурной формуле у химических соединений как этапа доэкспериментального скрининга новых противоопухолевых веществ.

Результаты и обсуждение. Структурные формулы исследуемых соединений вводятся в систему в виде файлов формата MOL или SDF. Средняя ошибка прогноза составляет 4,9%. Результаты прогнозирования рассчитываются в виде вероятности проявлять соединением определенную биологическую активность (***Pa***) и вероятности не проявлять эту активность (***Pi***). После контроля корректности, сгенерированные структурные формулы исследуемых соединений вводили в Базу данных формата ISIS BASE, из которой экспортировали в файлы формата SDF для ввода в систему PASS. Как перспективные для экспериментального изучения в качестве потенциальных противоопухолевых веществ были квалифицированы соединения, для которых при компьютерном прогнозировании получены значения вероятности проявления противоопухолевой активности $Pa \geq 0{,}5$.

В таблице 1 представлены результаты прогнозирования 9 видов биологической активности (противоопухолевой, цитотоксической, общей токсичности, антиметастатической активности и ряда механизмов действия противораковых лекарств) в виде значений вероятности наличия у соединения противоопухолевой активности ***(Pa)*** и вероятности отсутствия этой активности ***(Pi).***

Таблица 1. **Результаты прогнозирования противоопухолевой активности углеводных производных мочевин**

Table 1. Prediction results of antitumor activity of carbohydrate derivatives of urea

№	Название соединений	Прогноз активности *Pa / Pi*							
		Antineoplastic	Angiogenesis inhibitor	Antimetastatic	Apoptosis agonist	Antileukemic	Cytostatic	Antimitotic	Toxic
1	N-(β-D-ксилопиранозил)-п-бромфенилмочевина	0,770/ 0,016	0,699/ 0,005	0,231/ 0,124	0,206/ 0,209	0,036/ 0,452	0,193/ 0,138	0,036/ 0,452	0,040/ 0,324
2	N-(β-D-галактопиранозил)-п-бромфенилмочевина	0,784/ 0,014	0,750/ 0,005	0,422/ 0,040	0,344/ 0,101	0,149/ 0,108	0,241/ 0,100	0,027/ 0,524	0,208/ 0,198
3	N-(β-D-глюкопиранозил)-п-бромфенилмочевина	0,784/ 0,014	0,750/ 0,005	0,422/ 0,040	0,344/ 0,101	0,149/ 0,108	0,241/ 0,100	0,027/ 0,524	0,208/ 0,198
4	N-(β-D-ксилопиранозил)-п-хлорфенилмочевина	0,706/ 0,025	0,626/ 0,009	0,304/ 0,080	0,173/ 0,261	0,028/ 0,421	0,186/ 0,144	0,020/ 0,600	0,181/ 0,221
5	N-(β-D-галактопиранозил)-п-хлорфенилмочевина	0,733/ 0,021	0,689/ 0,006	0,459/ 0,030	0,313/ 0,119	0,113/ 0,141	0,233/ 0,105	0,017/ 0,657	0,243/ 0,174
6	N-(β-D-глюкопиранозил)-п-хлорфенилмочевина	0,733/ 0,021	0,689/ 0,006	0,459/ 0,030	0,313/ 0,119	0,113/ 0,141	0,233/ 0,105	0,017/ 0,657	0,243/ 0,174
7	N-(β-D-ксилопиранозил)-2,4-дихлорфенилмочевина	0,612/ 0,042	0,583/ 0,012	0,267/ 0,098	0,153/ 0,293	0,025/ 0,453	0,169/ 0,161	0,014/ 0,712	0,200/ 0,204
8	N-(β-D-галактопиранозил)-2,4-дихлорфенилмочевина	0,658/ 0,033	0,651/ 0,008	0,436/ 0,036	0,286/ 0,135	0,097/ 0,161	0,215/ 0,118	0,013/ 0,750	0,267/ 0,160
9	N-(β-D-глюкопиранозил)-2,4-дихлорфенилмочевина	0,658/ 0,033	0,651/ 0,008	0,436/ 0,036	0,286/ 0,135	0,097/ 0,161	0,215/ 0,118	0,013/ 0,750	0,267/ 0,160
10	N-(β-D-ксилопиранозил)-фенилсемикарбазид	0,782/ 0,014	0,626/ 0,009	0,244/ 0,114	0,148/ 0,300	0,155/ 0,104	0,383/ 0,047	0,017/ 0,661	0,152/ 0,251
11	N-(β-D-галактопиранозил)-фенилсемикарбазид	0,795/ 0,012	0,689/ 0,006	0,429/ 0,038	0,289/ 0,133	0,312/ 0,041	0,452/ 0,033	0,015/ 0,710	0,208/ 0,198
12	N-(β-D-глюкопиранозил)-фенилсемикарбазид	0,795/ 0,012	0,689/ 0,006	0,429/ 0,038	0,289/ 0,133	0,312/ 0,041	0,452/ 0,033	0,015/ 0,710	0,208/ 0,198
13	N-(β-D-ксилопиранозил-карбамоил)-диэтилендиамин	0,569/ 0,052	0,562/ 0,013	0,347/ 0,063	0,226/ 0,188	0,014/ 0,634	0,206/ 0,126	0,024/ 0,556	0,137/ 0,271
14	N-(β-D-галактопиранозил-карбамоил)-диэтилендиамин	0,632/ 0,038	0,643/ 0,008	0,488/ 0,022	0,370/ 0,087	0,073/ 0,207	0,257/ 0,090	0,019/ 0,624	0,189/ 0,214
15	N-(β-D-глюкопиранозил-карбамоил)-диэтилендиамин	0,632/ 0,038	0,643/ 0,008	0,488/ 0,022	0,370/ 0,087	0,073/ 0,207	0,257/ 0,090	0,019/ 0,624	0,189/ 0,214
16	1-[N-(β-D-ксилопиранозил) карбамоил]-3,5-диметилпиразол	0,565/ 0,053	0,457/ 0,026	0,402/ 0,046	0,107/ 0,390	0,010/ 0,743	0,132/ 0,198	0,042/ 0,390	0,190/ 0,213
17	1-[N-(β-D-галактопиранозил) карбамоил]-3,5-диметилпиразол	0,622/ 0,040	0,539/ 0,016	0,502/ 0,019	0,245/ 0,168	0,041/ 0,314	0,182/ 0,148	0,034/ 0,463	0,254/ 0,167
18	1-[N-(β-D-глюкопиранозил) карбамоил]-3,5-диметилпиразол	0,599/ 0,045	0,266/ 0,088	0,479/ 0,024	0,122/ 0,351	0,025/ 0,447	0,113/ 0,227	0,152/ 0,086	0,278/ 0,155
19	1-[N-(β-D-ксилопиранозил) карбамоил]-3-метилпиразолон-5	0,470/ 0,081	0,329/ 0,058	0,697/ 0,002	0,081/ 0,474	0,008/ 0,826	0,126/ 0,207	0,012/ 0,771	0,143/ 0,263
20	1-[N-(β-D-галактопиранозил)	0,536/	0,417/	0,702/	0,207/	0,030/	0,175/	0,011/	0,196/

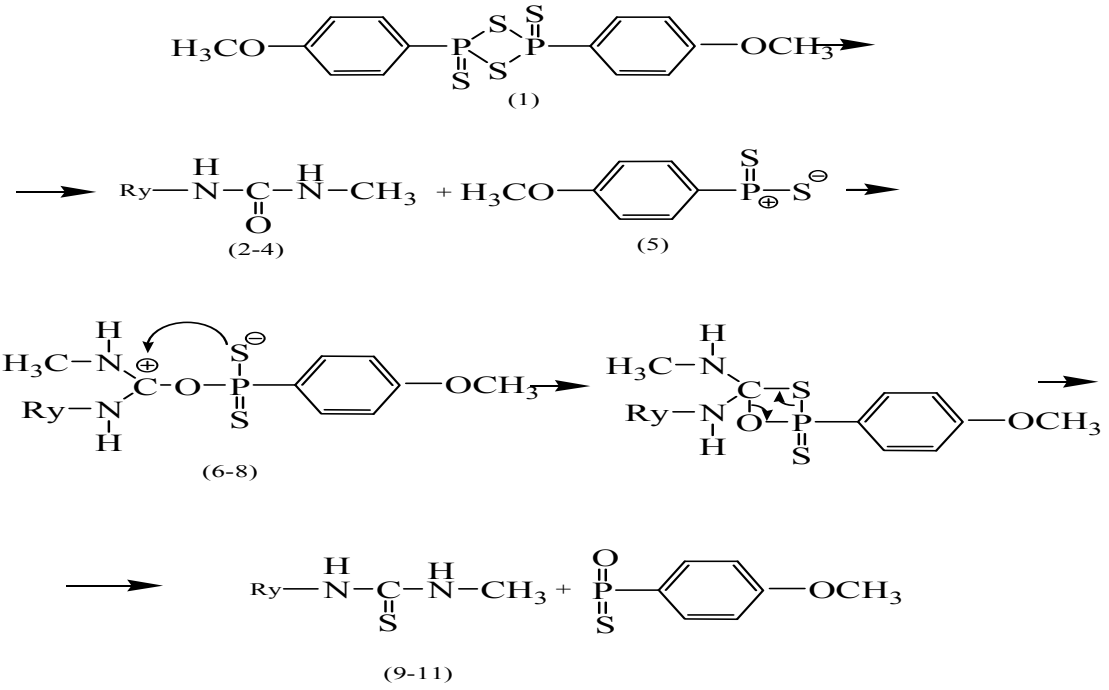
	карбамоил]-3-метилпиразолон-5	0,061	0,034	0,002	0,209	0,405	0,155	0,800	0,207
21	1-[N-(β-D-глюкопиранозил) карбамоил]-3-метилпиразолон-5	0,536/ 0,061	0,417/ 0,034	0,702/ 0,002	0,207/ 0,209	0,030/ 0,405	0,175/ 0,155	0,011/ 0,800	0,196/ 0,207
22	N-(β-D-галактопиранозил-1)-2-никотиоил-семикарбазид	0,779/ 0,014	0,613/ 0,010	0,384/ 0,051	0,297/ 0,128	0,162/ 0,099	0,173/ 0,156	0,020/ 0,5	0,078/ 0,384
23	N-(β-D-галактопиранозил-1)-2-изоникотиоил-семикарбазид	0,799/ 0,012	0,657/ 0,007	0,407/ 0,044	0,285/ 0,136	0,179/ 0,088	0,216/ 0,117	0,019/ 0,621	0,081/ 0,375

Из таблицы 1 видно, что результаты прогнозирования галакто- и глюко аналогов идентичны, что означает структурно-химические ограничения, которые имеются и для углеводов - программа не различает аксиально и экваториально расположенные заместители. D-галактоза является диастереомером D-глюкозы. Заместители у каждого атома цикла могут находиться в аксиальном или экваториальном положениях. Аксиальные связи расположены параллельно оси симметрии цикла и направлены попеременно вверх и вниз. Экваториальные связи ориентированы под углом 109^0 к оси симметрии цикла также попеременно вверх и вниз.

Кроме этого, представляли интерес тиомочевинные производные моносахаридов, поскольку введение атома серы в молекулу гликозилмочевин приводит к увеличению нуклеофильных свойств тиомочевин, что особенно важно в синтезе гетероароматических систем с различным содержанием гетероатомов в цикле, а также измененииие природы гетероатома резко изменяет фармакологические свойства соединений [4]. При изучении способов замены атома кислорода гликозилмочевин на атом серы нами разработан новый способ получения углеводных тиомочевин с применением реагента Lawesson [5].

Сущность предлагаемого способа заключается во взаимодействии реагента Lawesson (1) с гликозилметилмочевинами (2-4) при соотношении 1:1 в среде пиридина, в присутствии углекислого газа (схема 1).

Схема 1. Механизм реакции тионирования гликозилметилмочевин
Scheme 1. The reaction mechanism of thionation of glycosylmethylureas



где: Ry = ксилоза, глюкоза и галактоза

Реакция протекает достаточно быстро, так что зафиксировать промежуточное образование соответствующих продуктов нам не удалось. Вероятнее всего, это связано с распадом реагента Lawesson (1) на дитиометафосфонат (5), который имеет резонансную структуру. Взаимодействие дитиометафосфоната с гликозилметилмочевинами (2-4) приводит к образованию промежуточных циклических тиокеталей (6-8), при последующем разложении которого образуются конечные продукты (9-11).

В таблице 2 представлены результаты прогнозирования синтезированных таким путем производных тиомочевин.

Таблица 2. **Результаты прогнозирования противоопухолевой активности углеводных производных тиомочевин**

Table 2. Prediction results of antitumor activity of carbohydrate derivatives of thioureas

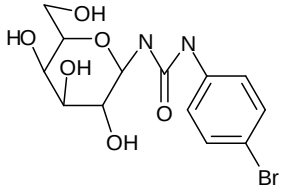
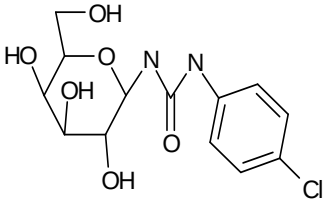
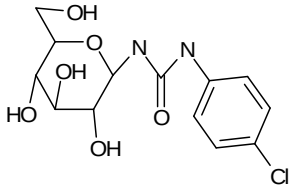
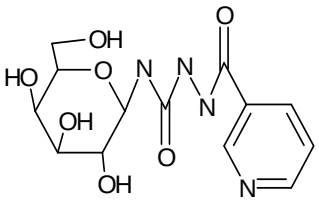
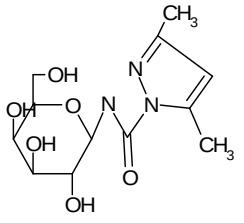
№	Название соединений	Прогноз активности *Pa / Pi*							
		Antineoplastic	Angiogenesis inhibitor	Antimetastatic	Apoptosis agonist	Antileukemic	Cytostatic	Antimitotic	Toxic
24	N-(β-D-ксилопиранозил)-п-бромфенилтиомочевина	0,640/ 0,037	0,513/ 0,019	0,219/ 0,136	0,317/ 0,117	0,029/ 0,414	0,205/ 0,126	0,022/ 0,580	0,268/ 0,160
25	N-(β-D-галактопиранозил)-п-бромфенилтиомочевина	0,682/ 0,029	0,588/ 0,011	0,414/ 0,042	0,419/ 0,064	0,115/ 0,138	0,257/ 0,090	0,018/ 0,639	0,347/ 0,124
26	N-(β-D-глюкопиранозил)-п-бромфенилтиомочевина	0,682/ 0,029	0,588/ 0,011	0,414/ 0,042	0,419/ 0,064	0,115/ 0,138	0,257/ 0,090	0,018/ 0,639	0,347/ 0,124
27	N-(β-D-ксилопиранозил)-п-хлорфенилтиомочевина	0,531/ 0,062	0,433/ 0,030	0,290/ 0,086	0,275/ 0,143	0,020/ 0,525	0,199/ 0,132	0,014/ 0,722	0,308/ 0,139
28	N-(β-D-галактопиранозил)-п-хлорфенилтиомочевина	0,596/ 0,046	0,518/ 0,018	0,453/ 0,031	0,395/ 0,075	0,085/ 0,183	0,249/ 0,095	0,012/ 0,760	0,393/ 0,108
29	N-(β-D-глюкопиранозил)-п-хлорфенилтиомочевина	0,596/ 0,046	0,518/ 0,018	0,453/ 0,031	0,395/ 0,075	0,085/ 0,183	0,249/ 0,095	0,012/ 0,760	0,393/ 0,108
30	N-(β-D-ксилопиранозил)-2,4-дихлорфенил-тиомочевина	0,416/ 0,098	0,402/ 0,037	0,254/ 0,106	0,251/ 0,163	0,018/ 0,554	0,183/ 0,147	0,010/ 0,811	0,336/ 0,128
31	N-(β-D-галактопиранозил)-2,4-дихлорфенил-тиомочевина	0,493/ 0,073	0,489/ 0,022	0,429/ 0,038	0,373/ 0,086	0,073/ 0,207	0,230/ 0,107	0,009/ 0,833	0,418/ 0,099
32	N-(β-D-глюкопиранозил)-2,4-дихлорфенил-тиомочевина	0,493/ 0,073	0,489/ 0,022	0,429/ 0,038	0,373/ 0,086	0,073/ 0,207	0,230/ 0,107	0,009/ 0,833	0,418/ 0,099
33	N-(β-D-ксилопиранозил)-фенилтиосемикарбазид	0,704/ 0,025	0,376/ 0,043	0,231/ 0,125	0,271/ 0,146	0,120/ 0,133	0,511/ 0,024	0,167/ 0,076	0,267/ 0,160
34	N-(β-D-галактопиранозил)-фенилтиосемикарбазид	0,731/ 0,021	0,470/ 0,024	0,422/ 0,040	0,393/ 0,076	0,275/ 0,051	0,560/ 0,017	0,127/ 0,113	0,346/ 0,124
35	N-(β-D-глюкопиранозил)-фенилтиосемикарбазид	0,731/ 0,021	0,470/ 0,024	0,422/ 0,040	0,393/ 0,076	0,275/ 0,051	0,560/ 0,017	0,127/ 0,113	0,346/ 0,124
36	1-[N-(β-D-ксилопиранозил) тиокарбамоил]-3,5-диметилпиразол	0,760/ 0,017	0,317/ 0,063	0,392/ 0,049	0,183/ 0,244	0,010/ 0,736	0,120/ 0,216	0,042/ 0,391	0,199/ 0,205
37	1-[N-(β-D-галактопирано-зил)карбамоил]-3,5-диметилпиразол	0,225/ 0,207	0,733/ 0,019	0,543/ 0,012	0,096/ 0,421	0,057/ 0,245	0,088/ 0,284	0,047/ 0,345	0,301/ 0,142
38	1-[N-(β-D-глюкопиранозил) карбамоил]-3,5-диметилпиразол	0,796/ 0,012	0,465/ 0,025	0,452/ 0,032	0,408/ 0,069	0,100/ 0,157	0,202/ 0,129	0,041/ 0,396	0,129/ 0,283
39	1-[N-(β-D-ксилопиранозил) тиокарбамоил]-3-метилпиразолон-5	0,449/ 0,087	0,017/ 0,774	0,691/ 0,002	0,033/ 0,760	0,005/ 0,946	0,047/ 0,468	0,009/ 0,825	0,089/ 0,356
40	1-[N-(β-D-галактопиранозил) карбамоил]-3-метилпиразолон-5	0,178/ 0,255	0,016/ 0,782	0,718/ 0,002	0,046/ 0,659	0,020/ 0,518	0,112/ 0,229	0,014/ 0,721	0,305/ 0,140
41	1-[N-(β-D-глюкопиранозил) карбамоил]-3-метилпиразолон-5	0,752/ 0,018	0,332/ 0,057	0,695/ 0,002	0,243/ 0,170	0,024/ 0,456	0,126/ 0,206	0,009/ 0,835	0,162/ 0,240
42	N-(β-D-галактопиранозил-1)-2-никотиоил-тиосемикарбазид	0,577/ 0,050	0,396/ 0,038	0,406/ 0,045	0,321/ 0,115	0,117/ 0,136	0,200/ 0,130	0,031/ 0,490	0,121/ 0,294
43	N-(β-D-галактопиранозил-1)-2-изоникотиоил-тиосемикарбазид	0,709/ 0,024	0,446/ 0,028	0,417/ 0,042	0,325/ 0,112	0,120/ 0,132	0,208/ 0,124	0,043/ 0,382	0,216/ 0,192

Из 43 исследованных виртуальных соединений у 35 прогнозируется с высокой вероятностью противоопухолевая (antineoplastic) активность (0,9>***Pa***>0,5***)***, антиангиогенная (Angiogenesis inhibitor) активность (Pa до 0,79***)*** и с низкой вероятностью цитотоксическая/цитостатическая (Cytostatic/Cytotoxic) активности.

Для соединений с наибольшей вероятностью проявления противоопухолевой активности проведен прогноз цитотоксического действия на опухолевых клетках 5 линий, используемых в НИИ ЭДиТО при скрининге in vitro (табл. 3).

Таблица 3. Результаты прогнозирования цитостатического действия на опухолевые клетки 5 линий 6 гликозидов мочевин с наибольшей вероятностью проявления противоопухолевой активности

Table 3. The results of predicting the cytostatic effect on tumor cells of 5 lines of 6 urea glycosides with the highest probability of manifestation of antitumor activity

№ п.п	Химическая структура	Прогноз противоопухолевой активности *Pa / Pi*	Прогноз цитостатической активности *Pa Pi*
1		0,784/ 0,014	0,561 0,038 клетки A549 0,534 0,018 клетки PC-3 0,249 0,164 клетки MCF7 0,012 0,802 клетки HCT-116 0,015 0,833 клетки Jurkat
2		0,784/ 0,014	0,561 0,038 клетки A549 0,534 0,018 клетки PC-3 0,249 0,164 клетки MCF7 0,012 0,802 клетки HCT-116 0,015 0,833 клетки Jurkat
3		0,706/ 0,025	0,664 0,024 клетки A549 0,501 0,022 клетки PC-3 0,403 0,068 клетки MCF7 0,018 0,799 клетки Jurkat 0,008 0,852 клетки HCT-116
4		0,795 / 0,012	0,766 0,005 клетки PC-3 0,577 0,029 клетки MCF7 0,502 0,050 клетки A549 0,169 0,190 клетки HCT-116 0,007 0,901 клетки Jurkat
5		0,802 / 0,012	0,585 0,035 клетки A549 0,361 0,087 клетки MCF7 0,213 0,135 клетки PC-3 0,021 0,717 клетки HCT-116 0,006 0,908 клетки Jurkat

Выводы. С помощью компьютерной системы PASS проведено прогнозирование различных видов биологической активности по молекулярной структуре 43 соединений из класса производных гликозидов мочевины и тиомочевины. Для большинства исследованных виртуальных соединений получена низкая вероятность проявления цитостатической активности и высокая вероятность проявления противоопухолевой активности, обусловленной, предположительно, антиангиогенными свойствами. Среди изученных соединений выявлены перспективные для экспериментального исследования вещества с высокой вероятностью проявления противоопухолевой активности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эрназарова Б.К. Синтез N-арилзамещенных гликозилмочевин / Б.К. Эрназарова // Известия НАН КР. –Бишкек, 2012. -№1. -С.41-45.
2. Давыдов М.И. Экспериментальная онкология на рубеже веков / М.И. Давыдов, А.Ю. Барышникова. –М., 2003. - 157 с.

3. Бакирова А.А. Синтез производных тиомочевин на основе реакции тионирования. канд.дисс. / А.А. Бакирова. – Бишкек, 2016.
4. Эрназарова Б.К. Применение LR в качестве реагента для тионирования гликолизилметилмочевин / Б.К. Эрназарова, А.А. Бакирова, Ж.А. Джаманбаев // Материалы международной научно-практической конференции «Теоретические и практические аспекты естественных и математических наук». -Новосибирск, 2012. -С.137-144.

УСУЛИ ТАҲҚИҚИ IN SILICO ВА IN-VITRO ҲОСИЛАҲОИ КАРБОГИДРОГЕНИИ (ТИО)МОЧЕВИНА БО ХУСУСИЯТИ ЗИДДИВАРАМКУНӢ

Дар мақолаи мазкур натиҷаҳои фаъолнокии зидди варамкунии ҳосилаҳои карбогидрогении (тио)мочевина таҳқиқ шудаанд. Нишон дода шудааст, ки барои бисёр таҳқиқотҳои пайвастагии виртуалии мочевина эҳтимолияти ҳосилшавии фаъолияти ситостатистикӣ ва имконияти паст кардани фаъолияти зиддиварамкунӣ хос аст, ки хусусиятҳои антиангигениро соҳиб мебошад. Дар байни пайвастҳои омӯхташаванда барои таҳқиқоти амалӣ модда бо имкониятҳои зиёди пайдошавии фаъолияти зиддиварамкунӣ муайян гардидааст.

Калидвожаҳо: синтези ҳосилаҳои карбогидрогении тиомочевина, муайянкунандаи Lawesson, пешгӯии фаъолияти зиддиварамкунӣ, омӯзиши in-vitro.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ IN SILICO И IN-VITRO УГЛЕВОДНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ (ТИО)МОЧЕВИН С ПРОТИВООПУХОЛЕВЫМИ СВОЙСТВАМИ

В статье рассмотрены результаты прогнозирования противоопухолевой активности углеводных производных (тио)мочевин. Показано, что для большинства исследованных виртуальных соединений получена низкая вероятность проявления цитостатической активности и высокая вероятность проявления противоопухолевой активности, обусловленной, предположительно, антиангиогенными свойствами. Среди изученных соединений выявлены перспективные для экспериментального исследования вещества с высокой вероятностью проявления противоопухолевой активности.

Ключевые слова: синтез углеводных производных тиомочевин - реагент Lawesson - прогноз противоопухолевой активности - изучение in-vitro.

RESEARCH BY THE SILICO AND IN-VITRO METHODS OF CARBOHYDRATE DERIVATIVES (TIO) OF UREA WITH ANTITUMOR PROPERTIES

The article describes the results of predicting the antitumor activity of carbohydrate derivatives (tio) urea. It has been shown that for most of the studied virtual compounds, a low probability of manifestation of cytostatic activity and a high probability of manifestation of antitumor activity, presumably due to antiangiogenic properties, have been obtained. Among the studied compounds, promising for experimental studies of substances with a high probability of manifestation of antitumor activity were identified.

Key words: synthesis of carbohydrate derivatives of thioureas - Lawesson reagent - prognosis of antitumor activity - in vitro study.

Сведения об авторах: ***Эрназарова Бактыгул Кочкорбаевна*** - Жалал-Абадский государственный университет, кандидат химических наук, доцент кафедры медико-биологических дисциплин, медицинский факультет. **Адрес:** 715600, Кыргызская Республика, г. Жалал-Абад, улица Ленина 57. Телефон: +**996771465194**. E-mail: **nauca_07@mail.ru**

Бакирова Аида Адилбековна - Жалал-Абадский государственный университет, кандидат химических наук, доцент, зав. кафедрой медико-биологических дисциплин, медицинский факультет. **Адрес:** 715600, Кыргызская Республика, г. Жалал-Абад, улица Ленина 57. Телефон: **+996770251181.** E-mail: **nauca_07@mail.ru**

Джуманазарова Асылкан Зулпукаровна - Институт химии и фитотехнологий НАН КР, доктор химических наук, профессор. **Адрес:** 720071 Кыргызская Республика, г. Бишкек, проспект Чуй, 267. Телефон: **+996312641995; +996703207088; +996 553 557188.** E-mail: **dzhumanazarova@gmail.com**

Апрышко Галина Александровна – ФГБУ "РОНЦ им. Н.Н Блохина", кандидат биологических наук, старший научный сотрудник. **Адрес**: Россия, г. Москва, Минздрава России. E-mail: **g48@mail.ru**

Information about the authors: ***Ernazarova Baktygul Kochkorbaevna*** - Jalal-Abad State University, candidate of chemical sciences, associate professor of the department of biomedical disciplines, medical faculty. **Address:** 715600, Kyrgyz Republic, Jalal-Abad, Lenin street 57. Phone: **+996771465194.** E-mail: **nauca_07@mail.ru**

Bakirova Aida Adilbekovna - Jalal-Abad State University, Candidate of Chemical Sciences, Associate Professor, Head. Department of Biomedical Disciplines, Faculty of Medicine. **Address:** 715600, Kyrgyz Republic, Jalal-Abad, Lenin street 57. Phone: **+996770251181**. E-mail: **nauca_07@mail.ru**

Dzhumanazarova Asylkan Zulpukarovna - Institute of Chemistry and Phytotechnology of the NAS of the Kyrgyz Republic, Doctor of Chemical Sciences, Professor. **Address:** 720071, Kyrgyz Republic, Bishkek, Chui Avenue, 267. Phone: **+996312641995; +996703207088; +996 553 557188.** E-mail: **dzhumanazarova@gmail.com**

Apryshko Galina Aleksandrovna - FSBI RONTs im. N.N Blokhina ", Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher. **Address:** Russia, Moscow, Ministry of Health of Russia. E-mail: **g48@mail.ru**

УДК 622.364:622.765

РЕНТГЕНОСТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ ИСХОДНОЙ РУДЫ И ПРОДУКТОВ ФЛОТАЦИИ ЗОЛОТО-СУРЬМЯНО-РТУТНЫХ РУД МЕСТОРОЖДЕНИЯ ДЖИЖИКРУТ

Самихов Ш.Р., Холов Х.И., Ниёзов А.С.
Таджикский национальный университет,
Институт химии им. В.И. Никитина АН Республики Таджикистан

Введение. Джижикрутское ртутно-сурьмяное месторождение по запасам сурьмы (свыше 180 тыс.тн) относится к числу уникальных в Центральной Азии. Оно расположено на северном склоне Гиссарского хребта, в верховьях реки Зеравшан, на высотах 2000–2600 м над уровнем моря.

В лабораторных условиях исследована комплексная переработка золото-сурьмяно-ртутной руды из месторождения Джижикрута. Предварительные исследования по флотации проводили согласно упрощенной схеме, которая включала в себе основную и контрольную флотацию и перечистки концентрата, две или три в зависимости от качества получаемого концентрата. Время основной и контрольной флотации было по 10 минут. Концентраты основной и контрольной флотации объединялись. В результате флотации получен концентрат, промежуточный продукт и хвосты [1,с.533; 2,с.200].

Для достоверности полученного концентрата в процессе флотации из золото-сурьмяно-ртутной руды проводился рентгенофазовый анализ на приборе «Дрон-1,5» с использованием рентгеновской трубки Cu_{α}.

Экспериментальная часть. В практике научно-исследовательских лабораторий широкое применение находят рентгеновские дифрактометры - приборы, использующие ионизационные или сцинтилляционные методы регистрации дифракционных максимумов [3,с.60]. Современный дифрактометр является сложной установкой, в которой осуществляется фокусировка лучей, отраженных от образца, и измеряется интенсивность дифракционных максимумов с помощью счетчиков [4,с.13]. Установка снабжена электронной и интегрирующей схемами и автоматической записью кривых интенсивности.

В России [5,с.184] для физико-химического анализа в основном используются дифрактометры УРС-50ИМ (универсальная рентгеновская установка с ионизационной регистрацией на 50 кВт) и ДРОН-1,0; ДРОН-1,5; ДРОН-2,0 и ДРОН-3,0.

В рентгеноструктурном анализе в основном используются три метода: метод Лауэ; метод вращения монокристалла; метод порошков или поликристаллов [6,с.14; 7,с.149].

Фазовый состав продуктов различных стадий обработки руд месторождения Джижикрут нами был изучен с помощью рентгеноструктурного анализа на дифрактометре «Дрон-1,5».

Каждая фаза имеет свою спецфизическую кристаллическую решетку с определенными параметрами и ей соответствует на дифрактограмме своя система пиков [8,с.413]. Поэтому при исследовании вещества, представляющего собой смесь нескольких фаз, получается дифрактограмма, на которой присутствуют пики всех фаз, входящих в состав образца.

Определение линий дифрактограммы и расчет позволяют получить точные данные о качественном фазовом составе исследуемого образца. На дифрактограммах интенсивность линий различных фаз зависит от многих факторов, в том числе и от количества той или иной фазы. С увеличением содержания фазы в смеси интенсивность принадлежавших ей линий возрастает [9,с.206].

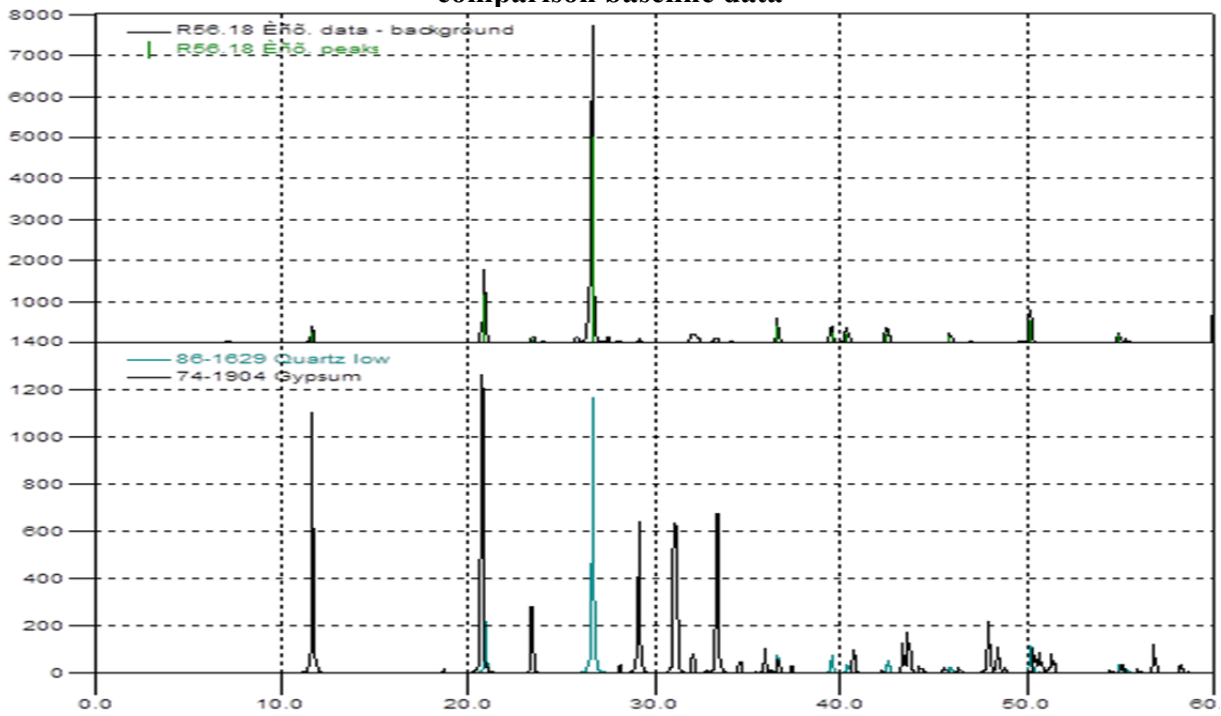
Результаты и их обсуждения. Диагностика вещественного состава осуществлялась методами рентгеновской дифрактометрии на дифрактометре «Дрон-1,5» (Cu_{α}-анод). Рентгеновские порошковые дифрактограммы исходных золото-сурьмяно-ртутных руд, продуктов промежуточного обогащения и конечных продуктов обогащения руд, результаты которых приведены на рисунках 1- 4 и таблице 1.

При исследовании вещества, представляющего собой смесь нескольких фаз получаемой дифрактограммы, на которой присутствуют пики всех фаз, входящих в состав образца.

На рисунке 1 представлены рентгенограммы исходной руды нижних горизонтов Джижикрутского месторождения в сравнении с базовыми данными. Как видно из рентгенограммы, основными минералами исходной руды являются: гипс и кварц, которые соответствуют литературным данным приборов.

Рис.1. Рентгеновская порошковая дифрактограмма исходной руды золото-сурьмяно-ртутных руд в сравнении с базовыми данными

Fig. 1. X-ray powder diffractogramma initial ore gold-antimony-mercury of ores with comparison baseline data



Данные рисунка 2 показывают спектры промежуточного продукта флотации. Как видно из рентгенограммы промежуточного продукта флотации, основными минералами его являются стибнит, доломит, которые покрывают диапазоны 11-56°, с характерным пиком в 30,9°.

Рис.2. Рентгеновская порошковая дифрактограмма промежуточный продукт флотации золото-сурьмяно-ртутных руд в сравнении с базовыми данными

Fig. 2. X-ray powder diffractogramma an intervening product of flotation gold- antimony-mercury of ores with comparison baseline data

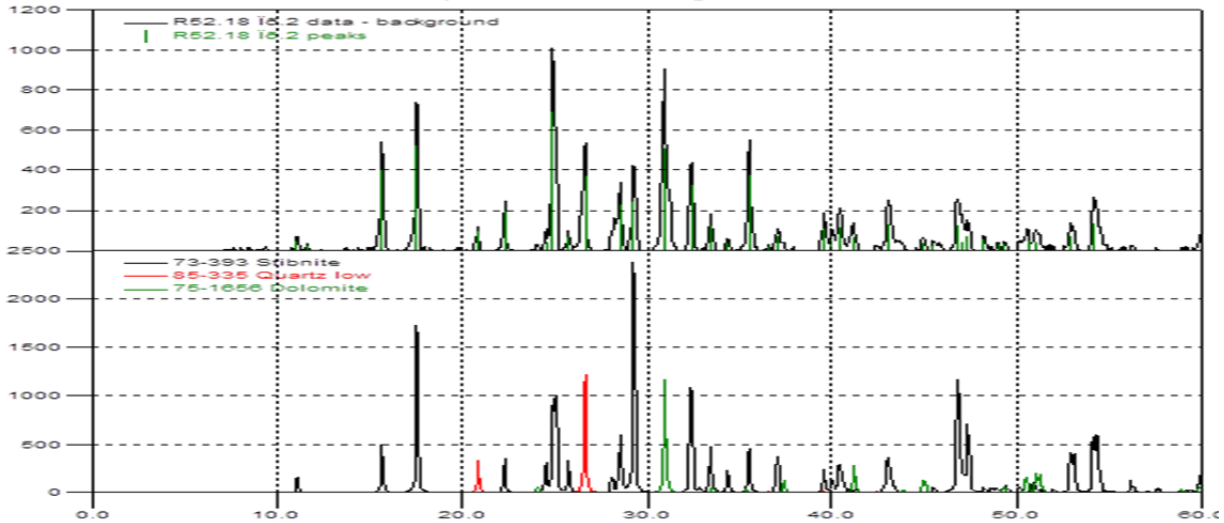


Таблица 1. Основные параметры рентгенограммы сурьмяно-ртутных руд месторождения Джижикрут и его продукты после обогащения

Table 1. The main parameters of radiographs of antimony-mercury ores from the Dzhizhikrut deposit and its products after enrichment

№	Исходная руда		Пром.продукт		Концентрат		Хвосты	
	d Межплос. расстояния	I Интенсив-ность	d Межплос. расстояния	I Интенсив-ность	d Межплос. расстояния	I Интенсив-ность	d Межплос. расстояния	I Интенсив-ность
1	11,675	7,5733	11,631	7,6023	11,631	7,6023	11,675	7,5733
2	20,899	4,2471	15,668	5,6512	15,668	5,6512	20,899	4,2471
3	23,488	3,7845	17,556	5,0474	17,556	5,0474	23,488	3,7845
4	26,681	3,3383	20,843	4,2583	20,843	4,2583	26,681	3,3383
5	29,181	3,0578	22,025	4,0324	22,025	4,0324	29,181	3,0578
6	32,061	2,7893	24,046	3,6979	24,046	3,6979	32,061	2,7893
7	33,313	2,6874	25,860	3,4424	25,860	3,4424	33,313	2,6874
8	35,830	2,5041	26,649	3,3422	26,649	3,3422	35,830	2,5041
9	36,591	2,4537	29,440	3,0314	29,440	3,0314	36,591	2,4537
10	39,515	2,2787	30,943	2,8875	30,943	2,8875	39,515	2,2787
11	40,343	2,2338	32,404	2,7606	32,404	2,7606	40,343	2,2338
12	42,491	2,1257	33,525	2,6708	33,525	2,6708	42,491	2,1257
13	45,845	1,9777	35,551	2,5231	35,551	2,5231	45,845	1,9777
14	46,345	1,9575	36,544	2,4568	36,544	2,4568	46,345	1,9575
15	50,179	1,8166	37,366	2,4046	37,366	2,4046	50,179	1,8166
16	54,918	1,6708	39,492	2,2799	39,492	2,2799	54,918	1,6708
17	55,372	1,6578	40,301	2,2360	40,301	2,2360	55,372	1,6578

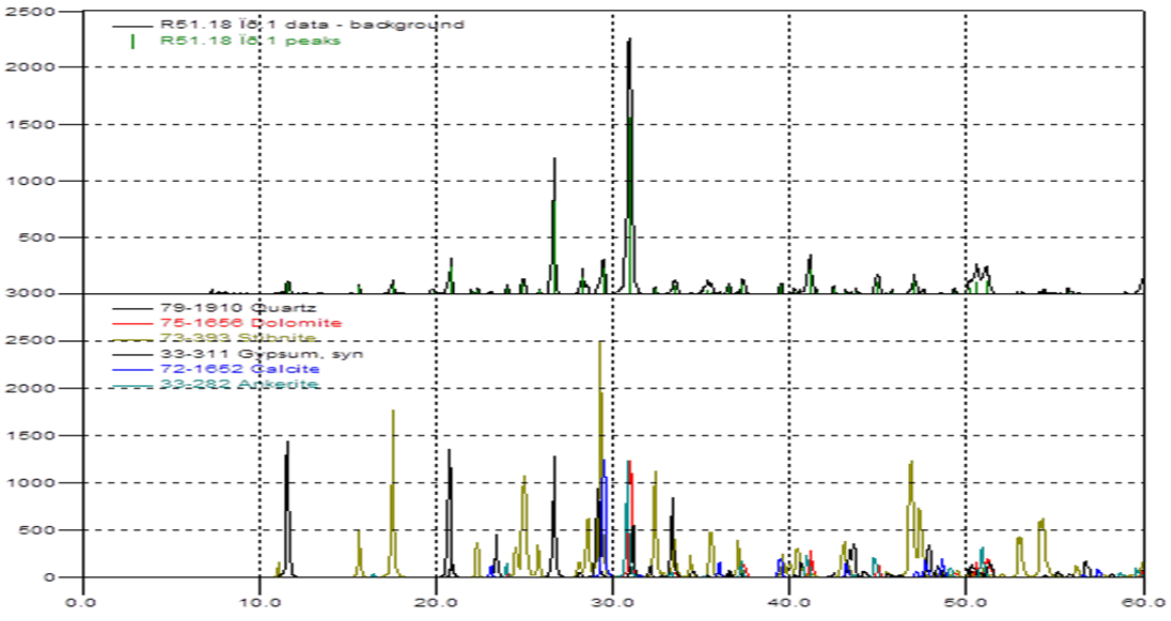
На рисунке 3 представлены рентгенограммы концентрата, полученные при оптимальных условиях флотации руд нижних горизонтов месторождения Джижикрут.

Во всех пробах наблюдается аморфизация структуры минерала кварца (SiO_2), стибнита (Sb_2S_3), доломита ($CaCO_3 \times MgCO_3$) и гипса ($CaSO_4 \times 2H_2O$), входящих в состав исходной руды и продуктов обогащения с сохранением характерных рефлексов кварца.

Особенно четко диагностируется стибнит (Sb_2S_3), который выдает характерные пики в области 17-18°, 29-30° и пучок пиков в 46 – 48°.

Рис.3. Рентгеновская порошковая дифрактограмма концентрата флотации золото-сурьмяно-ртутных руд со сравнением базовых данных

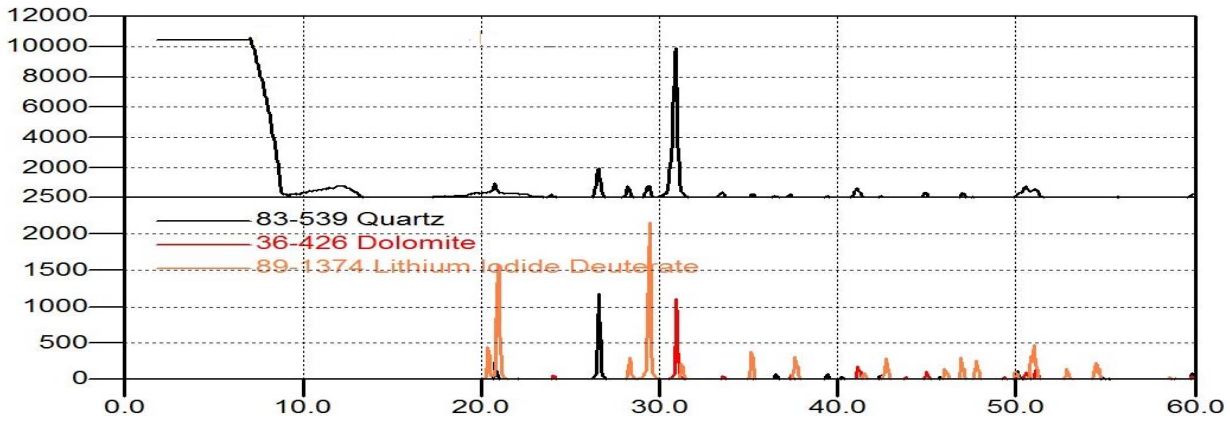
Fig. 3. X-ray powder diffractogramma a concentrate of flotation gold- antimony -mercury of ores with comparison baseline data



На рисунке 4 представлены результаты дифрактограммы хвостов флотации золото-сурьмяно-ртутных руд нижнего горизонта Джижикрутского месторождения. Как видно из рисунка, линии стибнита отсутствуют в хвостах флотации, это обясняется тем, что при флотации стибнит извлекается из концентрата.

Рис.4. Рентгеновская порошковая дифрактограмма хвостов флотации золото-сурьмяно-ртутных руд со сравнением базовых данных

Fig. 4. X-ray powder diffractogramma a tails of flotation gold- antimony-mercury of ores with comparison baseline data



Таким образом, можно сделать вывод, что данные результатов химического анализа подтверждаются рентгенографическим исследованием исходных золото-сурьмяно-ртутных руд и продуктов их обогащения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сидоренко З.В. Ртутно-сурьмяное месторождение Джижикрут в Таджикистане / З.В. Сидоренко // Советская геология. - 1948. -№34. –С.60-66.
2. Буланов Е.Н. Рентгенография. Физические основы метода и практическое приложение. Электронное учебно-методическое пособие / Е.Н. Буланов. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2014. – 13 с.
3. Вазиров К.В. Ртутно-сурьмяно-золоторудная формация Центрального Таджикистана и её промышленное значение / К.В. Вазиров. -Душанбе: Дониш, 1992. – 348 с.
4. Новикова Т.И. Окисные минералы сурьмы Джижикрутского ртутно-сурьмяного месторождения / Т.И. Новикова // Известия АН Тадж. ССР, отд. ест. наук. -1958. -№2. –С.13-27.
5. Русаков А.А. Рентгенография металлов / А.А. Русаков. –М.: Атомиздат, 1977. -210 с.
6. Холов Х.И. Характеристика геологии, минералогический и химический состав руд месторождения Джижикрута / Х.И. Холов, Ш.Р. Самихов, А.С. Ниёзов // «Евразийское Научное Объединение», Сб. мат-лов «Итоги науки в теории и практике» 2018, XLVI Международная научная конференция. –М., 2018. -№12(46). –С.413-416.
7. Шадчинев А.С. Геологическое строение и полезные ископаемые фанерозоя Кухистана (Центральный Таджикистан). / А.С. Шадчинев, Р.Д. Бахтдавлатов. -Душанбе, 2008. – 406 с.
8. Самихов Ш.Р. Технология обогащения руд нижних горизонтов Джижикрутского месторождения / Ш.Р. Самихов, Х.И. Холов, З.А. Зинченко // Доклады АН Республики Таджикистан. – 2017. –Т.60. -№10. -С.533-538.
9. Самихов Ш.Р. Обогащения сурьмяных руд / Ш.Р. Самихов, Х.И. Холов // Перспективы развития технологии переработки углеводородных и минеральных ресурсов // Материалы VII Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. -Иркутск, 2017. -С.200-202.

ТАҲЛИЛИ РЕНТГЕНОСТРУКТУРИИ МАЪДАНИ ИБТИДОӢ ВА МАҲСУЛОТҲОИ ФЛОТАТСИОНИИ ТИЛЛО-СУРМА-СИМОБДОРӢ КОНИ ҶИҶИКРУТ

Дар мақолаи мазкур таркиби атомӣ-молекулавии маъдани ибтидоӣ ва маҳсулотҳои флотатсионии тилло-сурма-симобдорӣ кони Ҷичикрут дар асоси паҳнкунии нурҳои рентгенӣ оварда шудааст. Ин маҳсулотҳо дар дифрактометри рентгении баландтехнологии умумӣ, ки номи ДРОН-3-ро дорад, таҳлил шудаанд. Дастгоҳи ДРОН-3 барои иҷро кардани тадқиқотҳои таркиби рентгении бисёри масолеҳҳои монокристаллӣ ва поликристаллии гуногун пешниҳод шудааст. Истифодаи приставкаҳои алоҳида имконияти гузаронидани таҳқиқот бо иҳотаи кунҷи ҳудудҳо аз 12 дақиқа; дар ҳароратҳои фосилаҳои аз + 20 то +2000^{0}С ва аз +20 то -180^{0}С медиҳад.

Дар натиҷаи аксбардорӣ дар ДРОН-3 дифрактограмма ба даст меояд. Дифрактограмма тавсифдиҳандаи мавҷуд будани рефлекс, баландии он ва кунҷ мебошад. Натиҷаи таҳлили рентгенофаза коркард шуда, дар расмҳо тасвир ёфтааст.

Калидвожаҳо: стибнит, ДРОН-3, дифрактограмма, усули хокавӣ, доломит, гипс, дифрактометрияи рентгенӣ.

РЕНТГЕНОСТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ ИСХОДНОЙ РУДЫ И ПРОДУКТОВ ФЛОТАЦИИ ЗОЛОТО-СУРЬМЯНО-РТУТНЫХ РУД МЕСТОРОЖДЕНИЯ ДЖИЖИКРУТ

В данной статье рассматривается атомно-молекулярная структура продуктов флотации золото-сурьмяно-ртутных руд месторождении Джижикрут на основе рассеяния рентгеновского излучения. Эти продукты анализированы на высокотехнологичном рентгеновском дифрактометре общего назначения ДРОН-3. Прибор ДРОН-3 предназначен для выполнения широкого круга рентгеноструктурных исследований монокристаллов и поликристаллов различных материалов. Применение специальных приставок делает возможным проведение исследований с охватом области углов, начиная с 12 минут; в температурных интервалах от + 20 до +2000^{0}С и от +20 до -180^{0}С.

В результате съемки на ДРОН-3 получаем дифрактограмму. Дифрактограмма характеризуется наличием рефлекса, его высотой, углом. Результаты рентгенофазового анализа обрабатывают и заносят в рисунки.

Ключевые слова: стибнит, ДРОН-3, дифрактограмма, метод порошков, доломит, гипс, рентгеновская дифрактометрия.

X-RAY CRYSTALLOGRAPHY INITIAL ORE AND PRODUCT FLOTATION GOLD-ANTIMONY-MERCURY ORES OF DEPOSITS DZHIZHIKRUT

This article analyzes the atomno-molecular structure of products of flotation gold-antimony-mercury ores a deposit of Dzhizhikrut on the basis of dispersion of x-ray emanation is considered. These products analyses on hi-tech x-ray diffractometer general purpose DRON-3. Device DRON-3 is intended for wide range performance x-ray crystallography researches of single crystal and polycrystals of various materials. Application of special prefixes does possible carrying out of researches with coverage of area of corners, since 12 minutes; in temperature intervals from + 20 to +2000^{0}C and from +20 to – 180^{0}C.

As a result of shooting on DRON-3 it is received diffractogramm. Diffractogramma it is by characterised reflex presence, its height, a corner. Results x-ray crystallography process and bring in drawings.

Key words: antimony, DRON-3, diffractogramma, a method of powders, dolomite, gypsum, x-ray diffractogramm.

Сведения об авторах: ***Самихов Шонавруз Рахимович*** **–** Таджикский национальный университет, доктор технических наук, заведующий кафедрой высокомолекулярных соединений и химической технологии, доцент **Адрес:** 734025, Республика Таджикистан, Душанбе, проспект Рудаки, 17. E-mail: **samikhov72@mail.ru.** Телефон: **(+992) 900-19-95-72**

Холов Холмахмад Исроилович **–** Институт химии им. В.И. Никитина Академии наук Республики Таджикистан, аспирант. **Адрес**: 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, улица Айни, 229/2. Телефон: **(+992) 909-99-64-63**. E-mail: **Kholmahmad90@mail.ru**

Ниёзов Ансор Сохибович – Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии Академии наук Республики Таджикистан, кандидат геолого-минералогических наук. **Адрес:** 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, улица Айни, 229/2. Телефон: **(+992) 934-70-77-48.** E-mail: **aniyozov@bk.ru**

Information about the authors: ***Samikhov Shonawruz Rahimovich*** **–** Tajik National University, Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Macromolecular Compounds and Chemical Technology. **Address:** 734025, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Rudaki Avenue 17. E-mail: **samikhov72@mail.ru.** Phone: **(+992) 900-19-95-72**

Kholov Kholmahmad Isroilovich **–** Assistant of the name of V.I. Nikitin Institute of Chemistry, Academy of Sciences of the Republic Tajikistan. **Address:** 734063, Republic Tajikistan, c. Dushanbe, st. Ayni, 229/2. Phone: (**+992) 909-99-64-63.** E-mail: **Kholmahmad90@mail.ru**

Niyozov Ansor Sohibovich **–** Candidate of geologo-mineralogy Sciences, The Institute of Geology and Seismology, Academy of Sciences of the Republic Tajikistan. **Address:** 734063, Republic Tajikistan, c. Dushanbe, st. Ayni, 229/2. Phone**: (+992) 934-70-77-48.** E-mail: **aniyozov@bk.ru**

УДК 546.273

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕРАБОТКИ НЕФЕЛИНОВЫХ СИЕНИТОВ ТУРПИ ТАДЖИКИСТАНА МЕТОДОМ СОВМЕСТНОГО СПЕКАНИЯ С СУЛЬФАТОМ НАТРИЯ И КАРБОНАТОМ КАЛЬЦИЯ

Давлатов Д.О., Назаров Ш.Б., Мирсаидов У.М.
Институт химии им. В.И.Никитина АН Республик Таджикистан

В последние годы во многих государствах качественное сырьё для производства алюминия истощается. Поэтому сырьевую базу алюминиевой, строительной и фарфорово-фаянсовой промышленности следует расширять благодаря вовлечению в производство других

видов глинозёмсодержащего сырья [1,2]. В Таджикистане к таким видам сырья относятся нефелины, глины, каолины, кианиты, сиаллиты, алуниты, аргиллиты, бентониты, запасы которых имеются в достаточно больших количествах и месторождения их повсеместно распространены. Эти виды сырья, несмотря на пониженное содержание глинозёма, содержат в своём составе помимо алюминия другие полезные компоненты. Поэтому промышленная переработка этих руд вполне целесообразна, если переработку вести комплексно [3].

Производство глинозёма из указанных руд требует принципиально новых технологических разработок, где одним из важных этапов процесса переработки является разложение сырья с полным извлечением полезных его составляющих. К настоящему времени предложено весьма большое число различных методов [4-5] для извлечения чистого глинозема из алюминиевых руд. Однако практическое применение в промышленности получили лишь немногие из них. Амфотерный характер окиси алюминия позволяет осуществлять ее извлечение из руд, как с помощью щелочей, так и с помощью кислот. В основном известные в настоящее время методы получения глинозема могут быть разбиты на следующие группы: щелочные, кислотные, электротермические и комбинированные [5-7].

Большое число методов, предложенных для получения чистого глинозема, и их разнообразие вызваны, во-первых, наличием различных видов руд (бокситы, нефелины, алуниты, каолины и др.) и, во-вторых, большим или меньшим содержанием тех или иных примесей в этих рудах. Применение кислотных методов может оказаться целесообразным при переработке сырья, содержащего ряд ценных компонентов. Основное достоинство кислотных методов заключается также в том, что они позволяют перерабатывать на глинозем сырье с высоким содержанием кремнезема. Это, очевидно, относится к каолинам, запасы которых представляют собой неисчерпаемую рудную базу для алюминиевой промышленности [8-10].

Целью настоящей работы является исследование влияния смеси сульфата натрия и карбоната кальция на процесс разложения нефелиновых сиенитов Турпи методом их совместного спекания.

Нефелиновые сиениты Турпи, имеющие в своем составе: Al_2O_3 - 22,4%; Fe_2O_3 - 6,4%; Na_2O - 6,5%; K_2O - 6,6%; CaO - 2,5%; SiO_2 - 53,0%, являются бедными по алюминию рудами, но содержание в них щелочных и редких металлов, а также полевошпатовых минералов создает перспективу их комплексного использования. Сульфат натрия и карбонат кальция используются как активаторы, разрушающие каркасные структуры упорных алюмосодержащих минералов, таких как альбит, микроклин и ортоклаз, входящие в составе сырья в количестве 65-75%. С экономической точки зрения, применение Na_2SO_4 и $CaCO_3$ обосновывается тем, что в природе эти соединение широко распространены и доступны.

Применённый нами комбинированный метод совместной переработки нефелиновых сиенитов и смеси Na_2SO_4 и $CaCO_3$ представляет собой высокотемпературный твердофазный процесс, состоявший из стадии спекания сырья с активаторами, сернокислотного разложения полученного спека и разделения компонентов состава полученной пульпы на её составляющие продукты.

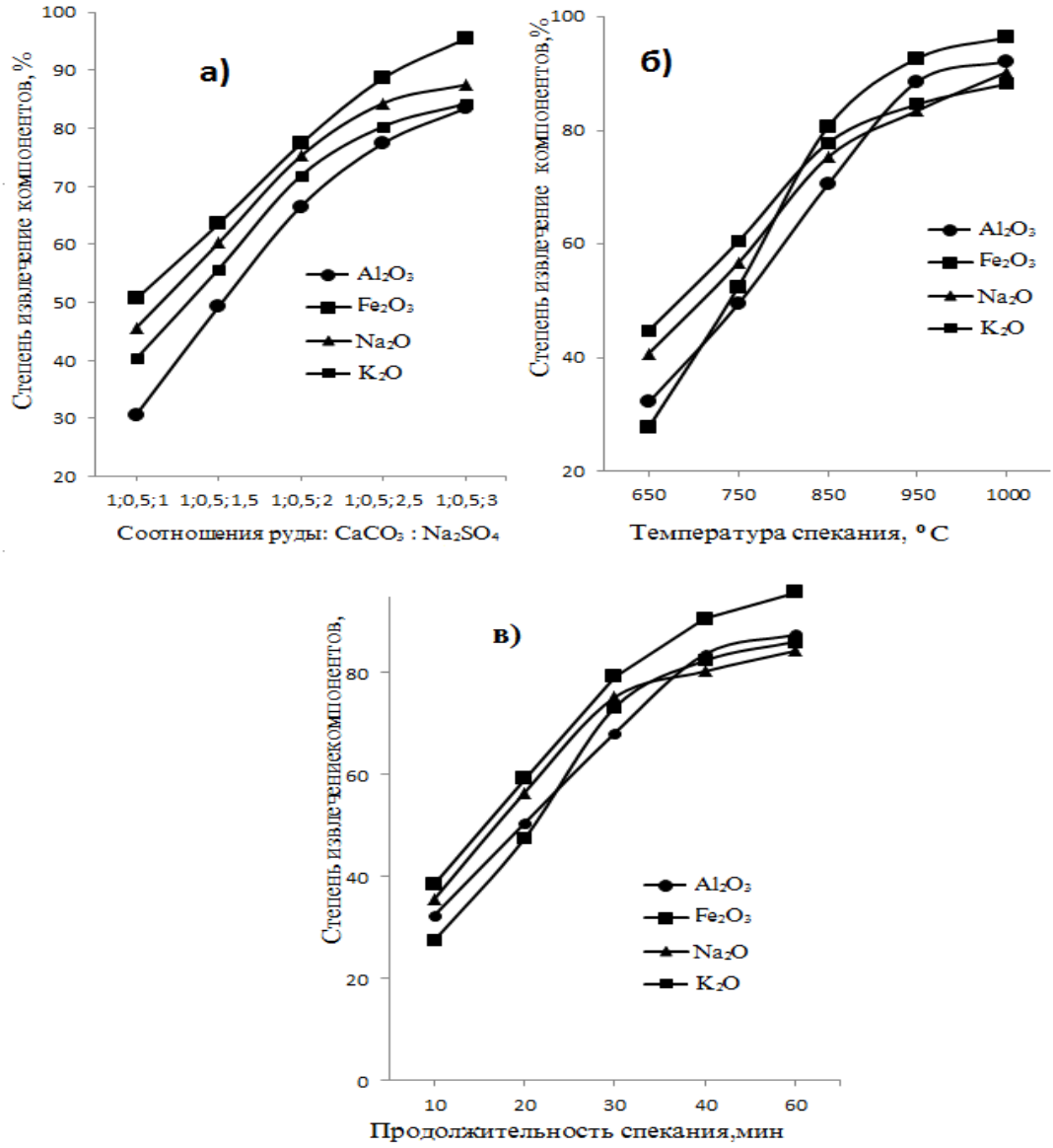
Процесс спекания нефелиновых сиенитов с активаторами осуществили в муфельной печи в температурном интервале от 650 до 950^0C. Продолжительность спекания составляла 50-60 мин. По завершению процесса спекания полученный спек охлаждали до комнатной температуры и подвергали водной обработке при 95-100^0C и длительности 60 мин, где массовое соотношение спека к воде составило (Т:Ж) 1:10. Полученную пульпу подвергали фильтрации. Жидкая фаза, состоящая из водорастворимых соединений спека и представляющая собой непрореагировавший в процессе спекания сульфат натрия отделили от твердого остатка. После водной обработки спека её твердую фазу разлагали 20-25%-ним раствором серной кислоты, стехиометрическое количество которого составляло 110% из расчета сульфатизации щелочных, щёлочноземельных металлов руды, а также алюминия и железа. Далее фильтрацией разделили жидкую и твердую фазы. Твердая фаза в основном состоит из сульфатов кальция и оксида кремнезёма, а жидкая из сульфатов алюминия, железа, калия и натрия. Содержание калия, натрия и кальция определяли пламенофотометрическим методом.

Изучено влияние различных физико-химических факторов на процесс спекания сырья с активаторами, водной обработки спека, сернокислотного разложения твердой фазы и влияние массового соотношения компонентов, касающегося различных технологических пределов. Крупность частиц сырья во всех опытах находилась в пределе 0.1-0.16 мм.

На рис. 1а представлено влияние массового соотношения реагирующих веществ на разложение упорных минералов нефелиновых сиенитов. Влияние массового соотношения руды, карбоната кальция и сульфата натрия исследовали в интервале 1:0.5:1, 1:0.5:1.5 1:0.5:2, 1:0.5:2.5 и 1:0.5:3. При этих условиях максимальная степень извлечения Al_2O_3 находилась в пределе массовых соотношений компонентов равной 1:0.5:3, что составляет - 83,4%, а степень извлечения Fe_2O_3 - 95,4%. Последнее значение степени извлечения компонентов указывает на важность количества сульфата натрия и её доминирующей роли в процессе разрушения трудновскрываемых минералов сырья и спёкообразования.

Рис.1. Зависимость степени извлечения компонентов состава спека от: а - массового соотношения руды, $CaCO_3$ и Na_2SO_4; б- температуры спекания; в - продолжительности процесса спекания

Pic.1. The dependence of the extraction degree of the components of the sinter from: a - the mass ratio of ores, $CaCO_3$ and Na_2SO_4; b - sintering temperature; в - the duration of the sintering process



Исследования влияния температуры как энергетического фактора на процесс спекания нефелиновых сиенитов с сульфатом натрия и карбонатом кальция считается одним из важных атрибутов, определяющих энергетические затраты отдельных стадий переработки сырья и эффективность технологии в целом. При повышении температуры степень извлечения компонентов увеличивается. На рис. 1б показаны графические кривые, полученные экспериментально при спекании шихты в различных условиях температуры. Оптимальной температурой спекания шихты является: 900-950°С. При этих значениях температуры степень извлечения компонентов достигает: Al_2O_3 - 85.4%, Fe_2O_3 - 98.3%. Степень извлечения натрия и калия находится на уровне 84-86%.

Зависимость влияния продолжительности процесса спекания на разложение руды приведена на рис. 1в, зависимость от которого изучена в пределах от 10 до 60 минут. Оптимальным условием этого фактора можно считать - 45 - 50 минут.

Таким образом, оптимальными технологическими режимами переработки сырья являются: температура спекания - 900-950°С, массовое соотношение сырья: $CaCO_3$:Na_2SO_4 = 1:0,5:3. Продолжительность процесса спекания - 50 мин.

При кислотном разложении твердого остатка от водной обработки спека использовали серную кислоту концентрацией 15-20%, а дозировка кислоты составляла 110% от стехиометрии. Температура кислотного разложения - 100^0С, продолжительность обработки спека - 50-60 мин.

Степень извлечения компонентов при оптимальных условиях кислотного разложения достигает, в %: Al_2O_3 от 83.4 до 87.5, Fe_2O_3 от 95.4 до 96.7, K_2O от 83.4 до 86.3, Na_2O от 82,2 до 84.5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мирсаидов У.М. Комплексная переработка низкокачественного алюминийсодержащего сырья / У.М. Мирсаидов, Х. Сафиев. -Душанбе: Дониш, 1999. - 238 с.
2. Назаров, Ш.Б. Селективные методы разложения высококремнистых алюминиевых руд минеральными кислотами / Ш.Б. Назаров, Х.С. Сафиев, У.М. Мирсаидов. -Душанбе, 2008. -237 с.
3. Мирсаидов У.М. Комплексная переработка аргиллитов и каолиновых глин Таджикистана / У.М. Мирсаидов, Д.Х. Мирзоев, Х.Э. Бобоев. -Душанбе: Дониш, 2016. -92 с.
4. Назаров Ш.Б. Комплексная переработка сырья и отходов / Ш.Б. Назаров, А.К. Запольский, Х. Сафиев // Материалы Республиканской научно-практической конференции «Утилизация, обезвреживание и захоронение промышленных и бытовых отходов». –Душанбе, 1992. -С.2-3.
5. Фильтрационные свойства пульп от сернокислотной переработки нефелинов Турпи / Ш.Б. Назаров, А.К. Запольский, Х. Сафиев [и др.]// Деп. Рукопись в СИФ ТаджикНИИНТИ. – 1992. -вып. 2. -№16(805). –Та 92.
6. Отходы производства – сырья для получения коагулянтов / Ш.Б. Назаров, А.К. Запольский, Х. Сафиев [и др.]// Доклады АН Республики Таджикистан. - 1992. -т.35. -№9-10. -448 с.
7. Использование промышленных отходов при переработке алюминиевого сырья / Ш.Б. Назаров, А.К. Запольский, Х. Сафиев [и др.]// Комплексное использование минерального сырья. – 1992. -№5. -С.72-75.
8. Патент №98000521 Т (Таджикистан). Способ переработки глинозем-содержащего сырья / Ш.Б. Назаров, А.К. Запольский, Х. Сафиев, У. Мирсаидов, Д.Д. Рузиев, О.Х. Амиров. – Опубл. в бюл. №12, 1998.
9. Методические указания к выполнению лабораторного практикума по дисциплине / Л.Н. Балятинская [и др.] //Неорганическая химия. - Белгород: БелГУ, 2007. -145 с.
10. Олейникова И.И. Химия / И.И. Олейникова. -Белгород: БелГУ, 2006. -257 с.

ТАҲҚИҚИ КОРКАРДИ НЕФЕЛИНҲОИ СИЕНИТИИ ТУРПИИ ТОҶИКИСТОН ТАВАССУТИ УСУЛИ ГУДОЗИШИ ЯКҶОЯ БО КАРБОНАТИ КАЛСИЙ ВА СУЛФАТИ НАТРИЙ

Дар мақолаи мазкур коркарди нефелинҳои сиентии Турпи бо усули гудохтакунии якҷоя бо омехтаи сулфати натрий ва карбонати калсий таҳқиқ гардидааст. Шартҳои технологии коркарди маъдан муқаррар карда шудаанд.

Татбиқ намудани усули якҷоякунии (комбинированный) мо коркарди якҷояи нефелинҳои сиенитӣ ва омехтаи Na_2SO_4 ва $CaCO_3$ мебошад, ки раванди фазаи сахти баландҳарорат маҳсуб меёбад. Он аз марҳилаи гудозиши маъдан бо фаъолкунанда, коркарди кислотагии гудохтаи бадастомада ва ҷудокунии компонентҳои таркиби омехтаи моеи ҳосилшуда аз маводҳои таркибёфта иборат мебошад.

Раванди гудозиши нефелинҳои сиенитӣ бо фаъолкунандаҳо дар гармкунаки муфелӣ дар ҳароратҳои аз 650 то 950°С ичро карда шудааст. Давомнокии гудозиш 50 - 60 дақиқаро дар бар мегирад. Ҳангоми ба охир расидани раванди гудозиш, гудохтаи бадастомадаро то ҳарорати хона хунук намуда, дар ҳарорати 95 - 100°С ва давомнокии 60 дақиқа коркарди обиро анҷом додем, ки мутаносиби вазнии гудохта бо об (С:М) 1:10 - ро ташкил медиҳад. Омехтаи моеи бадастомадаро филтр намудем. Фазаи моеъ аз пайвастагиҳои дар об

ҳалшавандаи гудохта ва ҳалнашаванда иборат мебошад, ки аз раванди гудозиши маъдан бо сулфати натрий ҳосил гаштааст. Омехтаи моеъро аз боқимондаи сахт ҷудо намудем.

Баъди коркарди обии гудохта фазаи сахти онро ба маҳлули 20-25%-и кислотаи сулфат таҷзия намудем. Миқдори стехиометрии кислота -110% аст, ки аз ҳисоби сулфатизатсиякунии металлҳои ишқорӣ ва ишқорзаминии маъдан, инчунин алюминий ва оҳан ташкил ёфтааст. Сипас филтратро ба фазаҳои сахт ва моеъ ҷудо намудем. Фазаи сахт асосан аз сулфатҳои калсий ва оксидҳои силитсий, инчунин фазаи моеъ аз сулфатҳои алюминий, оҳан, калий ва натрий таркиб ёфтааст. Мавҷудияти калий, натрий ва калсийро бо усули фотометрияи шуълагӣ муайян намудем.

Таъсири омилҳои гуногуни физикӣ-химиявӣ дар раванди гудозиши маъдан бо фаъолкунандаҳо, коркарди обии гудохта, коркарди фазаи сахт бо кислотаи сулфат ва таъсири таносуби вазнии ҷузъҳои ба реаксия дохилшавандаи гуногун омӯхта шудааст.

Калидвожаҳо: нефелинҳои сиенитӣ, коркард, гудозиш, вайроншавии маъдан, таҳлил, фазаи сахт, фазаи моеъ, сулфати натрий, карбонати калсий.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕРАБОТКИ НЕФЕЛИНОВЫХ СИЕНИТОВ ТУРПИ ТАДЖИКИСТАНА МЕТОДОМ СОВМЕСТНОГО СПЕКАНИЯ С СУЛЬФАТОМ НАТРИЯ И КАРБОНАТОМ КАЛЬЦИЯ

В данной статье исследована переработка нефелиновых сиенитов Турпи методом спекания с сульфатом натрия и карбонатом кальция. Установлены технологические условия переработки сырья.

Применённый нами комбинированный метод совместной переработки нефелиновых сиенитов и смеси Na_2SO_4 и $CaCO_3$ представляет собой высокотемпературный твердофазный процесс, состоявший из стадии спекания сырья с активаторами, сернокислотного разложения полученного спека и разделения компонентов состава полученной пульпы на её составляющие продукты.

Процесс спекания нефелиновых сиенитов с активаторами осуществили в муфельной печи в температурном интервале от 650 до 950^0C. Продолжительность спекания составляла 50-60 мин. По завершению процесса спекания полученный спек охлаждали до комнатной температуры и подвергали водной обработке при 95-100^0C и длительности 60 мин, где массовое соотношение спека к воде составило (Т:Ж) 1:10. Полученную пульпу подвергали фильтрации. Жидкая фаза, состоящая из водорастворимых соединений спека и представляющая собой непрореагировавший в процессе спекания сульфат натрия отделили от твердого остатка.

После водной обработки спека её твердую фазу разлагали 20-25%-ним раствором серной кислоты, стехиометрическое количество которого составляло 110% из расчета сульфатизации щелочных, щёлочноземельных металлов руды, а также алюминия и железа. Далее фильтрацией разделили жидкую и твердую фазы. Твердая фаза в основном состоит из сульфатов кальция и оксида кремнезёма, а жидкая из сульфатов алюминия, железа, калия и натрия. Содержание калия, натрия и кальция определяли пламенофотометрическим методом.

Изучено влияние различных физико-химических факторов на процесс спекания сырья с активаторами, водной обработки спека, сернокислотного разложения твердей фазы и влияние массового соотношения компонентов, касающегося различных технологических пределов.

Ключевые слова: нефелиновые сиениты, переработка, спекание, разложение руды, анализ, твердая фаза, жидкая фаза, сульфат натрия, карбонат кальция.

RESEARCH OF PROCESSING NEPHELINE SYENITES OF TURPI OF TAJIKISTAN BY THE METHOD OF JOINT SINTERING WITH SODIUM SULPHATE AND CALCIUM CARBONATE

In this article research the processing of nepheline syenites of the Turpi by sintering method with sodium sulfate and calcium carbonate. Established technological conditions for the processing of raw materials.

Applying us the combined method of joint processing of nepheline syenites and a mixtures of Na_2SO_4 and $CaCO_3$ presents itself a high-temperature solid-phase process consisting of the stage of sintering raw materials with activators, sulfuric acid decomposition of the obtained cake and the separation of the components of the composition of the obtained pulp into its constituent products.

The sintering process of nepheline syenite with activators was carried out in a muffle furnace in the temperature interval from 650 to 950^0C. The duration of sintering was 50-60 minutes. Upon completion of the sintering process, the obtained sinter was cooled to room temperature and expose to water treatment at 95-100°C and the duration was 60 minutes, where the mass ratio of sinter to water was (S:L) 1:10. The got pulp subjected to filtering. The liquid phase, consisting of water-soluble compounds of sinter and representing itself unreacted sodium sulfate in process sintering, was separated from the solid residue. After water treatment of the sinter, its solid phase was decomposed with 20-25% sulfuric acid solution. The stoichiometric amount of which was 110% based on the sulfatization of alkali, alkaline-earth metals ores, as well as aluminum and iron. Next, the liquid and solid phases were separated by filtration. The solid phase consists mainly of calcium sulfate and silica oxide, and the liquid phase of aluminum, iron, potassium and sodium sulfates. The content of potassium, sodium and calcium was determined by flame photometric method.

The influence of various physicochemical factors on the process of sintering raw materials with activators, water treatment of sinter, sulfuric acid decomposition of solid phase and the influence of the mass ratio of the components relating to different technological limits were studied.

Key words: nepheline syenite, processing, sintering, decomposition ores, analyze, solid phase, liquid phase, sodium sulfate, calcium carbonate.

Сведения об авторах: ***Давлатов Дилшод Облокулович*** - Институт химии им. В.И. Никитина Академии наук Республики Таджикистан, старший научный сотрудник лаборатории комплексной переработки минерального сырья и промышленных отходов. **Адрес:** 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, улица Айни, 299/2. E-mail: **d-dilshod92@mail.ru.** Телефон**: (+992) 902-66-80-66**
Назаров Шамс Бароталиевич - Институт химии им. В.И. Никитина Академии наук Республики Таджикистан, доктор химических наук, заведующей лабораторией комплексной переработки минерального сырья и промышленных отходов. **Адрес**: 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, улица Айни, 299/2. E-mail: **shams_n63@list.ru**. Телефон: **(+992) 907-74-77-09**
Мирсаидов Ульмас Мирсаидович - Институт химии им. В.И.Никитина Академии наук Республики Таджикистан, академик АН Республики Таджикистан, главный научный сотрудник лаборатории комплексной переработки минерального сырья и промышленных отходов. **Адрес:** 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, улица Айни, 299/2. E-mail: **ulmas2005@mail.ru**. Телефон: **(+992) 900-31-50-50**

Information about the authors: ***Davlatov Dilshod Oblokulovich*** **-** Institute of Chemistry named after IN AND. Nikitina of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, senior researcher at the laboratory for complex processing of mineral raw materials and industrial waste. **Address:** 734063, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Aini Street, 299/2. E-mail: **d-dilshod92@mail.ru.** Phone: **(+ 992) 902-66-80-66**
Nazarov Shams Barotalievich - Institute of Chemistry named after IN AND. Nikitina, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, Doctor of Chemistry, Head of the Laboratory for the Integrated Processing of Mineral Raw Materials and Industrial Wastes. **Address:** 734063, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Aini Street, 299/2. E-mail: **shams_n63@list.ru.** Phone: **(+992) 907-74-77-09**
Mirsaidov Ulmas Mirsaidovich **-** Institute of Chemistry named after V.I. Nikitina, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, academician of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, chief researcher at the laboratory for complex processing of mineral raw materials and industrial waste. **Address:** 734063, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Aini Street, 299/2. E-mail: **ulmas2005@mail.ru.** Phone: **(+992) 900-31-50-50**

УДК 001: 629.113/115.656 (575.3)

ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ И ПРЕСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ТОПЛИВ В ТРАНСПОРНОМ СЕКТОРЕ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН

Иброгимов Д.Э., Фохаков А.С., Махмудова Т.М.
Таджикский технический университет им. М.С. Осими

Таджикистан является государством, в котором 93,7% составляют горы. Более 80% автомобильных дорог находятся в горных и предгорных регионах. В связи с этим строительство железных дорог экономически неэффективно. В связи с этим основным сектором транспорта республики является автомобиль [1, 5, 6, 7, 8, 9].

Одной из проблем автомобильного сектора Республики Таджикистан является несоответствие состава углеводородных топлив с климатическими условиямии автомобильных дорог. Специалистами данной отрасли установлено, что на высоте выше 800м наблюдается увеличенние расхода топлива за счет уменьшения концентрации кислорода в составе воздуха. Чем выше, тем больше расходуется топливо. На некоторых горных дорогах расход топлива составляет 150% от стандартного [2, 5, 6, 7, 8, 9].

Учитывая эти недостатки, нами был проведен ряд исследований с целью получения модифицированного топлива, соответствующего аналогичным условиям.

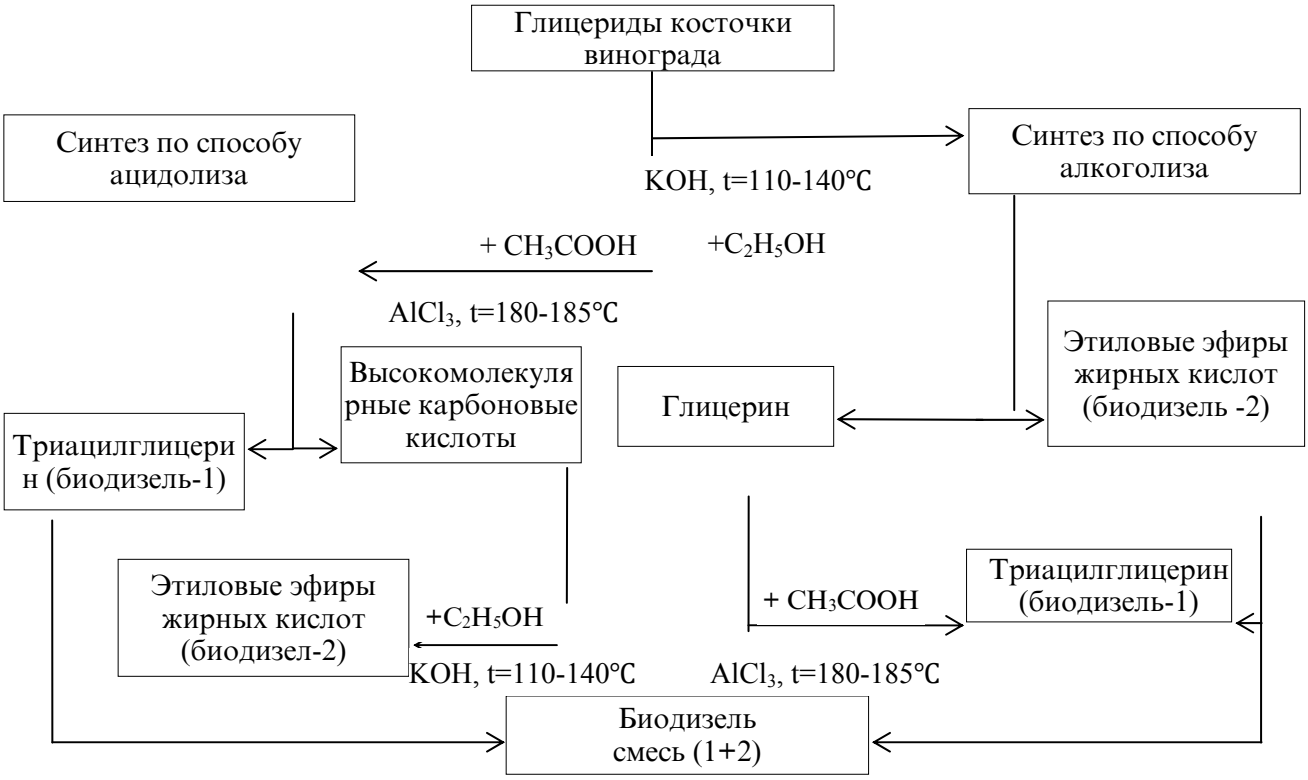
Для получения такого топлива в качестве исходного сырья нами были использованы отходы вино-водочной промышленности Республики Таджикистан. К данным отходам относится отжим винограда, основу которого составляют косточки винограда. Косточки винограда в своем составе содержат значительное количество масла.

Для выделения масла из состава данного отхода был применен метод отжима, в результате которого нам удалось получить до 25% масла.

Здесь следует отметить, что из-за плохих органолиптических свойств данное масло не применяется в пищевой промышленности, т.е. оно считается отходом. Изучение химического состава показало, что основу данного масла составляют глицериды. Используя эти глицериды, нами получен биодизель согласно следующей технологии [3].

Рисунок 1. Техника и технология синтеза биодизеля совмещенным методом (алкоголиз +атсидолиз)

Figure 1. Technique and technology for the synthesis of biodiesel combined method (alcoholysis + atsidolysis)



Как видно, согласно разработанной технологии глицериды косточек винограда подвергаются предварительной очистке с целью удаления сопутствующих компонентов.

Переработанный глицерид подвергается синтезу с применением уксусной кислоты. Реакция проводится в присутствии катализатора $AlCl_3$ при температуре 180-185℃. В результате чего образуется сложный эфир триацилглицерина. При синтезе кроме этого продукта также образуются высокомолекулярные свободные органические кислоты. Эти кислоты превращаются в их этиловые эфиры по методу алкоголиза. Данный синтез был проведен при температуре 110-140℃ в присутствии КОН.

Триацилглицерин относится к жидким топливам. Единственным его недостатком является то, что он имеет не очень большую теплотворность (Q мин.гор.=18,90МҶ/кг, Q макс.гор.=21,84 МҶ/кг). Выявлено, что при смешении триацилглицерина (Биодизель-1) с этиловыми эфирами жирных кислот (Биодизель-2) теплотворность увеличивается до 26,56МДж/кг.

Как известно, более 80% транспортных дорог Республики Таджикистан находятся в горных и передгорных регионах. При движении автомобилей на этих дорогах увеличивается расход топлива за счет неполного сгорания топлива, что обусловливено недостатком кислорода. Также при этом увеличивается выход CO и других парниковых газов [5, 6, 7, 8, 9].

Исследование показало, что при использовании синтезированных биодизелей в качестве топлива эти недостатки устраняются табл.1.

Таблица 1. Экологические показатели лабораторного двигателя D – 243 при работе на дизельном топливе и биодизеле

Table 1. Ecological indicators of the laboratory engine D - 243 when working on diesel fuel and biodiesel

Образцы выброшенных газов	**Образцы использованных топлив**			
	A	**B**	**C**	**D**
n=1400мин$^{-1}$				
Оксид углерода (II)	0,21	0,24	0,12	0,17

Углеводороды	0,0013	0,0014	0,001	0,0012
Дымность	29,7	31,8	23,1	22,7
n=1600мин$^{-1}$				
Оксид углерода (II)	0,42	0,43	0,31	0,29
Углеводороды	0,0014	0,0012	0,001	0,001
Дымность	54,2	56,0	44,0	43,2
n=1800мин$^{-1}$				
Оксид углерода (II)	0,52	0,53	0,40	0,39
Углеводороды	0,0015	0,0016	0,001	0,001
Дымность	68,1	70,2	56,2	56,0
n=2000мин$^{-1}$				
Оксид углерода (II)	0,58	0,58	0,44	0,44
Углеводороды	0,0016	0,0017	0,001	0,001
Дымность	73,9	76,3	63,1	62,9
n=2200мин$^{-1}$				
Оксид углерода (II)	0,64	0,62	0,46	0,44
Углеводороды	0,0018	0,002	0,001	0,001
Дымность	76	79,1	65,4	65,1

Примечание: А – дизельное топливо: В – синтезированный биодизель по смешанному способу (биодизель-1+биодизель-2); С – модифицированный биодизель (1 часть биодизеля, полученного по смешанному способу +5 частей дизельного топлива); D – модифицированный биодизель – 2 (1 часть биодизеля, полученного по методу алкоголиза + 5 частей дизельного топлива).

Таким образом, учитывая рельеф, климат и географические зоны автомобильных дорог Республики Таджикистан, разработан модифицированный биодизель, который в будущем может использоваться как качественное дизельное топливо.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иброгимов, Д.Э. Экологические проблемы, связаные с производством жидких биотоплив / Д.Э. Иброгимов, Т.М. Пошокулзода, П.М. Насрединова // Республиканская научно-практическая конференция «Современные проблемы химии, химической технологии и металлургии». -Душанбе: ТНУ, 2011. -С.42-44.
2. Давлатшоев, Р.А. Перспективы применения биодизеля в условиях Республики Таджикистан / Р.А. Давлатшоев, Д.Э. Иброгимов, Т.М. Махмудова / Материалы XX международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы эксплуатации автотранспортных средств». –Владимир, 2018. -С.263-266.
3. Иброгимов, Д.Э. Эффективные технологии производства биодизеля на основе растительных технических масел / Д.Э. Иброгимов, Т.М. Махмудова, Т.С. Маджидов // ТТУ им. Акад М.С.Осими. – 2019.
4. Получение биодизельного топлива из растительных масел / А.Н. Зазуля, С.А. Нагорнов, С.В. Романцова, К.С. Малахов // Достижения науки и техники АПК. - 2009. -№12. -С.58-60.
5. Оценка положительных и отрицательных факторов влияния развития автомобилизации в горном регионе и воздействия их на окружающую среду / А.С. Фохаков, П.С. Худжаев, А.А. Сайдалиев // Бюллетень науки и практики. -Нижневартовск, Россия, 2018. –Т.4. -№12. -С.355-367. [Электронный ресурс]. http//www.buletennauki.com/12-77.
6. Фохаков А.С., Кобулиев З.В., Раджабов Р.К., Худжаев П.С. Экологические проблемы взаимодействия транспортно-технологических систем с окружающей средой // Бюллетень науки и практики. 2019. Т 5. №2. С. 117-126. Режим http//doi.org/10.33619/2414-2948/39/16, Нижневартовск, Россия.
7. Фохаков А.С., Кобулиев З.В., Худжаев П.С., Сайдалиев А.А Транспортно-технологическая система обслуживания и влияние ее на окружающую среду // Бюллетень науки и практики. - 2019. -Т5. -№1. -С.193-202. Режим http//www.buletennauki.com/38-51, Нижневартовск, Россия.
8. Фохаков А.С. Транспортно-технологическая модель системы обслуживания населения горного региона на прогнозирование спроса по Горно-Бадахшанской автономной области (ГБАО) / А.С. Фохаков // Вестник ТНУ. - Душанбе: Сино, 2018. -№7. -С.184-189. (ISSN-2413-5151)
9. Юнусов М.Ю. Оценка влияния динамики автомобилизации на экологическую обстановку города Душанбе / М.Ю. Юнусов, А.С. Фохаков, Б.Ж. Мажитов // Вестник ТТУ им. М.С. Осими. – 2018. -№3(43). -С.59-66.

ҶАНБАҲОИ ЭКОЛОГӢ ВА ДУРНАМОИ ИСТИФОДАИ СӮЗИШВОРИҲОИ АЛТЕРНАТИВӢ ДАР СОҲАИ НАҚЛИЁТИ ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН

Дар мақолаи мазкур натиҷаҳои тадқиқоти эксперименталӣ оиди дурнамои истифодаи сӯзишвориҳои алтернативӣ дар соҳаи нақлиёти Ҷумҳурии Тоҷикистон пешниҳод карда шудаанд.

Омӯзиши релефи роҳҳои автомобилгарди Ҷумҳурии Тоҷикистон нишон дод, ки зиёда аз 80% ин роҳҳо дар баландии аз 800 то 3000 метр ва зиёда аз он аз сатҳи баҳр баланд, ҷойгир шудаанд. Дар натиҷаи пажӯҳиши раванди табдилёбии сӯзишворӣ ба энергия, инчунин ҳаракати механикии нақлиёти автомобилӣ муайян карда шуд, ки аз ҳисоби коҳиши миқдори оксигени ҳаво сарфи сӯзишворӣ 150%-и меъёри муқаррарнамударо ташкил медиҳад. Муайян карда шуд, ки ин раванди ғайримуқаррарӣ аз ҳисоби норасоии оксигени таркиби ҳаво ҳангоми сӯхтани сӯзишворӣ ба амал меояд. Чи тавре ки маълум аст, асоси сӯзишвориҳои классикии нафтиро карбогидрогенҳо ташкил медиҳанд. Инро ба инобат гирифта, аз ҷониби мо методи нави ҳосил намудани сӯзишвории алтернативӣ дар асоси партовҳои корхонаҳои истеҳсоли машруботи спиртӣ ва равғанкашии Ҷумҳурии Тоҷикистон коркард карда шуд. Асоси ин коркарди методӣ дар он аст, ки липидҳо ва кислотаҳои озоди органикӣ аз таркиби ашёи хоми ниҳоӣ бо усули экстраксияи гарм ҷудо карда мешавад.

Маводи ҳосилкардашуда аз ҷузъҳои таркибии нолозим бо технологияи махсус ҷудо карда мешавад. Глитсеридҳо ва кислотаҳои карбонӣ бо истифода аз усули атсидолиз ва алкоголиз ба эфирҳои мураккаби худ табдил дода мешаванд.

Эфирҳои мураккаби ҳосилкардашуда компонентҳои асосии биодизелӣ ба ҳисоб мераванд. Релеф ва иқлими роҳҳои автомобилгарди Ҷумҳурии Тоҷикистонро ба инобат гирифта, сӯзишвории мазкур модернизатсия карда шуд. Хосияти энергиябарандагӣ ва сарфи маводҳои реаксияи сӯзиш нишон дод, ки ин сӯзишворӣ дар оянда метавонад ба ҳайси сӯзишвориҳои дизелӣ дар соҳаи нақлиёти Ҷумҳурии Тоҷикистон истифода карда шавад.

Дар раванди омӯзиши ҷанбаҳои экологӣ муайян карда шуд, ки ҳангоми сӯзиши сӯзишвории коркардшуда то 30% миқдори газҳои гулхонаӣ кам хориҷ мешавад. Инчунин, маълум гардид, ки ҳангоми истифодаи ин номгӯйи сӯзишворӣ дар минтақаи баландкӯҳ сарфи сӯзишворӣ нисбатан кам мегардад. Камшавии сарфи сӯзишворӣ ба мавҷуд будани оксигени пайваст дар таркиби сӯзишворӣ биологӣ вобаста мебошад.

Калидвожаҳо: сӯзишвориҳои алтернативӣ, биоэтанол, биометанол, биодизел, гармиғунҷоиш, нақлиёт, минтақаҳои баландкӯҳ, эксплуататсия, реаксияҳои сӯзиш, газҳои гулхонаӣ.

ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ И ПРЕСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ТОПЛИВ В ТРАНСПОРНОМ СЕКТОРЕ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН

В данной статье приведены результаты экспериментального исследования преспектив применения альтернативных топлив в транспортном секторе Республики Таджикистан.

Изучение рельефа транспотных дорог Республики Таджикистан показало, что более 80% автомобильных дорог находятся на высоте от 800 до 3000 метров и выше от уровня моря.

В результате исследования и изучения процессов превращения топлива в энергию, а также механических движения транспорта, выявлено, что в горных регионах за счет уменьшения содержания кислорода в воздухе расход топлива составляет 150% и более от стандартного. Установлено, что этот аномальный процесс происходит за счет недостатка кислорода при горении топлива. Как известно, классическое автомобильное топливо содержит в своем составе углеводороды. Учитывая это, нами разработан новый метод получения альтернативных топлив на основе отходов вино-водочной и масло-жировой промышленности Республики Таджикистан. Сущность данного метода заключается в получении липидов методом горячей экстракции с целью получения глицеридов и свободных органических кислот.

Полученный продукт очищается от сопутствующих компонентов по особой технологии. Глицериды и свободные кислоты с применением метода ацидолиза и алкоголиза превращаются в их сложные эфиры.

Полученные сложные эфиры являются основными компонентами биодизеля. Полученный биодизель модернизируется согласно рельефу и климату географических зон автомобильных дорог Республики Таджикстан. Выявленные теплотворные свойства и материальный баланс реакции горения показали, что данное топливо может в будущем применяться в качестве дизельного топлива в транспортном секторе Республики Таджикстан.

В ходе изучения экологических аспектов определено, что при сгорании полученного топлива выделяется на 30% меньше парниковых газов. Также выявлено, что в случаяе применения данного альтернативного топлив в горных условиях уменьшается расход топлива за счет связанного кислорода в составе топлива.

Ключевые слова: альтернативные топлива, биоэтанол, биометанол, биодизель, теплотворность, транспорт, горные регионы, эксплуатация, реакция горения, парниковые газы.

ECOLOGICAL ASPECTS OF THE PROSPECTIVE USE OF ALTERNATIVE FUELS IN THE TRANSPORT SECTOR OF THE REPUBLIC OF TAJIKISTAN

This article presents the results of an experimental study of the future and the use of alternative fuels in the transport sector of the Republic of Tajikistan.

The study of the relief of the transport roads of the Republic of Tajikistan showed that more than 80% of the roads are at an altitude of 800 to 3000 meters and higher than sea level.

As a result of research and study of the processes of conversion of fuel into energy, as well as mechanical movements of vehicles, it was shown that in mountainous regions, by reducing the oxygen content in the air, fuel consumption is 150% or more of the standard. It is revealed that this anomalous process occurs due to the lack of oxygen during the combustion of fuel. As is well known classic automotive fuels contain hydrocarbons. Given this, we have developed a new method of obtaining alternative fuels based on the waste of the wine-vodka and oil and fat industry of the Republic of Tajikistan. The essence of this method is to obtain lipids by hot extraction in order to obtain glycerides and free organic acids.

The resulting product is purified from related components by a special technology. Glycerides and free acids using the method of acidolysis and alcoholysis are converted into their esters.

The resulting product is purified from related components by a special technology. Glycerides and free acids using the method of acidolysis and alcoholysis are converted into their esters.

The resulting esters are the main components of biodiesel. Considering the relief and climate of the roads of the Republic of Tajikistan, the resulting calorific properties are being modernized and the material balance of oxygen has shown that this fuel can be used as diesel fuel in the transport sector of the Republic of Tajikistan in the future.

During the study of environmental aspects, it was revealed that during the combustion of the obtained fuel, 30% less greenhouse gases are emitted. It was also revealed that in the case of the application of this alternative fuel in the mountains, the fuel consumption is reduced due to the oxygen content of the fuel composition.

Key words: alternative fuels, bioethanol, biomethanol, biodiesel, calorific value, transport, mountain regions, operation, combustion reaction, greenhouse gases.

Сведения об авторах: ***Ибрагимов Дилшод Эмомович*** **–** Таджикский технический университет им. М.С. Осими, кандидат химических наук, доцент кафедры «Технология химического производства». **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г Душанбе, улица академиков Раджабовых, 10. E-mail: **ibrogimov_75@mail.ru.** Телефон: **(+992) 951-79-36-76**

Фохаков Абдурауф Сайдалиевич **–** Таджикский технический университет им. М.С. Осими, кандидат экономических наук, доцент, начальник учебно–методического управления. **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г Душанбе, улица академиков Раджабовых, 10. Телефон: **919-58-42-38.** E-mal: **fohakov68@mail.ru**

Махмудова Тахминаи Муминджон – Таджикский технический университет им. М.С. Осими, аспирант кафедры «Технология химического производства». **Адрес:** 734042, Республика Таджикистан, г Душанбе, улица академиков Раджабовых, 10. E-mail: **Poshokulzoda91@mail.ru.** Телефон: (**+992) 502-00-51-00**

Information about the authors: ***Ibragimov Dilshod Emomovich*** - Tajik Technical University. M.S. Osimi, Candidate of chemical sciences, associate professor of the department "Technology of chemical production". **Address:** 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Academician Radjabov Street, 10. E-mail: **ibrogimov_75@mail.ru**. Phone: **(+992) 951-79-36-76**

Fokhakov Abdurauf Saydalievich - Tajik Technical University named after M.S. Osimi, Candidate of Economics, Associate Professor, Head of Educational Management. **Address:** 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Academician Radjabov Street, 10. Phone: **919-58-42-38.** E-mal: **fohakov68@mail.ru**

Makhmudova Tahminai Muminjon - Tajik Technical University. M.S. Osimi, graduate student of the department "Technology of chemical production". **Address:** 734042, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Academician Radjabov Street, 10. E-mail: **Poshokulzoda91@mail.ru.** Phone: **(+992) 502-00-51-00**

УДК 549

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И КОНЦЕНТРАЦИИ ФОНОВОГО ЭЛЕКТРОЛИТА НА ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССОВ КОМПЛЕКСООБРАЗОВАНИЯ Fe(III) В ВОДНЫХ РАСТВОРАХ ВАЛЕРИАНОВОЙ КИСЛОТЫ

Камилов Х.Ч., Исмаилова М.А.
Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова,
Технологический университет Таджикистана

Полная термодинамическая характеристика реакций комплексообразования предполагает знание значений констант устойчивости, изменения энтальпии, энтропии и свободной энергии процессов образования комплексов. На изменение термодинамических функций реакций образования комплексных соединений в растворах наряду с температурой большое влияние оказывает концентрация индифферентного электролита, используемого для поддержания постоянной ионной силы, однако в литературе нет единого мнения о влиянии ионной силы на изменение термодинамических функций процесса комплексообразования в растворах. [1]

Настоящая работа является продолжением цикла работ по исследованию процессов образования комплексов железа в водных растворах н-валериановой и изовалериановой кислот [2-6] и посвящена исследованию влияния температуры и ионной силы на термодинамические характеристики процесса комплексообразования Fe(III) и Fe(II) в водных растворах н-валериановой кислоты. Исследования проводились методом окислительного потенциала [7] в следующих экспериментальных условиях: $C_{Fe(III)} = C_{Fe(II)} = 1 \cdot 10^{-4}$ *моль/л*, концентрация н-валериановой кислоты 0,1 моль/л, при температурах 298, 308, 318 и 328К и ионной силе растворов 0,1; 0,2; 0,5; 0,75; и 1,0 моль/л ($NaClO_4$).

Согласно теории метода окислительного потенциала при совместном анализе экспериментальных зависимостей окислительного потенциала (φ^o) от pH растворов, концентрации окисленной и восстановленной форм железа и концентрации кислоты установлено существование в изученной системе следующих комплексных соединений трёх- и двухвалентного железа: $Fe(OH)^{2+}$, FeL^{2+}, $FeLOH^{+}$, FeL_2^{+}, $Fe_3L_6(OH)_2^{+}$ и FeL^{+}.

Значения констант устойчивости комплексов вычислены методом последовательного приближения и уточнены теоретическим расчётом экспериментальных кривых зависимостей $\varphi - pH$ с помощью уравнения окислительного потенциала, выведенного с учётом образующихся в исследованных системах комплексов. По найденным при разных температурах и ионных силах константам устойчивости комплексов [6] вычислены термодинамические функции реакций образования комплексов трёхвалентного железа.

Значения ΔH^o реакций образования комплексов найдены по методу температурного коэффициента, а изменение энтропии и свободной энергии рассчитаны по соответствующим уравнениям (таблица 1):

$$\Delta G^o = -RTlnK_{уст}, \Delta S = \frac{\Delta H}{T}, \Delta G^o = \Delta H^o - T\Delta S$$

Таблица 1. Значения термодинамических величин ΔH^o (*ккал/моль*), ΔG^o (*ккал/моль*) и ΔS^o (*э.е.*) при различных ионных силах и температурах для комплексов Fe(III), образующихся с анионами валериановой кислоты

Table 1. The values of the thermodynamic quantities ΔH^o ($kcal$ / mol), ΔG^o ($kcal$ / mol) and ΔS^o (e.e.) at various ionic forces and temperatures for the complexes Fe (III) formed with anions of valerianic acid

Комплекс	Ионная сила, моль/л	T,K / т.ф.	298	308	318	328
FeL^{2+}	0,10	ΔG^o	-3,24	-3,40	-3,57	-3,76
		ΔH^o	1,7	2,1	2,6	3,7
		ΔS^o	16,6	17,2	20,1	22,7
	0,20	ΔG^o	-3,32	-3,52	-3,67	-3,88
		ΔH^o	1,7	2,1	2,8	3,7
		ΔS^o	16,9	18,3	20,3	23,0
	0,50	ΔG^o	-3,57	-3,76	-3,94	-4,15
		ΔH^o	1,7	2,1	2,8	3,7
		ΔS^o	17,6	19,0	21,2	24,4
	0,75	ΔG^o	-3,72	-3,89	-4,09	-4,33
		ΔH^o	1,7	2,1	2,7	3,7
		ΔS^o				
	1,00	ΔG^o	-3,94	-4,14	-4,34	-4,55
		ΔH^o	1,6	2,1	2,7	3,6
		ΔS^o	18,8	20,0	22,2	24,9
FeL_2^{+}	0,10	ΔG^o	-2,92	-3,09	-3,31	-3,53
		ΔH^o	2,7	3,3	3,8	4,2
		ΔS^o	18,7	20,3	21,28	23,7
FeL_2^{+}	0,20	ΔG^o	-3,02	-3,04	-3,43	-3,64
		ΔH^o	2,6	3,3	3,8	4,2

		ΔS^o	18,9	20,5	22,8	24,0
	0,50	ΔG^o	-3,17	-3,36	-3,60	-3,84
		ΔH^o	2,6	3,3	3,8	4,3
		ΔS^o	19,4	21,6	23,3	24,7
	0,75	ΔG^o	-3,27	-3,45	3,67	-3,94
		ΔH^o	2,6	3,3	3,8	4,2
		ΔS^o	19,7	21,8	23,8	25,2
	1,00	ΔG^o	-3,38	-3,58	3,83	-4,06
		ΔH^o	2,6	3,2	3,7	4,2
		ΔS^o	19,9	21,3	23,8	25,2
$FeLOH^+$	0,10	ΔG^o	-0,31	-0,43	-0,55	-0,79
		ΔH^o	3,3	4,0	4,8	5,9
		ΔS^o	12,3	15,2	17,8	20,3
	0,20	ΔG^o	-0,41	-0,55	-0,70	-0,87
		ΔH^o	3,3	4,1	4,8	5,9
		ΔS^o	12,3	15,2	17,8	20,5
	0,50	ΔG^o	-0,60	-0,75	-0,90	-1,08
		ΔH^o	3,3	3,9	4,8	5,8
		ΔS^o	13,4	16,0	18,3	21,5
	0,75	ΔG^o	-0,71	-0,83	-1,00	-1,20
		ΔH^o	3,2	4,0	4,9	5,8
		ΔS^o	13,3	16,6	18,7	21,9
	1,00	ΔG^o	-0,80	-0,96	-1,12	1,32
		ΔH^o	3,2	4,0	4,9	5,9
		ΔS^o	13,3	16,6	19,2	21,9
$Fe_3L_6(OH)_2^+$	0,10	ΔG^o	-28,99	-30,93	-32,68	-34,52
		ΔH^o	16,2	20,8	23,3	26,7
		ΔS^o	152,86	168,16	176,50	186,80
	0,20	ΔG^o	-29,69	-31,21	-32,12	-34,84
		ΔH^o	15,4	20,9	23,4	26,8
		ΔS^o	153,40	168,60	176,40	187,5
	0,50	ΔG^o	-30,22	-31,80	-33,54	-35,50
		ΔH^o	15,0	20,4	23,5	26,9
		ΔS^o	151,00	169,6	178,4	190,2
	0,75	ΔG^o	-30,56	-32,14	-33,86	-35,82
		ΔH^o	14,8	20,5	23,6	26,9
		ΔS^o	152,0	169,9	178,8	190,5
	1,00	ΔG^o	-30,89	-32,44	-34,21	-36,16
		ΔH^o	14,6	20,6	22,9	26,8
		ΔS^o	152,7	169,0	179,6	191,4

Как следует из вышеприведённых данных, с увеличением температуры при постоянной ионной силе ΔH^o и ΔS^o для всех комплексных частиц возрастает, а величина ΔG^o становится более отрицательной. При этом соотношение между составляющими ΔG^o таково, что чем более экзотермична реакция образования комплекса, тем более положительным является соответствующее изменение энтропии, т.е. решающее влияние на ход процесса комплексообразования железа в водных растворах валериановой кислоты оказывает энтропийный фактор.

Изменение концентрации фонового электролита в интервале от 0,1 до 1,0 моль/л при низкой температуре (298К) вызывает уменьшение эндотермичности реакций, а при повышенных температурах практически не влияет на значения энтальпии образования моноядерных валератных и гидроксовалератных комплексов Fe(III).

Увеличение ионной силы приводит к незначительному возрастанию положительного значения энтропии, а величина ΔG^o образования комплексов становится более отрицательной.

Сравнение ΔH^o для реакций образования моноядерных соединений и комплекса $Fe_3L_6(OH)_2^+$ показывает, что изменение энтальпии последнего значительно больше, резко возрастает и положительное изменение энтропии трехъядерного комплекса вследствие того, что образование циклического соединения сопровождается вытеснением большего количества молекул воды, чем при образовании линейных соединений.

Следует отметить, что на изменение энтропии трехъядерного комплекса ионная сила и температура оказывают большее влияние, чем на ΔS^o моноядерных комплексов.

Влияние ионной силы на ΔS^o образования $Fe_3L_6(OH)_2^+$ проявляется сильнее при повышенных температурах. Следовательно, деструктурирующее действие перхлорат ионов с увеличением их концентрации и температуры возрастает.

ЛИТЕРАТУРА

1. Якубов Х.М. О взаимосвязи термодинамических характеристик и структуры гидроксо- и гидроксоацидных комплексов трёхвалентного железа / Х.М. Якубов, М.А. Исмаилова, Е.Я. Оффенгенден // Специфичность и чувствительность методов исследования растворов и возможности сопоставления их результатов: Тез. докладов. Всесоюзная менделеевская дискуссия. –Л-д., 1978. –С.64-66.
2. Исмаилова М.А. Координационные соединения железа с анионами н-валериановой и изовалериановой кислот / М.А. Исмаилова, Х.Ч. Камилов // Труды ТУТ. –Душанбе: Ирфон, 2004. -вып.Х. -С.134-139.
3. Исмаилова М.А. Влияние анионов фонового электролита на процессы комплексообразования ионов железа в водных растворах валериановой кислоты / М.А. Исмаилова, Х.Ч. Камилов // Вестник Технологического университета Таджикистана. –Душанбе: Ирфон, 2011. -№4(18). -С.24-27.
4. Камилов Х.Ч. Влияние катионов фонового электролита на процессы комплексообразования ионов железа в водных растворах валериановой кислоты / Х.Ч. Камилов, М.А. Исмаилова // Материалы международной научно-практической заочной конференции «Актуальные проблемы естественных наук». –Новосибирск, 2011. –С.106-110.
5. Координационные соединения железа с анионами одноосновных органических кислот: Модели процессов их образования / [М.М. Рахимова, Т.М. Нурматов, М.А. Исмаилова и др.] //Ж.н.х.: - 2013. -Т.58. -№6. -С.813-818.
6. Исмаилова М.А. Термодинамика процессов комплексообразования Fe(III) в водных растворах валериановой и изовалериановой кислот / М.А. Исмаилова, Х.Ч. Камилов. -Душанбе: Вестник Филиала МГУ имени М.В.Ломоносова в г.Душанбе, серия естественных наук, 2018. –С.104-109.
7. Оксредметрия / Б.П. Никольский, В.В. Пальчевский, А.А. Пендин, Х.М. Якубов. -Л-д.: Химия, 1975. -С.129-218.

ТАЪСИРИ ҲАРОРАТ ВА ҒАЛИЗАТИ ЭЛЕКТРОЛИТИ МАНЗАРӢ БА ХАРАКТЕРИСТИКАИ РАВАНДҲОИ КОМПЛЕКСҲОСИЛКУНИИ Fe(III) ДАР МАҲЛУЛҲОИ ОБИИ КИСЛОТАИ ВАЛЕРАТ

Дар мақола натиҷаи таҳқиқи раванди ҳосилшавии комплексҳои Fe(III) ва Fe(II) дар маҳлулҳои обии кислотаи валерат бо усули потенсиали оксидонӣ оварда шуда, мавҷудияти зарраҳои комплексии: $Fe(OH)^{2+}$, FeL^{2+}, $FeLOH^+$, FeL_2^+, $Fe_3L_6(OH)_2^+$ва FeL^+ муқаррар карда шудааст. Муайян гардидаст, ки бо баландшавии ҳарорат дар доимии қувваи ионӣ қиматҳои мусбии ΔH^0 ва ΔS^0 -*и* ҳамаи зарраҳо афзуда, қимати ΔG^0манфитар мегардад ва бо зиёдшавии қувваи ионӣ аз 0,1 то 1,0 мол/л функсияҳои термодинамикии зарраҳои комплексӣ хеле кам тағйир меёбанд.

Калидвожаҳо: комплексҳосилшавӣ, кислотаи валерат, қувваи ионӣ, ҳарорат, функсияҳои термодинамикӣ.

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И КОНЦЕНТРАЦИИ ФОНОВОГО ЭЛЕКТРОЛИТА НА ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССОВ КОМПЛЕКСООБРАЗОВАНИЯ Fe(III) В ВОДНЫХ РАСТВОРАХ ВАЛЕРИАНОВОЙ КИСЛОТЫ

В статье приведены результаты изучения процесса комплексообразования Fe(III) и Fe(II) в водных растворах валериановой кислоты методом окислительного потенциала. Установлено существование в растворе комплексных соединений следующего состава: $Fe(OH)^{2+}$, FeL^{2+}, $FeLOH^+$, FeL_2^+, $Fe_3L_6(OH)_2^+$ и FeL^+ Показано, что с повышением температуры, при постоянстве ионной силы, ΔH^0 и ΔS^0для всех комплексных частиц возрастает, а величина ΔG^0 становится более отрицательной, а увеличение ионной силы от 0,1 до 1,0 моль/л приводит к незначительному изменению термодинамических функций.

Ключевые слова: комплексообразование, валериановая кислота, ионная сила, температура, термодинамические функции.

TEMPERATURE AND CONCENTRATION EFFECT OF BACKGROUND ELECTROLITE ON THE THERMODINAMIC CHARACTERISTICS OF THE COMPLEXATION PROCESSES OF Fe(III) IN AQUEOUS SOLUTIONS OF VALERIC ACID

The article presents the results of studying the complexation process of Fe (III) and Fe (II) in aqueous solutions of valerianic acid by the oxidative potential method. The existence of complex compounds of the following composition in the solution was established: $Fe(OH)^{2+}$, FeL^{2+}, $FeLOH^+$, FeL_2^+, $Fe_3L_6(OH)_2^+$ and FeL^+ It was shown that with increasing temperature, with constant ionic strength, ΔH^0 and ΔS^0 for all complex particles increases, and ΔG^0 becomes more

negative, and an increase in ionic strength from 0.1 to 1.0 mol/L leads to an insignificant change in thermodynamic functions.**Key words:** complexation, valeric acid, ionic strength, temperature, thermodynamic functions.

Сведения об авторах: ***Камилов Хуршед Чулибаевич*** – Филиал Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова в г. Душанбе, кандидат химических наук. **Адрес:** 734003, Республика Таджикистан, г.Душанбе, улица Бохтар, 35/1. Телефон: **935-55-53-69.** E-mail: **hurshedkamilov@rambler.ru**
Исмаилова Масуда Ахмедовна – Технологический университет Таджикистана, кандидат химических наук, доцент. **Адрес:** 734061, Республика Таджикистан, г.Душанбе, улица Н.Карабаева 63/3. Телефон: **234-56-72.** E-mail: **masuda_41@mail.ru**

Information about the authors: ***Kamilov Khurshed Chulibaevich*** - Branch of Moscow State University M.V. Lomonosova in Dushanbe, candidate of chemical sciences. **Address:** 734003, Republic of Tajikistan, Dushanbe, Bohtar street, 35/1. Phone: **935-55-53-69.** E-mail: **hurshedkamilov@rambler.ru**
Ismailova Masuda Akhmedovna - Technological University of Tajikistan, candidate of chemical sciences, associate professor. **Address:** 734061, Republic of Tajikistan, Dushanbe, N. Karabaev street 63/3. Phone: **234-56-72.** E-mail: **masuda_41@mail.ru**

МУНДАРИҶА - СОДЕРЖАНИЕ

М А Т Е М А Т И К А

Раджабов Н., Кодиров Д.А. К теории одного класса вырождающихся обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка…….. ***5***

Сатторов А.С., Ҷобиров Ё.Р. Тасвири интегралии ҳалли яке аз муодилаҳои дифференсиалӣ бо ду ҳамвории таназзулёбанда дар фазо..... ***9***

Раджабова Л.Н., Хушвахтов М.Б. Граничные задачи для двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с особой и слабо-особой линией на полосе……. ***20***

Комилов Ф.С., Шамсов Ф.Т. Нақши ҳарорат ва оксигени системаи бассейнӣ дар табақабандии марҳилаҳои ҳаёти гулмоҳӣ ва интихоби тағйирёбандаҳои амсилаи математикӣ..... ***24***

Шерматов Н., Одинаев Р.Н. Қонунҳои тақсимот ва тавсифи онҳо…….. ***33***

Джангибеков Г., Чоршанбиева М.Ч. Об одном двумерном сингулярном интегральном операторе с характеристикой разной чётности……. ***40***

Шукуров Х.Р., Мирзоев С.С. Представление решений систем составного типа степенными рядами……. ***44***

Назаров И.М. Модели математикии ҳимояи картошка аз ҳашаротҳои зараровар..... ***49***

Хайруллоев Ш.А. О нулях производной второго порядка функции Харди…… ***57***

Мирзозода М.А. Единственность решения нелинейной обратной задачи для параболического уравнения пятого порядка с интегральным условием переопределения…… ***61***

Башармал Фазил Раҳмон, Ҷангибеков Г. Масъалаи Дирихле барои як системаи муодилаҳои эллиптикии тартиби ду..... ***67***

Ҷалилов Х.М. Ҳалли муодилаи ғайристатсионарии дученакаи гармигузаронӣ бо истифода аз пакети MATLAB……. ***71***

Валиев Н.Г. Исследование некоторых классов двумерных сингулярных интегральных операторов с нечётными характеристиками, зависящими от полюса…….. ***76***

Исматов Н.М. О разрешимости первой и второй смешанной задачи для одного неклассического уравнения……. ***85***

Гуломнабиев С.Г. О решениях однородной системы линейных дифференциальных уравнений в пространствах суммируемых функций…… ***91***

Кобилзода М.М., Наимов А.Н. Об априорной оценке и существовании периодических решений одной системы обыкновенных дифференциальных уравнений…… ***95***

Орипов Т.С. Вырождение систем нелинейных уравнений в частных производных 2-го порядка с сингулярными коэффициентами…… ***102***

Рустамбекова У.Р. Синтез оптимального управления систем с запаздыванием…….. ***108***

Сайдаминов И.А., Гадозода М., Асроров С.А. Математическая модель и критерий эффективности процесса шарошечного бурения…… ***115***

Усмонов Н., Саидов Б. Б., Шадманов М.У. Теория разрешимости краевых задач со сдвигом в сингулярном случае……. ***121***

Якубов Н.С. О численном решении матричного уравнения Риккати……. ***129***

ФИЗИКА

Туйчиев Ш., Рашидов Д., Табаров С., Акназарова Ш., Туйчиев Л., Дустов А., Содиков Ф. О влиянии нанографеноксидов на структуру и свойства кристаллических полимеров…… ***134***

Цой Б., Цой В.Э., Абдуллаев Х.М., Кадыров Р.Т., Шаимов Э.Д., Юлдашев И. Особенности спектров уровней электрического сопротивления проводников…….. ***139***

Сафаров А.Г., Ибадинов Х.И. Механизмы образования аномального хвоста комет…….. ***143***

Салихов Т.Х., Давлатджонова Ш.Х., Рахмонов Р.К. Частотная зависимость передаточных функций первого и второго звуков в растворе ^{3}He-^{4}He со свободной границей…….. ***149***

Султонов Н., Нозимов О., Хукматов А., Ҳамрокулов Р. Таҳқиқи хосиятҳои электрикии маҳлулҳои обии бикарбонати калтсий…… ***153***

Нарзиев А., Ходжаев Т.А., Сафаров С.Ф. Определение золота и серебра методом нейтронно-активационного анализа……. ***160***

Абдулов Х.Ш., Муллоев Н.У., Ходиев М.Х, Файзиева М.Р., Исломов З.З., Файзиева М.Р. Квантово - химическое определение молекулярной структуры 1.2.4-триазола и расчет его колебательного спектра ***166***

Назирмадов Д.А., Сафаров М.М. Мирзомамадов А.Г., Абдуназаров С.С. Исследование коэффициента адсорбции кобальтовых катализаторов в условиях р.Кушониён в среде электролитов…….. ***171***

Солиев Л., Жумаев М.Т., Тураев Р.О., Махмадов Х.Р., Олимҷонова Н.В. Таҳлили муқоисавии сохтори комплекси фазагии системаи Na_2SO_4-Na_2CO_3-$NaHCO_3$-H_2O дар ҳарорати 75 ва 100^{0}C….. ***179***

Абдуллаев С.Ф., Пиров Ф.С., Абдуллоева М.С., Маслов В.А. Экологические проблемы при сжигании угля ***184***

Гиёсов С.С., Нематов Д.Д., Каюмов М.М. Моделирование процесса влияния силиция на энергетический спектр углеродных нанотрубок…… ***191***

Хусайнов З.К., Ойматова Х.Х., Сафаров М.М., Тургунбоев М.Т. Диэлектрическая проницаемость водных растворов гидразина при различных температурах и атмосферных давлениях…….. ***196***

Рахимов Ф.А., Ганиев И.Н., Обидов З.Р. Температурная зависимость теплоёмкости и изменений термодинамических функций сплава Zn5Al, легированного марганцем…… ***204***

ИЛМҲОИХИМИЯ-ХИМИЧЕСКИЕНАУКИ

Содатдинова А.С., Сафармамадов С.М., Бахридин Абдурасул. Потенциометрический метод исследования комплексообразования серебра (I) с 2-метилимидазолом при 288-318К…….. ***210***

Ёрмамадова С.Г., Раджабов У., Зоиров Х.А., Бадалов А. Физико-химические свойства и термическая устойчивость гидрогенхлорид бензилбензимидазола…… ***218***

Гулов Т.Ё., Бандаев С.Г., Федотов А.Н., Мочалов С.С. Бромдемеркурирование меркурсолвоаддуктов 1-метил-2-(2-нитрофенил)циклопропанов…….. ***224***

Озер Гюркан, Каримов М.Б. Синтез и исследование эфиров 2-метил-1,3-бензоксазол-7-карбоновой кислоты…… ***230***

Саидова Ш.И., Усманов У.Р., Усманов Р. Сульфоксиды ацетилпроизводных 2,3-дигидробензо[b]тиофенов и 1-тиохроманов…… ***236***

Эрназарова Б.К., Бакирова А.А., Джуманазарова А.З., Апрышко Г.Н. Исследование методом in silico и in-vitro углеводных производных (тио)мочевин с противоопухолевыми свойствами..... ***240***

Самихов Ш.Р., Холов Х.И., Ниёзов А.С. Рентгеноструктурный анализ исходной руды и продуктов флотации золото-сурьмяно-ртутных руд месторождения Джижикрут…….. ***246***

Давлатов Д.О., Назаров Ш.Б., Мирсаидов У.М. Исследование переработки нефелиновых сиенитов

турпи Таджикистана методом совместного спекания с сульфатом натрия и карбонатом кальция……. ***250***

Иброгимов Д.Э., Фохаков А.С., Махмудова Т.М. Экологические аспекты и преспективы применения альтернативных топлив в транспорном секторе Республики Таджикистан..... ***255***

Камилов Х.Ч., Исмаилова М.А. Влияние температуры и концентрации фонового электролита на термодинамические характеристики процессов комплексообразования Fe(III) в водных растворах валериановой кислоты…… ***259***

ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ

Требования к научным статьям, поступающим в научный журнал «Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук»

Все поступающие в редакцию журнала научные статьи должны соответствовать следующим требованиям: а) статья должна быть написана с соблюдением установленных требований журнала; б) статья должна быть результатом научных исследований; в) статья должна соответствовать одному из направлений (разделов) журнала.

Все поступающие в редакцию материалы проверяются на наличие заимствований из открытых источников (плагиат), проверка выполняется с помощью системы Antiplagiat. Статьи, содержащие элементы плагиата, автоматически снимаются с рассмотрения, а авторы лишаются возможности опубликовать свою работу в журнале.

Требования к оформлению научных статей:

Статья должна быть подготовлена в формате Microsoft Word, шрифтом Times New Roman, кегль 14, поля 2,5 см со всех сторон, интервал полуторный.

Объем статьи (включая аннотацию и список литературы) должен быть в пределах от 10 до 12 стр. формата А4.

Статья должна иметь следующую структуру:

– индекс УДК (индекс можно получить в любой научной библиотеке);

– название статьи;

– фамилия и инициалы автора (например, Шарипов Д.М.);

– название организации, в которой работает автор статьи;

– основной текст статьи;

– список использованной литературы (не менее 10 и не более 25 наименований научной литературы). Список литературы оформляется согласно требованиям ГОСТ 7.1-2003 и ГОСТ 7.0.5-2008;

– название статьи, аннотация и ключевые слова оформляются на трех языках (на таджикском, русском и английском языках). Аннотация оформляется в объеме не менее 25 строк, ключевые слова от 7 до 10 слов или словосочетаний;

– информация об авторе на русском и английском языках. Здесь указываются ФИО автора полностью, ученая степень, ученое звание (если имеются), название организации, в которой работает автор (авторы), должность автора (авторов) в данной организации, телефон, e-mail, а также почтовый адрес место работы автора.

При цитировании конкретного материала ссылки указываются в квадратных скобках [ ]. Образец: [4, с.25]. То есть, литература №4 и страница 25.

Таблицы, схемы, диаграммы и рисунки нужно сгруппировать и пронумеровать. Таблицы, схемы, диаграммы и рисунки должны иметь название.

ВЕСТНИК
ТАДЖИКСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
Серия естественных наук

Научный журнал «Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук» основан в 2012 г. Выходит 4 раз в год. Печатная версия журнала зарегистрирована в Министерстве культуры Республики Таджикистан. Журнал включен в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук» ВАК Министерства образования и науки Российской Федерации.

Журнал принимает научные статьи по следующим отраслям науки: математика (01.01.00), физика (01.04.00) и химические науки (02.00.00).

Журнал включен в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ), регулярно предоставляет в РИНЦ информацию в виде метаданных.

Полнотекстовая версия журнала доступна на сайте издания (www.vestnik-tnu.com).

ВЕСТНИК
ТАДЖИКСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
Серия естественных наук

2019. №2.

Над номером работали:
Ответственный редактор: М.Ибодова
Редактор серии естественных наук: Д.А.Назарова
Редактор таджикского языка: Ш.Абдуллоева
Редактор русского языка: О.Ашмарин
Редактор английского языка: М.Асадова

Издательский центр
Таджикского национального университета
по изданию научного журнала
«Вестник Таджикского национального университета.
Серия естественных наук»:
734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, проспект Рудаки, 17.
Сайт журнала: www.vestnik-tnu.com
E-mail: vestnik-tnu@mail.ru
Тел.: (+992 37) 227-74-41

Отпечатано в типографии ТНУ
734025, г.Душанбе, ул.Айни, 32.
Формат 70х108/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Тираж 200 экз. Уч. изд. л. 34,5, усл. п.л. 34,5.
Подписано в печать 15.04.2019. Заказ №2019/04-01